



The Theory of Fair Geometric Returns

Sonntag, Dominik

18 May 2018

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/87082/>
MPRA Paper No. 87082, posted 06 Jun 2018 13:26 UTC

Masterarbeit

Die Theorie der fairen geometrischen Rendite

**Masterarbeit zur Erlangung des akademischen Grades
Master of Business Administration
an der Fachhochschule Burgenland
(Austrian Institute of Management)**

Dominik Sonntag, B.A.

FH-Personenkennzahl: 1530004049

Betreuer: Herr Brigadier Dr. iur. Johannes Kainzbauer

Einreichungsdatum: 18.05.2018

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die Masterarbeit mit dem Titel „Die Theorie der fairen geometrischen Rendite“ selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt sowie alle den benutzten Quellen wörtlich oder sinngemäß entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Freie und Hansestadt Hamburg, 18.05.2018

eigenhändige Unterschrift

Abstract

Die Theorie der fairen geometrischen Rendite, kurz *F*-Theorie, lehnt die allgemein akzeptierte Vorstellung, dass die Volatilität das Risiko riskanter Anlagen sei, ab. Sie behauptet stattdessen, die Kapitalmarktvolatilität konstituiere umgekehrt die maximal erreichbare geometrische Rendite. Die *F*-Theorie greift, um ihren Punkt zu machen, neben eigenen Ideen, auf informationstheoretische Erwägungen (zentral Shannon, 1948) zurück. Startpunkt der Analyse ist eine spezifische Ausgangsbeobachtung das geometrische Renditemittel (G) betreffend:

Konsekutive geometrische Renditen fair (ordnungsgemäß) an Börsen gehandelter Assets stellen sich ex post nahezu allezeit als ungleich heraus.

Der Verfasser schlägt zwei Konsequenzen vor, die aus dieser Beobachtung, die täglich am Finanzmarkt zu machen ist, zu ziehen seien:

- (A) $E[G_{i,t+1}] \neq G_{i,t}$ dominiert $E[G_{i,t+1}] = G_{i,t}$. Wie lautet dann $E[G]$? Wann gilt $E[G] = G$?
- (B) Da offenbar Volatilität in G , ist diese im Rahmen einer Konträrstrategie („*Buy low, sell high.*“) nutzbar? Falls ja, wie?

In Beantwortung dieser und weiterer Fragen präsentiert der Masterand im Schriftverlauf ein

Formelwerk nebst qualitativem Kontext,

welches im Kern umfasst:

- eine Formel für das erwartete geometrische Renditemittel,
- ein Maß für die abnormale Rendite eines Assets,
- Bewegungswahrscheinlichkeiten in Bezug auf den Renditeprozess,
- ein Äquivalent für Claude Shannons berühmte Informationsfluss-Formel,
- das (hier sogenannte) Konzept der Fuge – eine neuartige, der Musiktheorie entlehnte antizyklische Anlagestrategie sowie
- ein *F*-Theorie-konsistentes Optionspreis- und Selbstversicherungsmodell.

Stichworte: Faire geometrische Rendite; erwartetes geometrisches Mittel; (adjustierte) *S*-Ratio; Volatilität; Entropie; Fuge.

Inhaltsverzeichnis

Abstract	I
Inhaltsverzeichnis	II
Darstellungsverzeichnis	IV
1 Einleitung	1
2 S-Ratio und kritischer Renditebeitrag	21
3 Kollektives Verhalten und vorläufige F-Optionspreise	32
4 (Mittlere) dritte F-Ratio und Bezug zur Informations-Entropie	42
5 Konzept der Fuge, Eigenrendite und S-Kriterium	50
6 Erwartete Wachstumsrate von F und Renditegleichung	63
7 Preisgleichung, Renditestamm und -suffix	68
8 Prognosebeispiel mit Zahlen: Adobe	71
9 Interpretation und Bezug zu „Shannon-Kelly“	73
10 Spekulationsblasen: Einordnung	80
11 Vorhersagbarkeit von Börsenkursen	87
12 Praxistest: Ein Portfolio aus 25 S&P-500-Aktien	91
13 F-Optionspreise II	100
14 Konzept der Fuge II	114
15 Fazit	120
Tabellarischer Anhang 1: Aktien-Accounts Jahr 2016 (Bezug: Kapitel 12)	130
Tabellarischer Anhang 2: Aktien-Accounts Jahr 2015 (Bezug: Kapitel 12)	155
Text-Anhang 1: Ausblick auf den Gang der Arbeit	180
Text-Anhang 2: Grundlagen I: Das arithmetische und das geometrische Mittel	183
Text-Anhang 3: Grundlagen II: Das Schrifttum um die (erwartete) geometrische Rendite (G)	186
Text-Anhang 3.1: Die Theorie der Maximierung von G	186
Text-Anhang 3.2: Das Kelly-Kriterium	194
Text-Anhang 3.3: Erwartete Renditen	198
Text-Anhang 4: Exkurs I: Die orthodoxe Finanztheorie	201
Text-Anhang 4.1: Die E-V-Regel	202
Text-Anhang 4.2: Das Capital-Asset-Pricing-Modell	208
Text-Anhang 4.3: Weitere Meilensteine und Fazit der Probleme	213
Text-Anhang 5: Das arithmetische Mittel einer Sequenz geometrischer Mittel (F) ...	
.....	224

Text-Anhang 5.1: Das Informationsproblem in G	225
Text-Anhang 5.2: Die Ökonomik von F	227
Text-Anhang 5.3: Vorkommen von F in Empirie und Theorie	231
Text-Anhang 6: Exkurs II: Aspekte der Shannon'schen Informationstheorie.....	236
Text-Anhang 6.1: Information und Entropie	237
Text-Anhang 6.2: Der Informationsbetrag	240
Text-Anhang 6.3: Redundanz	244
Literaturverzeichnis	246

Darstellungsverzeichnis

Darstellung 1a	Modell der erwarteten geometrischen Rendite I.....	2
Darstellung 1b	Modell der erwarteten geometrischen Rendite II.....	3
Darstellung 1c	Beispiel Renditemetrik [E3]: Netflix	8
Darstellung 1d	Persönliches Vorgehensmodell (I-III); relevante Probleme und Denkschulen	20
Darstellung 12	Beispiel S-Ratio: Wells Fargo	24
Darstellung 13	Normatives ökonomisches Gleichgewicht.....	25
Darstellung 14	Kurvenverläufe, teils simuliert: Disney	27
Darstellung 15	Beispiel kritischer Renditebeitrag; real, simuliert: Alphabet (Google)	29
Darstellung 16	Beispiele adjustierte S-Ratio: Intel, Celgene	31
Darstellung 17	Approximation von Bewegungs-Wahrscheinlichkeiten nach Formelensemble [37]	45
Darstellung 18	Modell der (mittleren) dritten F-Ratio; informationstheoretische Modelle nach Shannon (1948)	46
Darstellung 19	Modell der Eigenrendite	52
Darstellung 20	Modell der Fuge	53
Darstellung 21a	Anlagebeispiel Fuge: Celgene	57
Darstellung 21b	Anlagebeispiel Nichtfuge: Celgene	58
Darstellung 21c	Anlagebeispiel Fuge: IBM	59
Darstellung 21d	Anlagebeispiel Nichtfuge: IBM	60
Darstellung 22	Informationstheoretische Eigenschaften von 25 US-Bluechip- Aktien	77
Darstellung 23	Prognosebeispiele: Facebook, Amazon, Apple, Netflix, Alphabet (Google)	88
Darstellung 24a	Praxistest, Teil 2/2, Börsenjahr 2016.	93
Darstellung 24b	Praxistest, Teil 1/2, Börsenjahr 2015.	93
Darstellung 25a	Negativszenario für den Adobe-Aktienkurs	102
Darstellung 25b	Reale Kursentwicklung Adobes	111
Darstellung 26a	Beispiel adjustierte S-Ratio mit Kontrapunktschar: Intel.....	115
Darstellung 26b	Kontrapunktmatrix einer Fuge (Modell)	116
Darstellung 26c	Kontrapunktmatrix einer Fuge (mit Zahlen).....	118

Darstellung 26d	Diverse Handelsstrategien im F-Modell	119
Darstellung 2	Variante der Latané'schen Ergebnismatrix	187
Darstellung 3	Markowitz'sche E-V-Regel	204
Darstellung 4	Quadratische Nutzenfunktion, logarithmische Nutzenfunktion	207
Darstellung 5	Wertpapiermarktklinie des CAPMs	212
Darstellung 6	Beispiel für rasche Kursreaktion auf relevante News	218
Darstellung 7	Beispiel Rendite- und Varianzschwankungen: Amazon	221
Darstellung 8	Beispiel (faire) geometrische Rendite: Amazon, Apple	227
Darstellung 9	Beispiel geometrische Rendite und Aktienkurs: Berkshire Hathaway	228
Darstellung 10	Beispiel (faire) geometrische Rendite: Visa	231
Darstellung 11	Binäre Entropiefunktion nach Shannon (1948)	243

1 Einleitung

Preisfrage: Sie haben eine Historie t geometrischer Renditen G einer durchschnittlich volatilen Aktie i . Liege t als Beispiel bei 155 (etwa Monaten, Wochen oder Handelstagen). Ihnen fällt auf, dass das arithmetische Mittel der geometrischen Renditen, $F_{i,t} = \frac{\sum_{i=1}^t G_i}{t}$, mit der aktuellen geometrischen Rendite $G_{i,t} = [P_{i,t}/P_{i,t0}]^{1/t}$ exakt übereinstimmt. $P_{i,t}$ ist der Börsenkurs der Aktie i zum Zeitpunkt $t = 155$; t_0 ist der Startpunkt der Kurshistorie. Sie wollen die geometrische Rendite in $t + 1$ prognostizieren – die erwartete geometrische Rendite $E[G_{i,t+1}]$. Nun die Frage: Gibt es eine *bessere* Schätzung als $E[G_{i,t+1}] = G_{i,t}$? Anschlussfrage: Angenommen, das aktuelle G sowie F stimmen nicht überein. Kann dann $E[G_{i,t+1}] = G_{i,t}$ die *beste* Prognose sein? Die Menge möglicher erwarteter geometrischer Renditen ist in beiden Fällen wohl unendlich. Doch hier geht es um die Frage, wann beziehungsweise ob überhaupt eine systematisch beste Schätzung existiert.

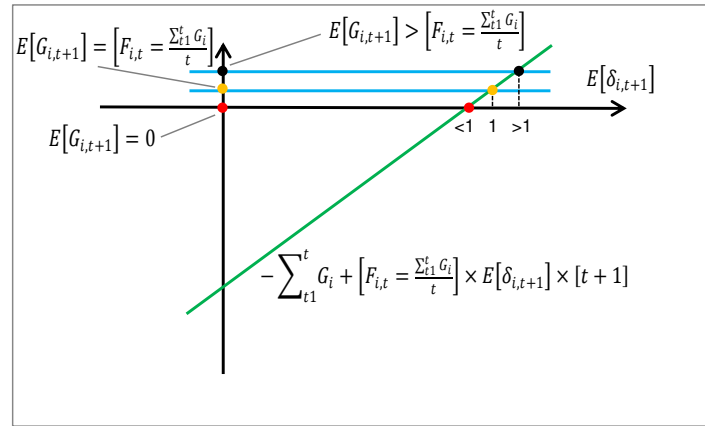
Die Relevanz der Frage rührt daher, dass in Finanztheorie und -praxis die aktuelle und die erwartete geometrische Rendite in der Regel gleichgesetzt werden. Die Prognose des Kurses P der Aktie i zum Zeitpunkt $t + 1$ sieht dann folgendermaßen aus: $E[P_{i,t+1}] = P_{i,t0} \times G_{i,t}^{t+1}$. Dabei ist $P_{i,t0}$ der Startkurs der Kurshistorie. Dieser wird mit der aktuellen geometrischen Rendite, potenziert mit $t + 1$, multipliziert. Diesem Prozedere ist, wenigstens implizit, eine zentrale Annahme inhärent: Die geometrische Rendite ist im Zeitablauf konstant. In der Finanzmarktrealität ist allerdings etwas anderes zu beobachten – das Gegenteil: Konsekutive geometrische Renditen stellen sich ex post nahezu allezeit als ungleich heraus. Die geometrische Rendite ist im Zeitablauf *inkonstant*, sie verändert sich. Die bessere Schätzung (als „ G konstant“) ist ex ante demnach, von einer möglichen systematischen Ausnahme abgesehen: $E[G_{i,t+1}] \neq G_{i,t}$. Doch: Wie lautet dann $E[G_{i,t+1}]$?

Der Verfasser wird, um das Problem zu strukturieren, im Verlauf der Masterarbeit zur Prognose der erwarteten geometrischen Rendite in $t + 1$ die Formel

$$[E1] \quad E[G_{i,t+1}] = -\sum_{i=1}^t G_i + \left[F_{i,t} = \frac{\sum_{i=1}^t G_i}{t} \right] \times E[\delta_{i,t+1}] \times [t + 1]$$

vorschlagen (die Formel verändert sich leicht bei $t + [n > 1]$, vergleiche Formelensemble [50], Kapitel 6). Hierbei ist $E[\delta_{i,t+1}]$ die erwartete Steigung des arithme-

tischen Mittels der bis dato t angefallenen geometrischen Renditen, F . (δ ist der griechische Buchstabe „Delta“.) Grafisch, als Kurve dargestellt kann man sich die erwartete geometrische Rendite in $t + 1$ wie in Darstellung 1a vorstellen. (Bei $t + [n > 1]$ weist die Funktion nichtlineare Verläufe auf; bei $t + 2$ etwa hat sie Parabel-, bei $t + 3$ logistische Form. Dieses Muster für gerade und ungerade natürliche Zahlen wiederholt sich nachfolgend immer und immer wieder. Ab $t + 4$ verflacht die Parabel an der Spitze.)



Darstellung 1a Die erwartete geometrische Rendite in $t + 1$, $E[G_{i,t+1}]$, ist im Rahmen der Theorie der fairen geometrischen Rendite die Differenz der erwarteten Steigung $E[\delta_{i,t+1}]$ des arithmetischen Mittels der bis dato angelaufenen geometrischen Renditen, $F_{i,t}$, multipliziert mit $F_{i,t} \times [t + 1]$, und der Summe der bis dato angelaufenen geometrischen Renditen, $\sum_{i=1}^t G_i$. Ist, wie hier, genau ein Zeitschritt zu prognostizieren, ist die Beziehung linear.

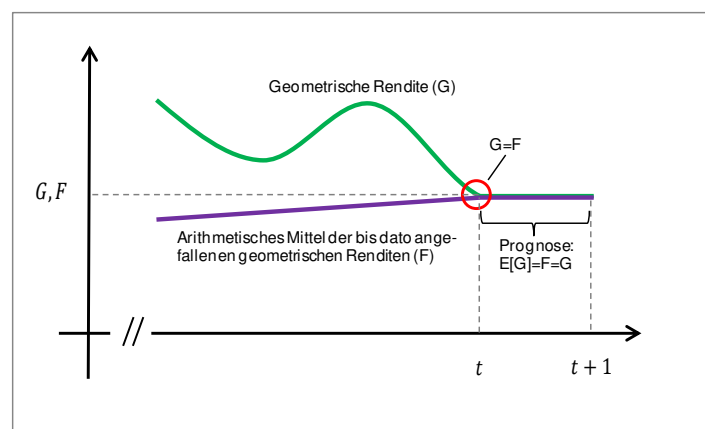
In Formel [E1] sind zwei Werte unbekannt: $E[G]$ und $E[\delta]$. Im Verlauf der Schrift wird sich zeigen, dass sich für $E[\delta]$ analytisch-algebraisch – das heißt: regressionsfrei – eine recht interessante (Stellvertreter-)Formel ableiten lässt (der Ausdruck verändert sich abermals marginal bei $t + [n > 1]$, vergleiche explizit Formel [51d], Kapitel 6), nämlich:

$$[E2] \quad E[\delta_{i,t+1}] = \frac{t \left\{ \frac{\left[G_{i,t}^{t+1} \times \frac{G_{i,t}}{F_{i,t}} \right]^{\frac{1}{t+1}}}{\sum_{i=1}^t G_i} + 1 \right\}}{t+1}.$$

Stimmen G und F , wie eingangs diskutiert, zum aktuellen Zeitpunkt t exakt überein, wird Term „ $\times [G_{i,t}/F_{i,t}]$ “ in [E2] zu einer Eins (respektive entfällt). Rechnerisch ist dann auch $E[\delta_{i,t+1}]$ zwingend eins (weil Gesamtzähler und Nenner jetzt gleich sind). Andersherum, gilt $G \neq F$, ergibt sich $E[\delta_{i,t+1}] \neq 1$. In ersterem Fall, fügt man $E[\delta_{i,t+1}] = 1$ in Gleichung [E1] ein, resultiert $E[G_{i,t+1}] = F_{i,t} = G_{i,t}$. In letzterem Fall

– F s erwartete Steigung, $E[\delta]$, ist ungleich eins – ist $E[G_{i,t+1}] \neq F_{i,t}$. Das heißt, die (erwartete) geometrische Rendite rangiert hier *höher oder niedriger* als das arithmetische Mittel der bis dato angefallenen geometrischen Renditen.

Muss in Fall zwei, $E[\delta] \neq 1$, ex post deshalb auch gelten: $G_{i,t+1} \neq G_{i,t}$? Durchaus nicht, auch wenn dies, wie gesehen, am Finanzmarkt der Regelfall ist. Aber, und dies ist der Punkt: „ $E[G_{i,t+1}] = G_{i,t}$ “ kann dann (ex ante) den Anspruch der besten Schätzung nicht mehr erheben – sie ist *gleichwertig* $E[G_{i,t+1}] \neq G_{i,t}$. Nur in Fall eins, $E[\delta] = 1$, *existiert* gar eine superiore Schätzung, namentlich $E[G] = F = G$. Da sich dieser Fall am Kapitalmarkt jedoch als seltener Spezialfall erweist – grafisch müssen sich dazu die G - und die F -Kurve kreuzen, und zwar exakt im Zeitpunkt t , vergleiche Darstellung 1b –, bleibt, setzt man zur Kursprognose das Konzept der geometrischen Rendite an, die Ausgangsfrage: Wie lautet $E[G]$, sofern nicht G ? – Ein veritabler Teil der vorliegenden Masterarbeit befasst sich damit, einen Lösungsansatz für dieses Problem zu finden. Dies ist eines von vier Hauptzielen der Arbeit.



Darstellung 1b Retrospektiv wird sich die geometrische Rendite G in $t+1$ wohl *ungleich* F erwiesen haben. Doch hier geht es um die Frage der besten Prognose *ex ante* – falls es eine gibt. Gilt zum aktuellen Zeitpunkt t „ $G = F$ “, so existiert tatsächlich eine solche superiore Schätzung, namentlich: $E[G] = F = G$. Die Chance eines Steigens der geometrischen Rendite (beim Übergang von t zu $t+1$) ist, gilt $G = F$, ebenso hoch wie die Chance eines Fallens. Jedenfalls ceteris paribus. In allen anderen Fällen, wenn also $G \neq F$, kann $E[G] = G$ nicht die *beste* Schätzung sein. Sie ist dann eine naheliegende Prognose unter vielen gleichwertigen Prognosen. Es resultiert die Grundsatzfrage: Wie lautet $E[G]$, wann immer nicht *zwingend* „ G “?

Die drei verbleibenden Hauptziele der Arbeit haben ebenfalls mit der Bepreisung von Assets zu tun sowie zusätzlich mit Anlagestilen. Sie sind wie folgt motiviert (und werden weiter unten noch einmal klar benannt werden): Die moderne Portfolio- und Kapitalmarkttheorie seit den 1950er-Jahren (vor allem Markowitz, 1952,

1959; Roy, 1952; Tobin, 1958; Modigliani & Miller, 1958; Miller & Modigliani, 1961; Treynor, 1961, unveröffentlicht; Sharpe, 1963, 1964; Samuelson, 1965; Lintner, 1965; Mossin, 1966; Fama, 1965, 1970; Black, 1972; Black & Scholes, 1973; Merton, 1973, 1973b) postuliert – bis heute – das Dogma:

„Volatilität gleich Risiko.“

Mit „Volatilität“ ist einfach gesagt das Auf und Ab an den Finanzmärkten gemeint – die Tatsache, dass Wertpapiere und Indizes an den Börsen im Zeitablauf fluktuieren und eben nicht gleich bleiben. Als Risiko wird die Volatilität deshalb gesehen, weil die *Richtung* der Fluktuationen – ins Kursplus oder -minus – ex ante nicht genau vorhersagbar ist. Ein Finanzmodell, das dies *zuverlässig* könnte, ist nicht existent. In der Fachsprache und rechnerisch ist die Volatilität die Standardabweichung, ein statistisches Streuungsmaß, gegen das in der Sache nichts einzuwenden ist.

Die Standardabweichung ist formell die Summe der quadrierten Abweichungen vom Mittelwert geteilt durch die Anzahl der Beobachtungen. Aus dem Ergebnis wird die Quadratwurzel gezogen (andernfalls läge die Varianz vor). Die Formel lässt sich schreiben: $\sigma = \sqrt{\sum [r - \bar{r}]^2 / m}$ (σ ist der griechische Buchstabe „Sigma“). Dabei sind r individuelle, historische Renditen (eines Einzeltitels, Indizes, Rohstoffes und so weiter), \bar{r} ist das arithmetische Mittel dieser Renditen. Die Gesamtzahl der beobachteten Renditen lautet m .

Da Renditen Prozentwerte sind, ist auch die Standardabweichung ein Prozentwert (die Varianz dagegen ist dimensionslos). Die Volatilität drückt kurz gesagt aus, eben prozentual, inwieweit die Renditen, die sich ex post tatsächlich ergeben, im Durchschnitt um den historischen Renditemittelwert schwanken. Ein Beispiel: Die Daten einer Aktie lauten $\bar{r} = 0,06$ und $\sigma = 0,14$. Dann können Investoren hier also grob mit einem Anlageergebnis in $t + 1$ rechnen zwischen $E[r_{t+1}^-] = \bar{r} - \sigma = 0,06 - 0,14 = -0,08$ und $E[r_{t+1}^+] = \bar{r} + \sigma = 0,06 + 0,14 = 0,20$. Das heißt: zwischen minus acht und plus 20 Prozent. Was genau sie davon (oder dazwischen) erhalten, wissen sie im Vorwege nicht. Die Zukunft bleibt ja unsicher. Und mit ihr die Rendite, die sich ex post tatsächlich ergibt. Das Anlageergebnis kann also durchaus auch außerhalb der erwarteten Renditespanne liegen.

Die vorliegende Masterarbeit wird die Sichtweise „Volatilität gleich Risiko“ *explizit bestreiten* und die Konsequenzen und Fragen, die sich ergeben, ist die Volatilität nicht das Risiko riskanter Anlagen, eingehend erörtern. Ins Auge fällt unmittelbar die Frage nach dem Optionswert, bemisst sich der faire Wert des Options-Underlyings nicht mehr wie gewohnt (etwa Black & Scholes, 1973) nach dessen erwarteter Volatilität, nach dessen erwarteten Kursschwankungen. In einer Welt, in der die Volatilität nicht das Risiko riskanter Anlagen ist, stellt sich indes ebenso die Frage nach dem „richtigen“ Anlagestil – sowie die Frage, wie die Volatilität stattdessen zu beurteilen ist, wenn schon nicht als Risiko. Am Ende gar als *konstituierend* für die Rendite?

Der zentrale Nachteil des Risikodogmas der orthodoxen Finanztheorie ist derjenige, dass das Dogma Variation im Börsenkurs per se als etwas Schlechtes, als etwas zu Vermeidendes betrachtet (implizit Taleb, 2012, ebenfalls ein Gegner der Weltsicht „Variabilität ist schlecht – Konstanz gut“). Assoziiert man Finanzmarktvolatilität allerdings mit dem typischen Auf und Ab an den Börsen, liegt auf der Hand, dass Anlegerinnen und Anleger ebenjene Kurs- und Marktschwankungen, zumindest prinzipiell, *auch nutzen können müssten*. Und zwar indem sie – wieder und wieder – „unten“, das heißt relativ preiswert, in Assets einsteigen und „oben“, relativ teuer, wieder aussteigen. Erfolgt sofortige Wiederanlage von Gewinnen und Verlusten, ist die Konsequenz ein Zinseszinsseffekt.

Gewiss, hierzu muss man wissen, wo „unten“ und wo „oben“ ist – respektive wann. Ein beliebter Fehler der Verhaltensökonomik (etwa Shiller, 2015; Thaler, 2015) ist, dies (kurioserweise der Charttechnik ähnlich) einem Kursdiagramm ansehen zu wollen, das heißt der grafischen Preisentwicklung. Doch der Assetpreis kennt (wie die Kosmonautin im All, falls der etwas schrullige Vergleich erlaubt ist) kein Oben und kein Unten. Wenigstens ex ante nicht. Nur Renditen und von Renditen abgeleitete Metriken kennen ein Oben und ein Unten, ein Teuer und ein Billig. Der Grund: In Opposition zum Börsenkurs besitzen Renditen und Renditemetriken einen (vergleichsweise oder vollendet) konstanten Mittelwert, zu dem sie, unter Schwankungen freilich, immer wieder zurückkehren (sogenannte Mittelwert-Reversion). Das bedeutet im Umkehrschluss: Es erscheint derjenige erwartete Assetpreis in $t + 1$ fair, der mit dem bewussten Mittelwert direkt rechnerisch assoziiert ist. – Welche andere Schätzung sollte warum die bessere sein?

Darstellung 1c gewährt eine (sogar recht genaue) Vorstellung vom vorgenannten Gedankengang. Zu sehen ist die Renditemetrik

$$[E3] \quad \left[\frac{\frac{G_{i,t}}{F_{i,t}}}{\frac{G_{i,t-1}}{F_{i,t-1}}} \right]^t$$

des Anteilscheins des US-Streamingdienstes Netflix. Die Netflix-Aktie ist notorisch volatil; das heißt, sie schwankt stark, ist im orthodoxen Sinn besonders risikoreich. Die obere Hälfte der Grafik zeigt Term [E3] als (blaue) Kurve gezeichnet in einem 13-Jahres-Zeitraum zwischen Ende November 2004 und Ende November 2017. Das Bestimmtheitsmaß $R^2 = 0$ der (dünnen, schwarzen) Regressionslinie deutet an, dass der Prozess, den die Renditemetrik abzubilden sucht, absolut zufällig ist. Ein Anteil von *null Prozent* der gesamten Varianz dieses (man könnte sagen: abgeleiteten Renditebildungs-)Prozesses ist linear-regressiv erklärlich. Auch eine nichtlineare Regression führt hier zu keinem anderen Ergebnis. Es wirken anders gesagt Kräfte auf den Netflix-Kurs und (damit) die Netflix-Rendite, von denen angenommen werden kann oder muss, dass sie im Prinzip unvorhersehbar sind. Der Prozess ist, jedenfalls statistisch gesehen, arbiträr, ein *random walk*.

Will man nun die weitere Entwicklung der Prozesskurve (trotzdem) prognostizieren, so ergibt sich *ceteris paribus* keine bessere Schätzung als eins Komma null. Auch wenn *ex ante* aufgrund des bisherigen Zickzack-Kurvenverlaufes anzunehmen ist, dass die Kurve die Eins verfehlen wird. Im Mittel ist „eins“ dennoch die beste Voraussage.

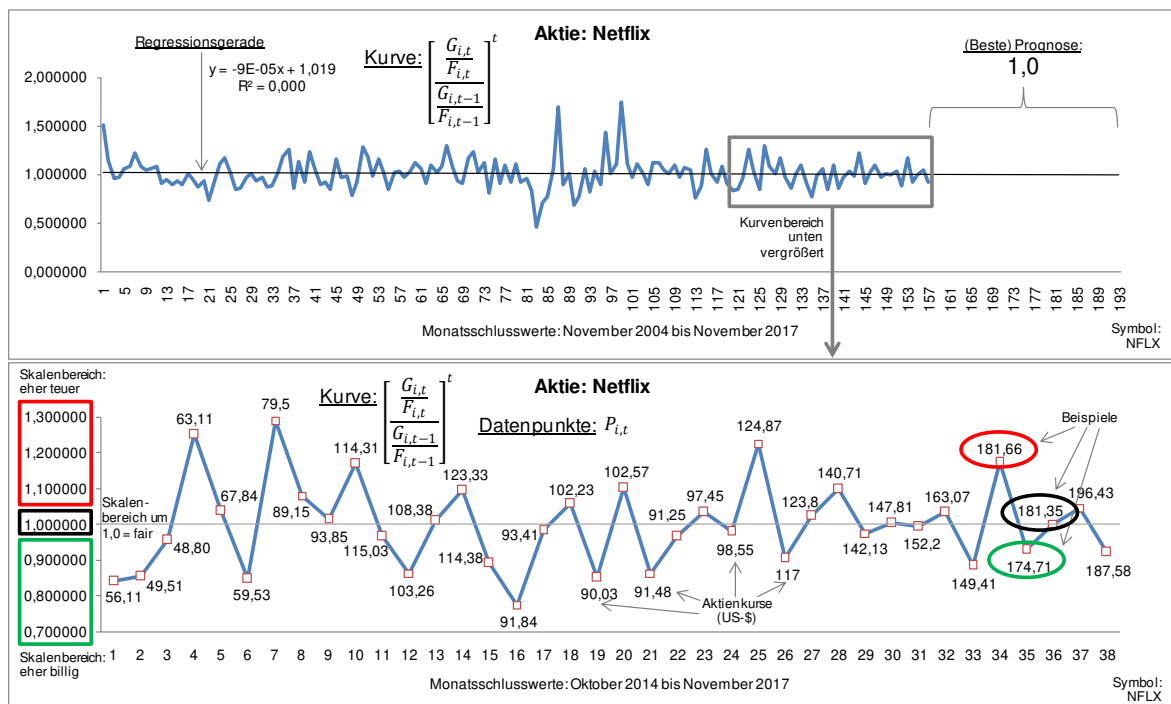
Die untere Hälfte von Darstellung 1c fokussiert die letzten 38 Monate bis einschließlich November 2017. Der [E3]-Kurve ist hier punktuell der Netflix-Aktienkurs beige gestellt. Da auch die 38-Monats-Kurve perfekt zufällig ist (erneutes Regressieren zeigt dies), ist beim Skalenwert eins eine (schmale, graue) Hilfslinie eingezeichnet. Studiert man die Grafik ein wenig näher, meint man, ein Kursmuster zu entdecken: Skalenwert eins unterteilt den Netflix-Börsenkurs, bezogen auf den Zeitpunkt, in eher teuer (Skalenwert größer eins) und eher preiswert (Skalenwert kleiner eins). Werte um eins erscheinen mithin fair. Im Verlauf der Schrift wird sich zeigen, dass dieser erste Eindruck tatsächlich richtig ist: Metrik [E3] ist ein *Maß für die abnormale Rendite* eines Assets, das heißt die Über- respektive Unterrendite in Bezug auf eine (später noch näher zu definierende) faire Rendite.

Interessant hieran an dieser frühen Stelle des Aufsatzes ist, dass offenbar eine *einfache Heuristik* (Faustregel) ausreicht, an einem börsengehandelten Finanztitel „gutes Geld“ zu verdienen (vergleiche zu Heuristiken besonders Gigerenzer & Goldstein, 1996; Goldstein & Gigerenzer, 2002, 2009; Gigerenzer, 2008; DeMiguel, Garlappi & Uppal, 2009). Laute die Heuristik wie folgt:

1. Investiere stets nur eine Fraktion deines Kapitals;
2. *kaufe* bei Skalenwert kleiner eins;
3. *kaufe nach*, sofern in $t + 1$ Skalenwert weiterhin kleiner eins *und* Kurs gegenüber t gesunken;
4. wiederhole Schritt drei in $t + 2$ bis gegebenenfalls T , falls der Kurs weiter sinkt;
5. *verkaufe* deinen Wertpapierbestand, sobald in einem Folgezeitschritt der Skalenwert größer eins lautet;
6. wiederhole gesamte Prozedur, wenn Skalenwert zu einem neuen Zeitpunkt t wieder kleiner eins.

Durch Nachrechnen anhand der Kursdaten in der unteren Grafikhälfte (siehe weiter Darstellung 1c) findet man leicht, dass diese Heuristik erfolgversprechend ist. Trennt man sich von der Fixierung, das individuelle Wertpapier (oder gar den Markt) „schlagen“ zu wollen, entfällt im Gegenzug die Notwendigkeit, den Wertpapierkurs prognostizieren zu müssen. Metrik und Heuristik arbeiten ja prognosefrei.

Der Lohn ist eine *akzeptable*, vergleichsweise sicher, einfach und rasch zu erlangende Rendite. Die Rendite besteht in dem, was zuvor das (orthodoxe) Risiko war – den gewöhnlichen Kursschwankungen. (Heuristikschritt eins geht selbstverständlich zurück auf Kelly, 1956, dessen Arbeit auf Shannon, 1948, beruht. Vergleiche in diesem Zusammenhang auch Latané, 1959; Breiman, 1961; Thorp, 1969; Samuelson, 1971; Markowitz, 1976; Cover, 1984. Claude Shannons epochemachende Informationstheorie sowie „Kelly-Latané“ werden für die Theorie der fairen geometrischen Rendite im Folgenden eine zentrale Rolle spielen. Vergleiche zur Definition, was an geometrischen Renditen „fair“ sein könnte, im Übrigen Text-Anhangs-Kapitel 5, insbesondere Text-Anhangs-Abschnitt 5.2. Der Text-Anhang soll zur eigentlichen Theorie inhaltlich hinführen. Die fortgeschrittene Leserin kann ihn auszugsweise lesen.)



Darstellung 1c „Buy low, sell high.“ Eine altbekannte Börsenweisheit. Doch: Wie erkennt man, ob ein Kurs gerade relativ hoch ist oder niedrig? – Die blaue Kurve gibt eine erstaunlich präzise Idee hiervon. Wer wieder und wieder bei Skalenwert *kleiner eins* Wertpapiere (nach-)kauft und bei Skalenwert *größer eins* verkauft, schlägt möglicherweise das individuelle Wertpapier nicht. Doch er oder sie macht so lange einen „guten Schnitt“, wie die Kurve um den Zentralwert „eins“ fluktuiert. Und ebendies ist in aller Regel der Fall. (Kurse: www.nasdaq.com.)

Und das Risiko? – Nun, die Schrift wird erweisen, dass das Risiko riskanter Anlagen, welches nicht in der Volatilität, den Börsen-typischen Kursschwankungen, besteht, lediglich in der *Abwesenheit von Volatilität* bestehen kann. Und dies ist, obzwar kontraintuitiv, tatsächlich der Fall. Es wird sich zeigen, dass in der *Welt fairer geometrischer Renditen* mehr Volatilität, Zufälligkeit – Entropie – mehr Rendite bedeutet – und nicht weniger. Ganz anders als in der Orthodoxie, in der die Marktteilnehmer „Minimum-Varianz-Portfolios“ suchen und teure Finanzderivate kaufen. Da ein potenziell kontroverses Gegendogma wie

„Volatilität gleich Rendite“

naturgemäß in Ruhe diskutiert werden muss, soll ebendieser Debatte hier und jetzt nicht weiter vorgegriffen werden. Der zentrale Punkt wird en détail im Verlauf der Gesamtschrift (zwischen Text-Anhang und eigentlichem Haupttext) erörtert und, so das Vertrauen des Verfassers, Stück für Stück plausibel werden.

Zurück zu den vier *Hauptzielen* der Arbeit (vergleiche im Folgenden parallel Darstellung 1d, hinten in der Einleitung):

Erstens:

Gesucht ist die erwartete Steigung $E[\delta]$ des arithmetischen Mittels einer Sequenz geometrischer Mittel, F .

„ F “ ist die hier sogenannte *faire geometrische Rendite*. Die zentrale Begriffsbestimmung F s erfolgt in Text-Anhangs-Kapitel 5. Kapitel 2 des Haupttextes nimmt den Faden wieder auf. Die Größe $E[\delta]$ wird benötigt, um die erwartete geometrische Rendite $E[G]$ und (damit) den erwarteten Assetpreis $E[P]$ kalkulieren zu können. Der Extraktion $E[\delta]$ s ist das gesamte Kapitel 6 gewidmet. Zwei weitere Formelversionen finden sich in Kapitel 7. (Kapitel 8 und 9 bieten ein Zahlenbeispiel samt Interpretation.)

Die Präsentation gänzlich neuartiger Rendite- und Preisgleichungen, $E[G]$ und $E[P]$, entspricht zwei von vier *Unterzielen* der Arbeit. Dazu gehört – was von der Modell- auf die Theorieebene führt –, den Gesamtkontext, in den die erwartete geometrische Rendite und der erwartete Assetpreis eingebettet sind, möglichst genau zu beschreiben, das heißt qualitativ wie quantitativ.

Hauptziel zwei der Arbeit besteht in der Formulierung theoriekonsistenter F -Optionspreise. Diese müssen relativ zur Orthodoxie anderslautend sein, da die Volatilität im F -Modell nicht das Risiko riskanter Anlagen ist, sondern, so viel vorweg, ganz im Gegenteil. In der Finanzklassik sind Optionen der Preis der (streng: erwarteten) Volatilität des der Option zugrunde liegenden Assets. Kapitel 13 wird dem Verdacht der relativen Andersartigkeit von F -Optionspreisen nachgehen – und ihn nicht nur erhärten, sondern verifizieren. (Hierbei werden informationstheoretische Erwägungen eine bedeutende Rolle spielen. Vergleiche zur Einführung in die wichtigsten Begriffe der Informationstheorie Text-Anhangs-Kapitel 6. Vergleiche zur Überführung informationstheoretischer Erwägungen in das F -Modell Haupttext-Kapitel 4. Kapitel 9 wird ebendiesen Faden erneut aufnehmen. Die Erörterung informationstheoretischer Erwägungen entspricht im Übrigen Unterziel vier der Arbeit. Unterziel drei ist mit einem für das F -Modell essenziellen mathematischen Grenzwert befasst – dem Grenzwert der später sogenannten S -Ratio, einer weiteren, $[E3]$ vorgeschalteten Renditemetrik. Die S -Ratio wird in Kapitel 2 beschrieben werden.) Kapitel 3 bereitet die notwendigen Überlegungen vor.

In Kapitel 3 ist die Volatilität aus didaktischen Gründen sowie um das (finanz-)soziologische Konzept des „kollektiven Verhaltens“ (besser) diskutieren zu können noch das Risiko. Das Volatilitätsrisiko wird aber, überschreitet der Anlagehorizont einen einzelnen Zeitschritt, bereits Orthodoxie-abweichend berechnet.

Finanzielles kollektives Verhalten ist das gesellschaftliche (also Makro-)Phänomen des Verhaltensgleichlaufes einer Masse individueller Investoren – im Extremfall Panik oder Manie. Es verringert die Kurs- und Marktvolatilität, vergrößert sie nicht etwa. (Wobei auch dies vorkommt, jedoch zeitlich der ursprünglichen kollektiven Episode nachgelagert, was ein Unterschied ist.) Dies, die vergleichsweise Abwesenheit von Fluktuationen – das heißt: relative Monotonie –, wird sich im F -Modell als das Risiko riskanter Anlagen herausstellen. (Bei der Analyse kollektiver Episoden am Finanzmarkt, dies vorweg, wird das Spät- und Hauptwerk des Soziologen James Coleman sehr hilfreich sein; vergleiche Coleman, 1990. Colemans Beitrag blieb bisher von der Finanz-, speziell der Verhaltensökonomik weitgehend unbeachtet. Dies zu Unrecht, wie sich zeigen wird.)

Es lautet also zweitens (Hauptziel zwei):

Gesucht sind theoriekonsistente F -Optionspreise. Das heißt Put- und Callpreise, die, anders als in der Finanzorthodoxie, proportional zur erwarteten Volatilität nicht steigen, sondern fallen.

Bleiben Hauptziele drei und vier der Arbeit. Drittens:

Gesucht ist ein F -Modell-konsistentes Maß für die abnormale Rendite eines Assets gemessen an einer – desgleichen: näher zu definierenden – fairen Rendite.

Viertens:

Gesucht ist eine F -Modell-konsistente Anlagestrategie, die die an der Börse beobachteten Kurs- und Renditefluktuationen zu ihrem Vorteil, zur Renditemaximierung nutzt.

Auf einer etwas anderen Abstraktionsebene (als derjenigen der Haupt- und Unterziele) können additional noch folgende drei *Nebenziele* (oder Randbedingungen) der Arbeit genannt werden:

- i. Gute Anwendbarkeit des Modells beziehungsweise der Theorie (auch) in der Praxis; das heißt: keine zu hohe (unnötige) Komplexität.
- ii. Abwesenheit realitätsferner Annahmen – anders als in der Finanzklassik.
- iii. Theorie und Modell sollen neu sein, wenn nicht (ansatzweise) innovativ.

Zusammenfassend stellt die vorliegende Abschlussarbeit die *Forschungsfrage*:

„Welche Eigenschaften mag ein Finanz-, Risiko- und Investitionsmodell besitzen, in dem (1) die erwartete geometrische Rendite nicht zwingend gleich ist der aktuellen geometrischen Rendite, in dem (2) die Volatilität nicht das Risiko riskanter Anlagen ist und in dem (3) ein rascher Zinseszinsseffekt gesucht ist?“

Zu Teil eins und Teil zwei der Forschungsfrage (die im Wesentlichen die Hauptziele eins bis drei adressieren) wurde bereits einiges vorweggeschickt. Teil drei der Forschungsfrage (rascher Zinseszinsseffekt, im Wesentlichen Hauptziel vier) wird vornehmlich durch die Kapitel 5 und 14 beantwortet werden. Dort wird der Verfasser das *Konzept der Fuge* vorstellen. Das Konzept der Fuge ist der Musiktheorie entlehnt – und dort ursprünglich eine bedeutende Kompositions- und Darbietungstechnik. Das Fugenkonzept wird im Rahmen der vorliegenden Masterarbeit erstmals mit Anlagestrategien in Verbindung gebracht.

Das Fugenkonzept ist in der klassischen Musik unmittelbar assoziiert mit der sogenannten Kontrapunkttechnik, einer musikalischen Satztechnik, die zum Einsatz kommt, ist das betreffende Musikstück „polyphonisch“ – mehrstimmig. Ein herausragender Vertreter der Fugen- und Kontrapunkttechnik ist Johann Sebastian Bach.

Ein erstes Verständnis der Technik gelingt leicht, stellt man sich Folgendes vor: Eine Sängerin möchte ein Musikstück darbieten. Das Stück ist polyphonisch konzipiert, doch die Sängerin hat nur eine Stimme. Sie könnte das Stück mehrfach vortragen, leicht variiert. Das ist zeitaufwendig – und künstlerisch unbefriedigend: Die Idee der Klangbreite, die die Fuge erzeugen soll, geht völlig verloren. Oder aber, und dies ist der richtige Weg: Sie trägt das Stück im Chor vor. Hierbei ist ihre Stimme die Hauptstimme; die Sängerin trägt das sogenannte Thema der Fuge vor. Dazu „gesellen“ sich die zusätzlichen, individuellen Chorstimmen (die sogenannten Antworten oder Gegenstimmen). Diese setzen leicht zeitversetzt ein und

imitieren die Hauptstimme nicht eins zu eins (anders als im Kanon), sondern nur der Idee – dem Thema – nach; sie agieren fachsprachlich „selbstständig“.

Fuge bedeutet Variation. Intendierte Variation. Die thematische Einheit bleibt dabei erhalten. Fuge bedeutet auch: quasi- oder pseudosimultane Mehrfachnutzung einer Quelle innerhalb einer gegebenen Zeitperiode. Die Quelle ist in der Fuge das Thema. Und die Realisierung der Quelle ist stimmlicher, tonaler Art. „Mehrfachnutzung innerhalb einer gegebenen Zeitperiode“ meint schlicht, was im Beispiel explizit zu sehen war: Die Sängerin trägt das Musikstück nicht solo diverse Male vor. Sie nimmt sich einen Chor zu Hilfe – und singt das Stück ein Mal. (Natürlich kann sie diese Prozedur beliebig oft wiederholen, etwa anlässlich der Chorprobe. Der qualitativ-prinzipielle Unterschied zur Nichtfuge bleibt jedoch erhalten.)

Was mag all dies nun mit Anlagestrategien zu tun haben? Gegenfrage: Warum nicht die Kurshistorie des Assets i als Thema (Quelle, Hauptstimme) einer Fuge sehen – und Renditemetrik [E3] als Realisierung? (Renditemetrik [E3] lieferte weiter oben quantitative Wertpapieran- und -verkaufssignale. Die Metrik wird im Verlauf der Analyse „adjustierte zweite F -Ratio“ – Symbol S^t – oder auch, etwas kürzer, „adjustierte S -Ratio“ genannt werden.) Die „Chorstimmen“ entsprechen in diesem Szenario ebenfalls Renditemetrik [E3], jedoch auf Basis leicht zeitversetzter Börsenkurse. Als vorletzter Schritt ist die Stärke des „Chors“ festzulegen, die Stärke der im Folgenden sogenannten Kontrapunktschar, und als letzter Schritt: die zeitliche Taktung der Fuge. Letzteres bedeutet, dass die Frage zu beantworten ist: Terminlich wann zwischen t und $t + 1$, etwa monatlichen Zeitschritten, sollen die „Gegenstimmen“ (die [E3]-Realisierungen) einsetzen?

Kapitel 5, gegen Ende, wird anhand zweier Beispielaktien (Celgene und IBM) den Unterschied im Anlageergebnis zwischen Fuge und Nichtfuge zeigen. Auch dies vorweg: *Der Unterschied ist signifikant.* Fuge und Nichtfuge liefern unter sonst gleichen Bedingungen systematisch unterschiedlich hohe Rendite-Cashflows. *Zu Gunsten des Fugenkonzeptes.* In Kapitel 14 schließlich wird es zu einigen theoretischen Schlussfolgerungen zur Wirksamkeit des Fugenkonzeptes kommen. (Weiters werden dort einige mögliche Nutzungsstrategien des Konzeptes vorgestellt werden.) – Bleiben Kapitel 10 bis 12.

Kapitel 10 und 11 werden im Wesentlichen klären, wie der Verfasser zu zwei in Fachkreisen mitunter kontrovers diskutierten Grundsatzfragen steht: zur Frage der Spekulationsblasen (Gibt es sie?, Wann platzen sie? und so weiter) und zur Frage (des Grades) der Vorhersagbarkeit von Börsenkursen. Der Verfasser ist kurz gesagt skeptisch, dass sich Wertpapierkurse und Turbulenzen an den Kapitalmärkten präzise vorhersagen lassen. Die Theorie der fairen geometrischen Rendite unterstreicht indes, wie der Name der Theorie auch bereits andeutet, den Bedarf an Fair-Value-Modellen. An Modellen also, die weniger die Prognose als vielmehr die (rationale, objektive – faire –) Bewertung von Assets im Sinn haben; die im besten Fall aber beides „können“. In Bezug auf das Konzept der Finanzblasen wird der Verfasser anregen, diese nicht ausschließlich unter negativem Aspekt zu sehen, wie es typischerweise die Verhaltensökonomik tut (zum Beispiel Shiller, 2015; Thaler, 2015).

Kapitel 12 schließlich umfasst den zentralen Praxistest des *F*-Modells der vorliegenden Arbeit. (Zuvor und im Anschluss kommt es wiederholt zu kleineren Beispiel- und Plausibilitätsrechnungen.) Getestet wird ein Beispielpportfolio von 25 S&P-500-, das heißt US-Bluechip-Aktien. Dies anhand der Kursdaten der Börsenjahre 2015 und 2016. Die genaue Spezifikation des Tests erfolgt an Ort und Stelle in Kapitel 12. Auch der Interpretation der Testergebnisse soll hier nicht allzu sehr vorgegriffen werden. Nur so viel: Die Resultate fallen, dies lässt sich derart pauschal sagen, vielversprechend aus. Sowohl unter Rendite- als auch unter Risikoaspekten. „Vielversprechend“ auch deshalb, weil die präsentierte Anlagestrategie *wiederholbar* scheint und nicht lediglich zufällig mit den Testdaten harmoniert. Die im Schriftverlauf sogenannte *S*-Fuge-Strategie ist dezidiert nicht auf einen steigenden oder sonst wie gerichteten Markt angewiesen. Sie benötigt zur Renditegenerierung einzig und allein Börsen-typische Kursschwankungen. Und diese sind in aller Regel an den Finanzmärkten ja vorhanden. Wenn auch bedingungsweise von unterschiedlicher Intensität.

Zum Abschluss der Einleitung und zum besseren Verständnis des nun Folgenden vielleicht ein letzter Punkt: Aus welchem Grund ist die *Theorie der fairen geometrischen Rendite* im Schriftverlauf ein Mal eine „Theorie“, ein anderes Mal ein „Modell“? Oder präziser gefragt: Was, nach Auffassung des Verfassers, *ist* eine Theorie – und was ein Modell? Die Frage scheint nicht zuletzt auch mit Blick auf die

Wahl der Methode(n) zur Beantwortung der Forschungsfrage relevant; beziehungsweise: Epistemologische Sicht und Methodenwahl eines Autors scheinen nicht völlig unkorreliert. Sei Letzteres hier indes gar nicht der Punkt, sondern vielmehr die Frage nach Modell und Theorie sowie die *Nennung und Begründung* der Methodenwahl.

Ein Modell ist nach Auffassung des Verfassers zunächst einmal, wie für die meisten Menschen, schlicht eine Abstraktion von der Wirklichkeit. Eines Wirklichkeitsausschnittes, präziser formuliert, dessen Voll-Erfassung (offenbar) eine Hürde im Wege steht, ein systematischer Grund. Oder: die von vornherein nicht gewollt ist, etwa weil a priori klar ist, dass es sie (die Voll-Erfassung) nicht geben kann oder ihre Erlangung der betreffenden Person keinen Vorteil bringt. (Eine andere, hier indes nicht zu diskutierende legitime Frage ist, ob es so etwas wie objektive Realität überhaupt gibt. Respektive, abgeschwächt, zu welchem maximalen Grade diese erfahrbare ist, das heißt: nicht eigens konstruiert und damit doch wieder nur ein Abbild, ein Modell des Vorgefundenen.)

Ein gutes Beispiel für eine solche Abstraktion ist $E[\delta]$, die erwartete Steigung des arithmetischen Mittels einer Sequenz geometrischer Mittel, F (oder kurz: der fairen geometrischen Rendite, F). Die Größe $E[\delta]$ wird im F -Modell benötigt, um das erwartete geometrische Mittel zu kalkulieren, $E[G]$. Die Formel für $E[G]$ ist eine Gleichung mit zwei Unbekannten – $E[G]$ selbst und $E[\delta]$. Für $n \geq 1$ interessierende Zeitschritte lautet die Formel

$$[E4] \quad E[G_{i,t+n}] = \frac{1}{n} \left\{ \left[F_{i,t} = \frac{\sum_{t=1}^t G_i}{t} \right] \times E[\delta_{i,t+1}]^n \times [t+n] - \sum_{t=1}^t G_i \right\}.$$

Hierbei ist $E[\delta]$, etwa in der Schreibweise

$$[E5] \quad E[\delta_{i,t+1}] = \sqrt[n]{\frac{\left\{ G_{i,t}^{t+n} \times \left[\frac{G_{i,t}}{F_{i,t}} \right]^n \right\}^{\frac{1}{t+n}} \times n}{\frac{\sum_{t=1}^t G_i}{t} + 1}},$$

um mit Derman (2013, Kap. 2) zu sprechen, ein Modell, während Gesamtausdruck [E4] mehr zu sein scheint als ein Modell. [E4] ist das erwartete geometrische Mittel. Dies ließe sich, wenn auch ex post, immer wieder aufs Neue beweisen. Für jedwede Datenhistorie oder Zahlenreihe.

Anders für [E5]. Diese Formel entspricht einem (analytisch-algebraischen) Kompromiss, einer Approximation und ist auch ex post, lässt man nur ausreichend Nachkommastellen zu, stets falsch, obschon knapp. Es handelt sich um ein *Modell*. [E4] dagegen – beschreibt der Verfasser zusätzlich noch ausführlich den Kontext – ist eine *Theorie*. Oder hat zumindest das Zeug dazu.

(Der oben zitierte) Emanuel Derman ist Autor des Büchleins *Models. Behaving. Badly.*, einer lesenswerten Kritik am Modell- und Theorieverständnis der globalen Finanzindustrie. Derman ist promovierter Physiker und war langjährig (an der Seite von Finanzikone Fischer Black) als Investmentanalyst bei Goldman Sachs tätig. Zur Definition von Theorie schreibt er (Derman, 2013):

Eine Theorie vereinfacht nicht. Sie beobachtet die Welt und versucht zu beschreiben, welche Prinzipien dem Beobachteten zugrunde liegen. Eine Theorie kann richtig oder falsch sein, aber sie ist charakterisiert durch ihren Vorsatz: die Entdeckung des Wesentlichen. (S. 80)

Und weiter:

Wenn [eine Theorie] erfolgreich ist [...], beschreibt sie ihren Gegenstand so genau, dass die Theorie praktisch *ununterscheidbar von dem Gegenstand selbst* ist. Maxwells Gleichungen *sind* Elektrizität und Magnetismus, die Dirac-Gleichung *ist* das Elektron, die Beschreibung von Weinberg und Salam der schwachen und elektromagnetischen Wechselwirkungen im Standardmodell entspricht den Elektronen und Quarks fast in jedem Detail, das wir noch messen können. (S. 81)

Modelle dagegen, so Derman,

lösen sich auf, wenn man sich ihnen *zu* sehr nähert. Theorien sind irreduzibel – Fundamente, auf die sich neue Metaphern gründen lassen. Theorien sind die Sache selbst. Auch wenn man näher herangeht, gibt es nicht mehr zu sehen. Oberfläche und Objekt, Außen und Innen sind eins. (S. 81)

Der Verfasser (D.S.) schlägt nun vor, diese doch recht plausible Sichtweise auf Modell und Theorie für die vorliegende Analyse im Grundsatz zu übernehmen. Bleibt allerdings auch dann die Frage nach dem synonymen Gebrauch des Theorie- und des Modellbegriffs im Schriftverlauf. Doch dieser geschieht eben vorwiegend aus stilistischen Gründen. Eine *ständige* Wiederholung des Wortes „Theorie“ (oder gar des vollen Titels der Arbeit), um das Erkenntnisobjekt zu bezeichnen – irgendwie muss es bezeichnet werden –, kann auf diese Weise vermieden werden. Zu vertretbaren Kosten. Wesentlich mehr steckt nicht dahinter. Entscheidend

ist, den Theorie- und Modellbegriff im Vorwege geklärt zu haben. Zumal: Die Theorie der fairen geometrischen Rendite ist tatsächlich sowohl Theorie als auch Modell. Präzise gesagt verhalten sich Theorie und Modell hier zueinander rekursiv; sie bedingen, ja: befruchten einander.

Eine interessante Formel oder grafische Struktur, die ein Problem löst, ist bisweilen überraschend zügig gefunden. (Leider ist dies nicht immer der Fall. Formelensemble [37], Kapitel 4, ist ein Beispiel. Hier dauerte die Suche rund einen Monat, wobei einfachere, weniger leistungsstarke Formelversionen rasch gefunden waren.) Doch:

- Wie hängen die Dinge zusammen?
- Wie passt der neue Befund zu benachbarten, früheren, ebenso relevanten Befunden?
- Was, widerspricht die neue Formel oder grafische Struktur der Intuition?

Dann ist *Theoretisieren* gefragt. Andersherum, hat ein Autor oder eine Autorin eine bestimmte Intuition; kommt also die „Theorie von etwas“ vor dem Modell. Wie lässt sich diese dann *modellieren*, so dass Kolleginnen und Kollegen ein Verständnis ebenjener Gedanken ermöglicht wird?

Mit einem Wort: Theoretisieren und Modellieren, Modell und Theorie gehören zusammen, gehen Hand in Hand. Jedenfalls im vorliegenden Fall. Es beinhaltet hier auf den Punkt gebracht eine Theorie ein Modell. Und das Modell, eigentlich ein Satz Modelle, führt hin (oder auch zurück) auf die Theorie. Ein Kreislauf entsteht, was legitim ist, denn eine „Theorie muss nicht vollständig oder unveränderlich sein“, so vertretbar Derman (2013, S. 81).

Die den „Satz Modelle“, im Folgenden „*F*-Modell“ genannt, in der Hauptsache konstituierenden Elemente sind:

- $E[\delta]$, die erwartete Steigung der fairen geometrischen Rendite F (Kapitel 6 und 7),
- das Fugenkonzept (Kapitel 5 und 14),
- das Konzept der (adjustierten) S -Ratio (Kapitel 2 und 4) sowie
- das F -Optionspreismodell (Kapitel 3 und 13).

Der theoretische Gesamtkomplex (inklusive aller Modellkomponenten) wird kurz als „*F*-Theorie“ bezeichnet werden.

Und das methodische Vorgehen? Nun, hierzu ist zunächst festzustellen, dass die vorliegende Abschlussarbeit Methoden zur Lösung bestimmter Probleme *herausarbeiten*, nicht so sehr selbst nutzen möchte. Die oben genannten vier Modellbausteine sind *für sich genommen* Methoden. Mittels ihrer Ansetzung können Ziele erreicht werden. Dazu gehört die Schaffung einer perfekt risikolosen Anlagestrategie. Dies wird sich in Kapitel 13 erweisen. Desgleichen Renditemetrik [E3], die von nun an sogenannte adjustierte *S*-Ratio: eine Methode. Sie vermag zu zeigen, zu welcher Binärklasse, hoch oder tief, eine interessierende Zahlenreihen-Beobachtung gehört. Beim Ausgangsprozess braucht es sich nicht um eine Finanzkurshistorie zu handeln. Der Prozess mag stattdessen, um einige Beispiele zu nennen, in einem zu übertragenden (Korrektur-)Code bestehen, einer Folge Glücksspielergebnisse oder einem vom Arzt zu interpretierenden Patienten-EEG. Das Konzept der adjustierten *S*-Ratio ist insofern prädestiniert, im maschinellen Lernen, in der künstlichen Intelligenz genutzt zu werden, wo ähnliche Klassifizierungsansätze bereits zur Anwendung gelangen.

Dem ungeachtet ist die Frage nach der Wahl der Methode(n) relevant. Und der Verfasser hat bei der Bearbeitung der Forschungsfrage sehr wohl Methoden genutzt. Dies allerdings weitgehend unbewusst, intuitiv; man könnte auch sagen: natürlich. Gemäß Wickelgren (1974), *How to Solve Problems*, geht ein solches Vorgehen gänzlich in Ordnung. Erst, reicht die Intuition zur Lösung einer Problemstellung nicht aus, ist die Anwendung expliziter, bewusster angewandter Methoden angezeigt. (Hiervon handelt Professor Wickelgrens Büchlein. Wayne Wickelgren wirkte als Psychologe unter anderem an den Universitäten Harvard und Columbia. Er starb 2005.) Der Autor schreibt folgende in diesem Kontext interessante Passage (Wickelgren, 1974):

Es besteht kein Grund, in die zeitaufwendige, bewusste Analyse eines Problems einzusteigen, wenn Sie auch *unmittelbar* zu guten Ideen zur Problemlösung gelangen können. Fahren Sie einfach fort, lösen Sie das Problem „natürlich“. Jedoch, nachdem Sie das Problem gelöst haben, oder besser noch: währenddessen, analysieren Sie, was Sie tun. Es wird Ihre Sinne für Problemlösungs-Methoden deutlich schärfen, und Sie entdecken möglicherweise neue Methoden oder neue Anwendungen für alte Methoden. (S. 6; Übersetzung und Hervorhebung D.S.)

Etwas Weiteres kommt hinzu: Wie wahrscheinlich ist es, dass das betreffende Problem überhaupt methodisch lösbar ist? Oder anders gefragt: Ist das Problem ein formelles Problem? Denn andernfalls: Wer nimmt für sich in Anspruch, in jedem Fall zu einem wissenschaftlichen Durchbruch zu gelangen? (Das heißt: den absenten Lösungsansatz selbst zu schaffen und das Problem zu lösen.) Ein wissenschaftlicher Durchbruch, der notwendig wird, ist das Problem zwar akademisch relevant, aber kein formelles Problem, lässt sich nicht einfach fest einplanen, auch wenn er – womöglich – viel häufiger angestrebt werden sollte (statt durch immer neue ökonometrische Tests tradierter Finanzmodelle zum Problem der Überpublikation beizutragen).

Wickelgren (1974, S. 2) definiert formelle Probleme (*formal problems*) konkret als mathematische Such- oder Beweisprobleme (*find or proof problems*). Nicht zur Menge der formellen Probleme gehört, so der Autor, neben persönlichen Problemen des Typs „Soll ich A oder B heiraten?“ oder „Soll ich studieren?“ das Problem, ein interessantes Axiomensystem oder eine neue mathematische Theorie zu entwickeln. Problemstellungen dieser Art sind prinzipiell lösbar, aber nicht – oder kaum – methodisch. Von einer Methode, die in solchen (schlecht spezifizierten) Fragen sicher zum Erfolg führt, hätte man gehört.

Als klassisches Beispiel für ein formelles Problem nennt Wickelgren den Bau einer Flussbrücke, da hier die Ausgangssituation, die möglichen Konstruktionsmaterialien, die notwendigen Baumaßnahmen und das Ziel gut spezifizierbar sind. Weiters zählen die meisten (vom Autor sogenannten) *puzzle problems* zu den formellen Problemen: smarte Züge im Schachspiel, eine Hausaufgabe in Algebra, mathematische Beweisprobleme, Fragen der Optimierung in der Mechanik, Probleme der formellen Logik und so weiter.

Die weiter oben postulierte Forschungsfrage der Masterarbeit ist, sofern (durchaus korrekt) verstanden als Forderung nach einem neuen Theoriemodell, kein formelles Problem im vorgenannten Sinn. Rückblickend tut der Verfasser daher gut daran, die Problemstellung

- zergliedert (dreiteilig) sowie
- im Rahmen eines Zielsystems (mit Haupt- und Unterzielen)

bearbeitet zu haben. Auf diese Weise – hier intuitiv angewandt, von Wickelgren in seinem Büchlein aber (neben anderen Techniken) auch beschrieben – kann ein *informelles* wissenschaftlich relevantes Problem in mehrere *formelle* Teilprobleme verwandelt werden. Das Gesamtproblem wird einfacher (sukzessive) lösbar. Die Frage nach „ $E[\delta]$ “, um nur eine Teilfrage herauszugreifen, ist ein formelles Problem, genau gesagt: ein algebraisches Suchproblem.

Natürlich kann es an dieser Stelle nicht darum gehen, weiter in die Gedanken Wickelgrens einzuführen. Darstellung 1d, unten, indes gewährt eine Vorstellung der *Technik der Unterzielsetzung* (Wickelgren, 1974, Kap. 6), die hier – zunächst intuitiv, dann in der Rückschau anlässlich der Befassung mit Methoden – recht hilfreich gewesen ist, wenn sie die Beantwortung der Forschungsfrage nicht gar erst ermöglicht hat.

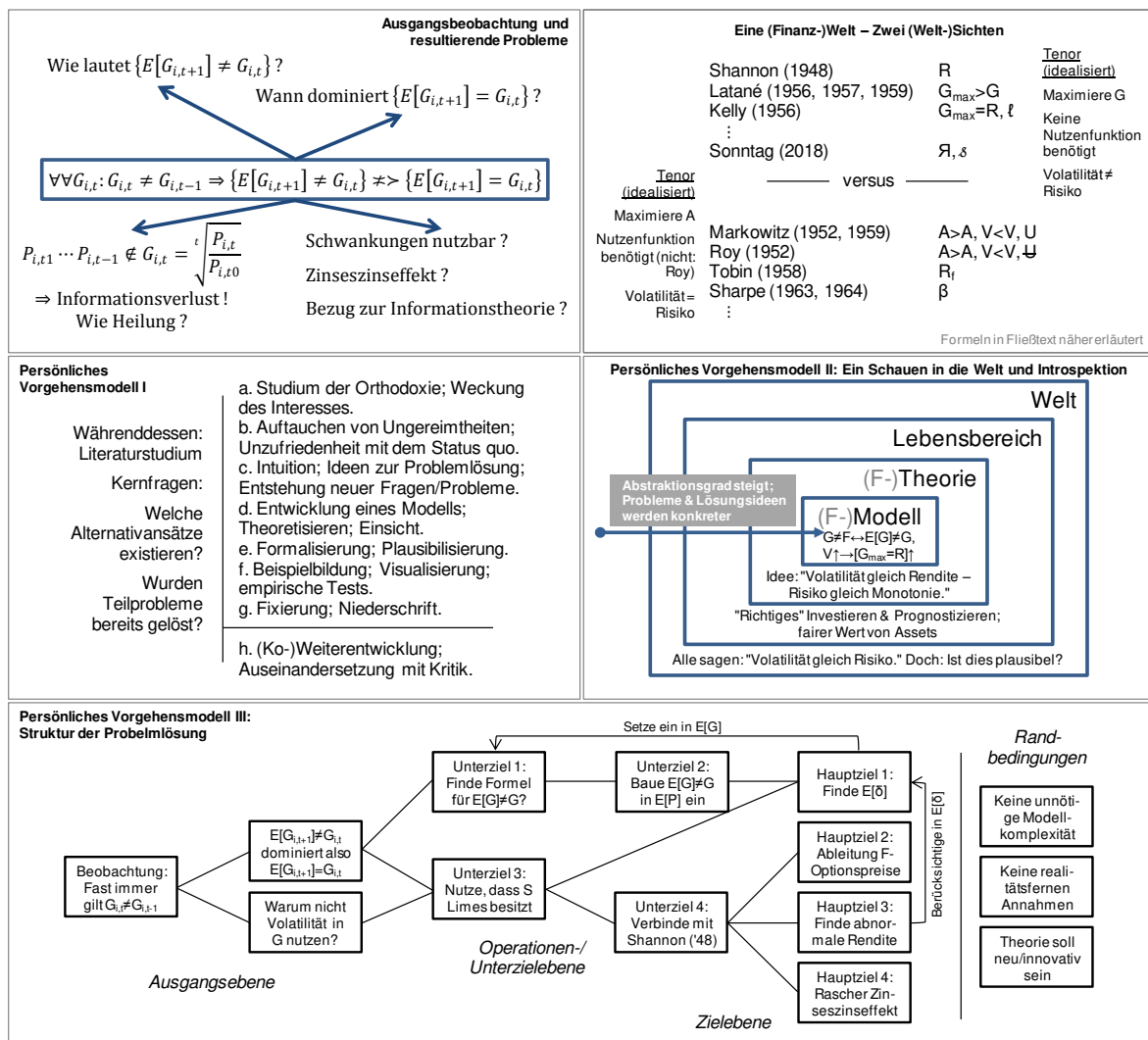
Gesamtdarstellung 1d fasst

- die ursprüngliche Motivation der Arbeit (oben links),
- die zwei relevanten Denkschulen (oben rechts) sowie
- das persönliche Vorgehensmodell des Verfassers (Mitte und unten)

noch einmal grafisch zusammen. Das Schaubild ist selbsterklärend aufgebaut. Gelingt kein sofortiges, vollumfängliches Verständnis, ist dies unproblematisch. Das Gesamtbild zu erhellen, die Forschungsfrage zu beantworten ist Aufgabe des nun folgenden Hauptteils der Masterarbeit.

Der Verfasser dankt aus guten Gründen und sehr bescheiden auf das Herzlichste seinem Prüfer und Betreuer dieser Arbeit:

Herrn Brigadier Dr. Johannes Kainzbauer.



Darstellung 1d Die *F*-Theorie lehnt die allgemein akzeptierte Vorstellung, dass die Volatilität das Risiko risikanter Anlagen sei, ab. Sie behauptet stattdessen, die Finanzmarktvolatilität konstituiere umgekehrt die maximal erreichbare geometrische Rendite ($G_{max} = R$). Die *F*-Theorie greift, um ihren Punkt zu machen, neben eigenen Ideen, auf informationstheoretische Erwägungen (zentral Shannon, 1948) zurück. Das Schaubild gewährt einen ersten Eindruck der Vorgehensweise und Motivation (theoretische Probleme im Zusammenhang mit dem geometrischen Mittel) der vorliegenden Analyse.

2 S-Ratio und kritischer Renditebeitrag

Startpunkt des F -Modells ist die geometrische Rendite in der aus Einleitung und Text-Anhang 3.3 bereits bekannten Form

$$[13] \quad G_{i,t} = [P_{i,t}/P_{i,t0}]^{1/t} = \sqrt[t]{\frac{P_{i,t}}{P_{i,t0}}}.$$

P ist der Börsenkurs des Assets i zum Zeitpunkt t . „Richtiger“ wäre eigentlich die Notation

$$[14] \quad G_{i,t} = \left[\sqrt[t]{\frac{P_{i,t}}{P_{i,t0}}} - 1 \right] \times 100,$$

doch hier ergeben sich neben positiven auch negative Zahlen sowie Zahlen nahe null. Beides kann die Gesamtrechnung erheblich stören (in der Hauptsache bei Divisionen), so dass [13] die Schreibweise der Wahl ist.¹

Das F -Modell befasst sich mit Kurshistorien, das heißt Zeitreihen. Ein Beispiel: Hat eine Analystin 144 Datenpunkte gesammelt, etwa Monatsschlusskurse, so dass $t = 143$ (da t ja bei null beginnt), dann könnte sie der erwartete Assetpreis in $t = 144$, einen Monat später, oder $t = 155$, ein Jahr später, interessieren. Die Differenz zwischen zukünftigem und aktuellem t lässt sich als $(T - t) = n$ bezeichnen. Die Analystin kann nun rechnen

$$[15] \quad E[P_{i,t+n}] = P_{i,t0} \times G_{i,t}^{t+n}$$

mit $E[P]$ als erwartetem Assetpreis. Diese Formel tauchte auch schon in Text-Anhang 5.1 als [6] auf (in Ex-post-Form). Das ebendort thematisierte „Informationsproblem in G “² lässt sich – in einem ersten von zwei Schritten – durch Bildung von F lindern, der „fairen geometrischen Rendite“:

¹ Hat sich Asset i innerhalb von fünf Perioden ($t = 5$) von 125 auf 98 Euro zurückentwickelt, lautet G also nicht minus 4,75 (Prozent), sondern 0,9525, was ja minus 4,75 Prozent entspricht (aber eben eine positive Zahl ist).

² Das Informationsproblem in G besteht kurz gesagt darin, dass die Formel für die geometrische Rendite ausschließlich das Anfangs- und das Endglied einer Kurshistorie berücksichtigt, $P_{i,t0}$ und $P_{i,t}$. Nicht jedoch deren Zwischenglieder: $P_{i,t1}$ bis $P_{i,t-1}$. Jegliche Information, die (mutmaßlich) in die Zwischenglieder inkorporiert ist – im Kern: die Frage, ob und zu welchem Grade die Kurshistorie volatil war –, fließt nicht in das rechnerische Endergebnis ein. Missiakoulis, Vasiliou und Eriotis (2007) weisen korrekt auf diese Schwäche der geometrischen Rendite hin.

$$[16] \quad F_{i,t} = \frac{\sum_{t1}^t \sqrt[t]{\frac{P_{i,t}}{P_{i,t0}}}}{t} = \frac{G_{i,t1} + \dots + G_{i,t}}{t} = \frac{\sum_{t1}^t G_i}{t}.$$

Formel [16] bildet das arithmetische Mittel einer Sequenz geometrischer Mittel.³ Schritt zwei zur Linderung des Informationsproblems in G wird im Übrigen in der Fortschreibung der Größe F , die – anders als G – (nahezu) nicht fluktuiert, in die Zukunft liegen. Dieser Punkt wird in Kapitel 6 angegangen werden.

Eine nächste interessante Größe ist die „ F -Ratio“, die wie folgt definiert sein soll:

$$[17] \quad f_{i,t} = \frac{\sqrt[t]{\frac{P_{i,t}}{P_{i,t0}}}}{\frac{\sum_{t1}^t \sqrt[t]{\frac{P_{i,t}}{P_{i,t0}}}}{t}} = \frac{G_{i,t}}{F_{i,t}}.$$

Die F -Ratio bezieht die aktuelle geometrische Rendite (Dividend) auf die aktuelle faire geometrische Rendite (Divisor). Sie zeigt einfach gesagt, wie oft die faire geometrische Rendite in der geometrischen Rendite enthalten ist. Ist $f_{i,t}$ größer eins, kann dies ein Hinweis auf einen Wachstumstitel sein, vergleichbar mit Amazon in Text-Anhang 5.2. Ist $f_{i,t}$ kleiner eins, mag es sich um einen Valuetitel handeln (analog Apple). Anders ausgedrückt misst die F -Ratio den Wertbeitrag, den die geometrische Rendite zur fairen geometrischen Rendite leistet. Dieser ist größer oder kleiner eins, in seltenen Fällen respektive Phasen gleich eins (wenn $G = F$).

Die Trends „ $f > 1$ “ und „ $f < 1$ “, die sich aus Formel [17] ergeben, sind mittel- bis langfristig andauernd, da das G eines Assets meist monate- oder jahrelang konstant über (unter) seinem F liegt. Weil für den Kurserfolg eines Wertpapiers wichtiger ist, ob G steigt oder fällt, als ob G über oder unter F liegt (vergleiche Text-Anhang 5.2), besitzt der rein numerische (absolute) Wert der F -Ratio lediglich begrenzte, spezifische Aussagekraft. Er sagt über die zukünftige Entwicklung des betreffenden Assets ebenso viel oder wenig aus wie der aktuelle Stand der geometrischen Rendite. Beide Größen erscheinen im Übrigen auch grafisch, als Kurve dargestellt praktisch identisch (auf eine Abbildung sei hier verzichtet). Kurzum:

³ Die Summation der G s über dem Bruchstrich beginnt in $t1$, da in $t0$ rechnerisch noch kein G vorhanden sein kann. Das erste G entspricht überdies r (gleich $P_{i,t1}/P_{i,t0}$), einer gewöhnlichen Periodenrendite, weil der Wurzelexponent hier eins ist.

Die F -Ratio gibt zunächst einmal nur Auskunft darüber, ob F *prinzipiell* steigt oder fällt (weil G darüber oder darunter rangiert). Diese Information lässt sich ökonomisch interpretieren, anhand der in Text-Anhang 5.2 angedachten Growth-Value-Dichotomie (vergleiche dort auch Fußnote 125).

In Opposition dazu kurzfristig aussagekräftig ist die „zweite F -Ratio“ (S) oder kurz „ S -Ratio“:

$$[18] \quad S_{i,t} = \frac{\frac{G_{i,t}}{F_{i,t}}}{\frac{G_{i,t-1}}{F_{i,t-1}}} = \frac{f_{i,t}}{f_{i,t-1}}, 0 \leq S \leq \infty.$$

Hier wird die aktuelle F -Ratio auf die F -Ratio ein t zuvor bezogen. Das Besondere an S ist, dass dieses Maß – unter Schwankungen – gegen einen festen Grenzwert, eins, konvergiert; es gilt

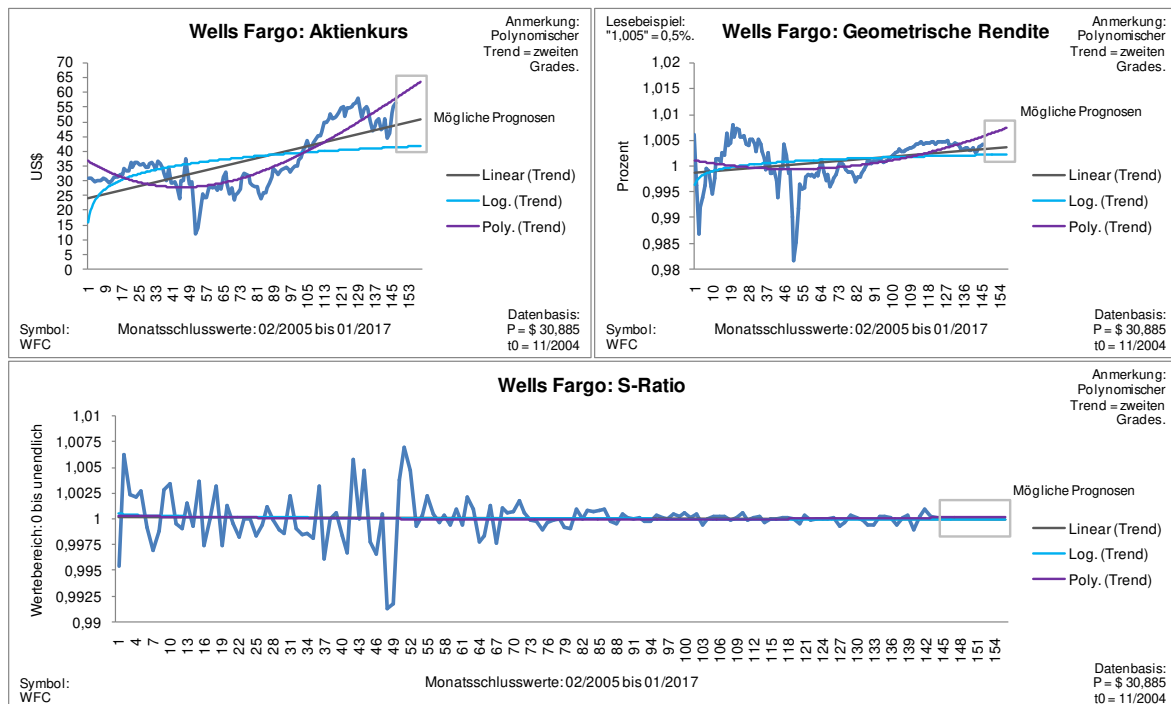
$$[19] \quad \lim_{t \rightarrow \infty} S_{i,t} = 1.$$

Technisch gesprochen misst die S -Ratio den Grad relativer Modulation in f von einem Zeitpunkt t zum nächsten. Die F -Ratio eines Assets mag längere Phasen unverändert größer oder kleiner eins lauten. Das heißt jedoch nicht, dass keinerlei Variation in f läge oder dass diese keine Bedeutung hätte. Im Gegenteil steigt und fällt die F -Ratio permanent. Und die S -Ratio misst diese Schwankungen.

Wie lässt sich die Modulations- und Konvergenzeigenschaft von S interpretieren? Darstellung 12 zeigt Aktienkurs, geometrische Rendite und S -Ratio eines beliebigen US-Bluechips. Im jeweiligen grauen Kästchen werden einige Prognosen gewagt, einfache Regressionstrends, wo die betreffende Kurve in zwölf Monaten (ab Feber 2017) stehen könnte. Aktienkurs und geometrische Rendite offenbaren (nicht wirklich überraschend), dass genaue Prognosen hier im Grunde nicht möglich sind. Die Vergangenheit lässt keinen zuverlässigen Schluss auf die Zukunft zu; beide Größen, Kurs und geometrische Rendite, werden sich beliebig weiterentwickeln.

Nicht so S : Die Schwankungen der S -Kurve heben sich im Zeitablauf wechselseitig auf, so dass „eins“ die beste Schätzung ist, für jedweden zukünftigen Zeitpunkt. Natürlich wird die S -Ratio der Beispielaktie Ende Jänner 2018 allenfalls zufällig

genau bei (oder sehr nahe) eins liegen,⁴ doch das ist nicht der Punkt. „Eins“ ist die beste Schätzung, da S sich eben auf diesen Wert einpendelt.⁵ Nun fällt auf (siehe weiter Darstellung 12), dass $S_{i,t}$ den Ziel- und Idealwert eins unentwegt seltsam verfehlt, wenn es Abweichungen davon, die sich in $t - 1$ ergeben haben, korrigiert. Wie mag dies zusammenhängen?



Darstellung 12 Aktienkurse und -renditen scheinen *per se* nicht genau prognostizierbar; Wells Fargo ist keine Ausnahme. Die beste Schätzung für die S -Ratio dagegen lautet stets „eins“. (Kurse: www.nasdaq.com.)

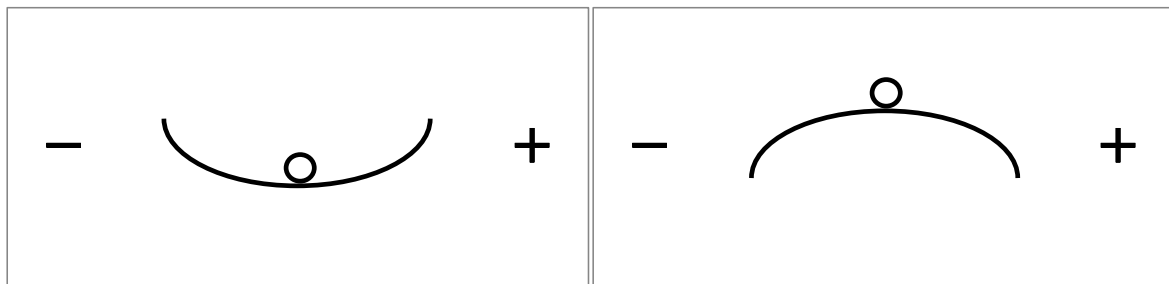
Zunächst einmal repräsentiert $S = 1$ ein *normatives ökonomisches Gleichgewicht*; damit sei als Erklärung begonnen.⁶ Da sich Abweichungen hiervon im Zeitablauf gegenseitig aufheben, erscheinen ebendiese rückblickend bis zu einem gewissen Grad unnötig. Tatsächlich aber kann ein dauerhafter Zustand $S = 1$ auch zum Bankrott, zur schleichenden Entwertung des betreffenden Assets führen – respektive zu völlig unrealistischem „Megawachstum“. Wann dies jeweils der Fall ist, wird weiter unten geklärt werden. Jetzt bereits lässt sich sagen: Das normative Gleich-

⁴ Hinweis: Diese Passagen wurden Anfang des Jahres 2017 verfasst.

⁵ Die *Weise*, in der sich S auf die Zahl Eins einpendelt, genügt streng mathematischen Konvergenzkriterien für Grenzwerte möglicherweise nicht. Das bleibt an dieser Stelle jedoch ohne Konsequenz: S *pendelt sich ein*, und mehr braucht für die Zwecke hier, zumindest fürs Erste, nicht zu interessieren.

⁶ „Normatives ökonomisches Gleichgewicht“ soll hier keinen feststehenden Begriff darstellen. Gemeint ist einfach ein Gleichgewicht im Wortsinn in einem Wirtschaftskontext. Das Gleichgewicht ist gewünscht, gewollt. Warum, wird im Folgenden geklärt werden.

gewicht $S = 1$ ist nur unter bestimmten Bedingungen zugleich auch *stabil*. Andernfalls ist es *labil*. Darstellung 13 veranschaulicht diesen Gedanken.



Darstellung 13 Ein ökonomisches Gleichgewicht kann in seinen Fluktuationen stabil (links) oder labil (rechts) sein. (Darst. ähnlich Felderer & Homburg, 2005, S. 13; die Autoren zeigen ein drittes – „indifferentes“ – Gleichgewicht. Vergleiche zur Stabilität komplexer Systeme insbesondere auch Haken, 2006, sowie Haken & Portugali, 2015.)

Das normative Gleichgewicht $S = 1$ ist zu einem beliebigen Zeitpunkt t in der Regel nicht verwirklicht, das heißt, es ist nicht simultan auch ein positives Gleichgewicht. Da Ist- und Sollwert nun ungleich sind, und da die S -Ratio andererseits langfristig grafisch und numerisch der Eins zustrebt, ist die beste Schätzung für $t + n$ (mit $n \geq 1$) eben $S = 1$. Diesem Wert wiederum ist eine bestimmte erwartete geometrische Rendite zugeordnet – und (damit) ein bestimmter erwarteter Assetpreis.

Einen weiteren Zugang zur S -Ratio erlaubt Darstellung 14. Diese zeigt verschiedene Verläufe der Disney-Aktie am US-Markt zwischen Feber 2005 und Jänner 2017. Im oberen Teil der Abbildung ist der tatsächliche Aktienverlauf zu sehen, Mitte und unten sind simuliert. Das Wertpapier erreichte (faktisch) Ende Jänner 2017 einen Kurs (P) von knapp 111 (genau: 110,65) US-Dollar. Die schlussmonatliche geometrische Rendite (G) lag bei 1,00975 in [13]-Schreibweise – das heißt: 0,975 Prozent.⁷ Beides ist bei näherem Hinsehen oben links im Bild auch (in etwa) zu erkennen; der Endkurs der Aktie ist schwarz umrandet. Oben rechts in der Grafik sind die entsprechenden Kurvenverläufe der Periodenrendite (r) und der Varianz (V) zu sehen. Die Varianz steigt merklich rund um Beobachtung „49“ – Herbst 2008, Höhepunkt der US-Bankenkrise – und verbleibt dann relativ hoch.

Interessant ist, dass die geometrische Rendite der Disney-Aktie schon einmal nahezu exakt bei 0,975 Prozent lag, nämlich Ende Dezember 2006, bei 0,976 Pro-

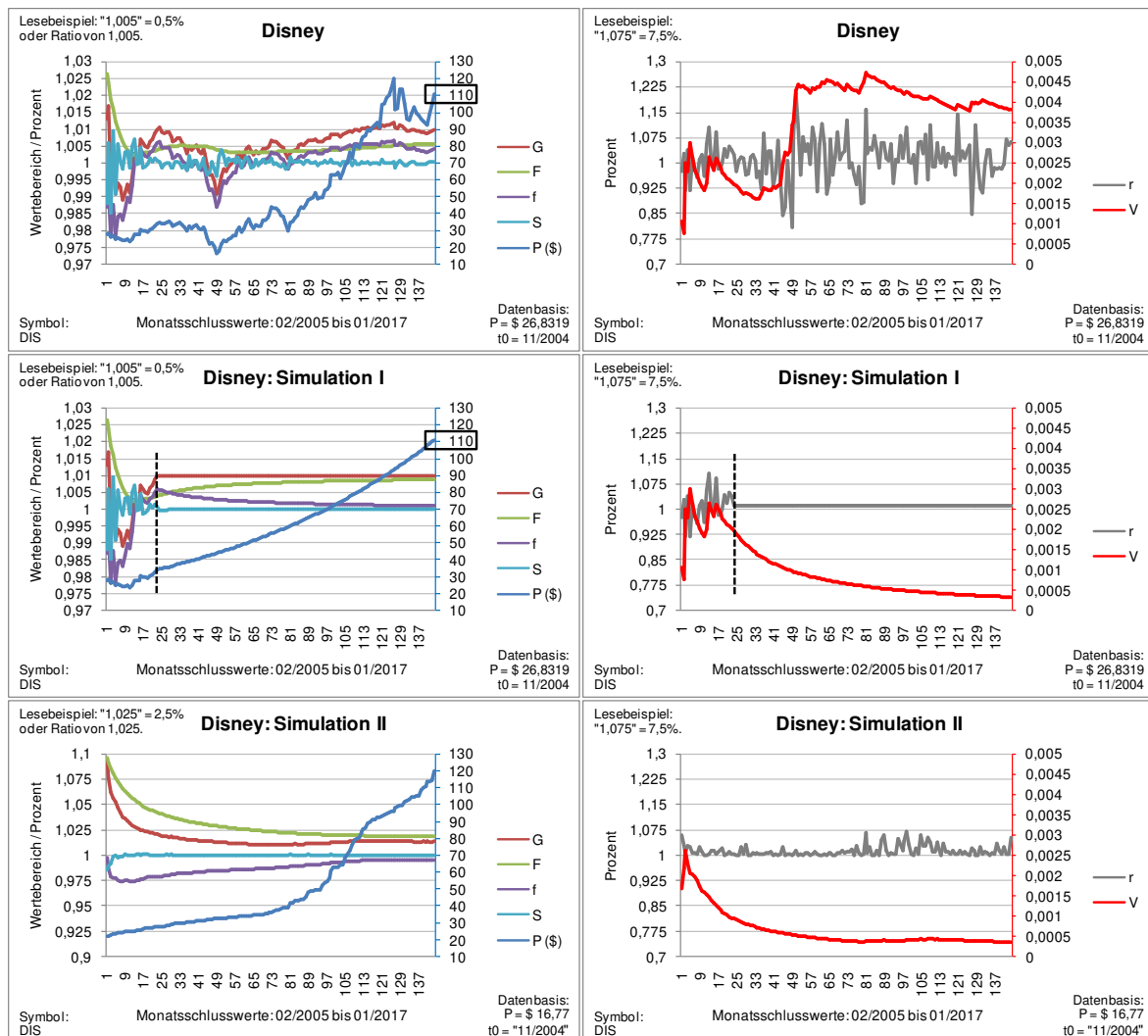
⁷ Dieser Wert ergibt sich (nur dann), wenn t_0 Ende November 2004 ist. Kurs P lag zu diesem Zeitpunkt bei 26,8319 Dollar.

zent. Die gestrichelte Linie in der Mitte von Darstellung 14 markiert diesen Zeitpunkt. Simuliert man nun, wie in der Grafik geschehen, dass es bei dieser geometrischen Rendite bleibt, so lautet der Endkurs Disneys Ende Jänner 2017 wiederum knapp 111 (genau: 110,84) US-Dollar (erneut schwarz umrandet). Zeitlich ab der gestrichelten Markierung (präzise: einen Monat später) gilt $G = r$ (eben in Höhe von 0,976 Prozent), weil ab hier $V = 0$ ist. Die Varianzkurve sackt nur deshalb nicht sofort auf null ab, weil sie noch „alte“ Varianz (das heißt von vor der Markierung) „vor sich herträgt“. Die arithmetische Rendite A (nicht im Bild), der Durchschnitt aller Periodenrenditen r , nebenbei bemerkt, konvergiert ab dem fingierten Verlauf gegen $G = r$, da ja gilt (siehe Text-Anhang 3.3): $G \cong A - V/2$. Geht V aber wie hier gegen null, strebt A gegen $G = r$.

Vergleicht man den Aktienkurs links oben (real) und Mitte links (simuliert), wird deutlich, dass alle Schwankungen zwischen Dezember 2006 und Jänner 2017 rückblickend im Grunde „vergeblich“ waren, vermeidbar, redundant. Der Endkurs Disneys, rund 111 Dollar, wäre auch dann erreicht worden, wäre es ab der Markierung bei $G = r = 0,976\%$ geblieben. Natürlich war dies unter keinen Umständen vorauszusehen, durch kein Prognosemodell, auch nicht das im Folgenden weiter zu präzisierende F -Modell. Allerdings zeigt Simulation I – und dies ist der Punkt –, dass eine Situation, in der S konstant dicht bei eins liegt (siehe Kurvenverlauf), *wünschenswert und stabil* sein kann – ein gleichgewichtsorientierter Prozess.

Bevor es im Folgenden um weitere Fragen zur zweiten F -Ratio und um das Warum der Abweichungen vom Idealwert $S = 1$ geht, kurz zu Simulation II. Hier wurden alle vorhandenen Aktienkurse in aufsteigender Reihenfolge sortiert, vom geringwertigsten (16,77 Dollar) zum höchsten (120 Dollar). Simulation II kennt keine negativen Renditen, was sich rechts unten in Darstellung 14 anhand von r auch gut erkennen lässt: Die Periodenrendite schlägt ausschließlich nach oben, ins Plus aus; die Varianz fällt fast durchgehend. Aufschlussreich an dieser Simulation ist, dass ein erfolgreiches Wertpapier nicht unbedingt eine steigende geometrische Rendite benötigt (beachte den größtenteils sinkenden Kurvenverlauf). Es ist zwar unmittelbar erklärlich, dass die geometrische Rendite, soll der Assetpreis steigen, positiv sein muss, das heißt: größer eins im Sinne Formel [13]. Aber sie braucht nicht notwendigerweise zu steigen, wenngleich dies zu noch höheren Kurssteigerungen führt.

Die faire geometrische Rendite (F) in Simulation II ist mit 1,815 Prozent die relativ höchste, da dieser Aktienverlauf – im orthodoxen Sinn – der am wenigsten risiko- reiche ist. Es folgen Simulation I mit 0,875 Prozent und der faktische Verlauf der Disney-Aktie mit 0,568 Prozent. In beiden Simulationen nähern sich jeweils G und F sowie f und S einander an, wobei S gegen eins geht. Ist ein solcher Konvergenzprozess im Übrigen einmal vollzogen, gilt – muss gelten – $E[G] = G$ (wegen $G = F$, vergleiche Einleitung).



Darstellung 14 Der Verlauf der Disney-Aktie, faktisch und als Simulation: Der (reale) Kurs Ende Jänner 2017 von rund 111 US-Dollar (links oben) wäre auch dann erreicht worden, hätte sich die geometrische Rendite zwischen Dezember 2006 und Jänner 2017 nicht mehr verändert (Mitte links). Die S -Kurve wird in einem solchen Fall zu einem geraden Strich. (Kurse: www.nasdaq.com.)

Bleibt die Frage, warum ein konstanter Zustand $S = 1$ auch zum schleichenden Ruin eines Assets respektive zu dessen „Mondwachstum“ (Exponentialwachstum) führen kann. Die Antwort lautet schrittweise wie folgt: $S = 1$ ist für $t + 1$ in der Re-

gel ein wünschenswertes Ergebnis. Dies gilt jedoch nicht notwendig auch für $t + n$ mit $n > 1$, also immerfort für Zeitpunkte, die weiter in der Zukunft liegen als nur eine Periode. $S = 1$ ist lediglich die *naheliegendste Schätzung*, sowohl für $t + 1$ als auch für $t + n$. Nur für $t + 1$ ist es (wie erwähnt: meist) gleichzeitig auch ein normatives Ergebnis, da $S = 1$ hier ja bedeutet, dass eine mögliche Abweichung davon in t nun in Richtung Grenz- und Mittelwert eins korrigiert wird. Es lässt sich zum aktuellen Zeitpunkt t aber nicht *per se* sagen, dass die S -Ratio von nun an nur noch gleich eins lauten sollte. Moderate Schwankungen mögen wünschenswert und sogar erforderlich sein. Im Grenzfall (allerdings auch nur dort) droht sonst der Kollaps des Assets, eine Situation, die rechts in Darstellung 13 stilisiert ist.

Durch ein bestimmtes S in $t + 1$, etwa „eins“, werden auch eine bestimmte erwartete geometrische Rendite und (damit) ein bestimmter erwarteter Assetpreis erzeugt. In der Simulation rechts in Darstellung 15 führt dies zu einem kuriosen Kursverlauf P , wenn auch noch nicht zu Megaverfall oder -wachstum.⁸ Der Punkt lässt sich anhand des Graphen trotzdem gut veranschaulichen. Die Kurve steigt zunächst monoton an, dann fällt sie monoton. Der Wert Z , die schwarze Kurve, errechnet sich folgendermaßen:

$$[20] \quad Z_{i,t} = \frac{f_{i,t} + E[G_{i,t+1}]}{2}.$$

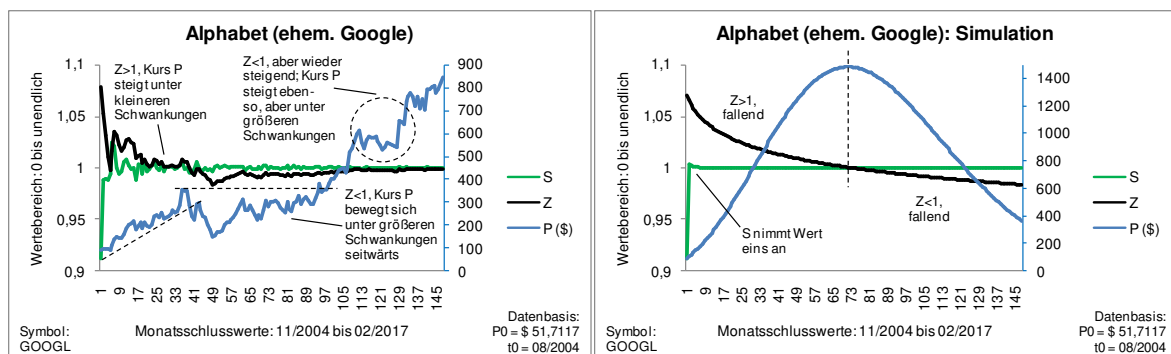
Z , der „kritische Renditebeitrag“, ist rechnerisch ein arithmetisches Mittel, und zwar der F -Ratio in t sowie der erwarteten geometrischen Rendite in $t + 1$.⁹ Ist Z größer eins, etwa mal steigend und mal fallend, aber immer größer eins, dann steigt auch der Börsenkurs, wenngleich unter (dann offenbar: moderaten)

⁸ Nachtrag bei Redaktionsschluss dieser Arbeit: Die „kuriose“ Preiskurve rechts in Darstellung 15 zeigt – interessanterweise – exakt den Verlauf der sogenannten Maxwell-Boltzmann-Verteilung. Die Maxwell-Boltzmann-Verteilung ist eine statistische Wahrscheinlichkeitsverteilung. Sie wurde benannt nach den berühmten Physikern James Maxwell (gestorben 1879) und Ludwig Boltzmann (gestorben 1906). Die Maxwell-Boltzmann-Verteilung misst die Partikelgeschwindigkeit eines idealen Gases in einem abgeschlossenen Container. Die Kurve wird breiter beziehungsweise höher in Abhängigkeit der Temperatur des betrachteten Systems sowie der Masse der Partikel. Das Maximum der Kurve entspricht der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit der Partikel. Yakovenko und Rosser (2009) übertragen das Konzept auf makroökonomische Geld-, Verteilungs- und Gerechtigkeitsfragen.

⁹ Dann werden natürlich Äpfel mit Birnen verglichen, f mit $E[G]$. Das soll bei der Mittelwertbildung eigentlich nicht sein. In diesem Fall geht es aber in Ordnung, da es hier lediglich darum geht – das ist der Kern –, eine bedeutungsvolle (relevante) Zahl zu generieren, die einerseits mit der Rendite zusammenhängt und andererseits um den Wert eins schwankt. Die Variablen f und $E[G]$ „ringen“ in der Gleichung quasi miteinander, um es plastisch zu machen, und zwar darum, ob die Zahl Eins erreicht (und gehalten) oder gar übertroffen wird. Dass dies passieren wird, ist – siehe Kurvenverlauf – nicht selbstverständlich. Daher die Bezeichnung „kritisch“.

Schwankungen. Eine solche (faktische) Situation ist links in Darstellung 15, im linken Diagrammdrittel zu sehen.

Die Graphen in der rechten Hälfte von Darstellung 15 sind simuliert; S ist hier konstant gleich eins gehalten. Dabei ist deutlich erkennbar, dass Z größer eins („positiv“) sein muss, damit der Kurs steigt. Besäße auch Z (größer eins) einen steigenden Verlauf, so würde der Aktienkurs explodieren; es käme zu exponentiellem (eben „Mond“-)Wachstum. Sobald Z hingegen den Wert eins unterschreitet („negativ“ wird), fällt auch P . Kurs P fällt umso mehr, je steiler der kritische Renditebeitrag Z fällt.¹⁰



Darstellung 15 Ein kritischer Renditebeitrag Z größer eins lässt den Wertpapierkurs prinzipiell steigen (siehe Teildarstellung rechts). Fluktuationen sind aber auch dann möglich und normal, siehe linke Grafikhälfte, linkes Drittel. In der Simulation rechts wurden alle Fluktuationen eliminiert; die S -Ratio lautet hier konstant gleich eins. (Kurse: www.nasdaq.com.)

Zurück zur zweiten F -Ratio (S): Welcher erwartete Assetpreis $E[P]$ lässt S in $t + 1$ nun gleich eins werden? Dieser ganz bestimmte Kurs lässt sich anhand des folgenden Gleichungssystems ermitteln:

$$[21a] \quad E[G_{i,t+1}] = \sqrt[t+1]{\frac{E[P_{i,t+1}]}{P_{i,t0}}},$$

$$[21b] \quad E[F_{i,t+1}] = \frac{\sum_{t=1}^t G_i + E[G_{i,t+1}]}{t+1},$$

$$[21c] \quad \frac{E[G_{i,t+1}]}{E[F_{i,t+1}]} = f_{i,t+1} = f_{i,t}.$$

Operation [21c] führt wegen [18, hier ex ante], $f_{i,t+1}/f_{i,t}$, zu $S_{i,t+1} = 1$. Das Gleichungssystem enthält drei Unbekannte, $E[G]$, $E[P]$ sowie $E[F]$, und ist problemlos

¹⁰ Formel [20] lässt rein algebraisch einige interessante Zusatzüberlegungen zu. Beispielsweise gelten parallel zu [20] auch: $E[G] = 2Z - f$ sowie, wegen $G \cong A - V/2$ (siehe Text-Anhang 3.3), $E[A] \cong 2Z - f + V/2$.

zu lösen – allerdings mit ein wenig Aufwand. Dieser Aufwand lässt sich offenbar einsparen, indem man wie folgt – mit lediglich einer Formel, [22a] – rechnet:

$$[22a] \quad E[P_{i,t+1}] = E[P_{i,t+1}|\bar{G}] \times f_{i,t}$$

mit

$$[22b] \quad E[P_{i,t+1}|\bar{G}] = P_{i,t0} \times \bar{G}_{i,t}^{t+1}$$

und

$$[22c] \quad \bar{G}_{i,t} = G_{i,t} = E[G_{i,t+1}].$$

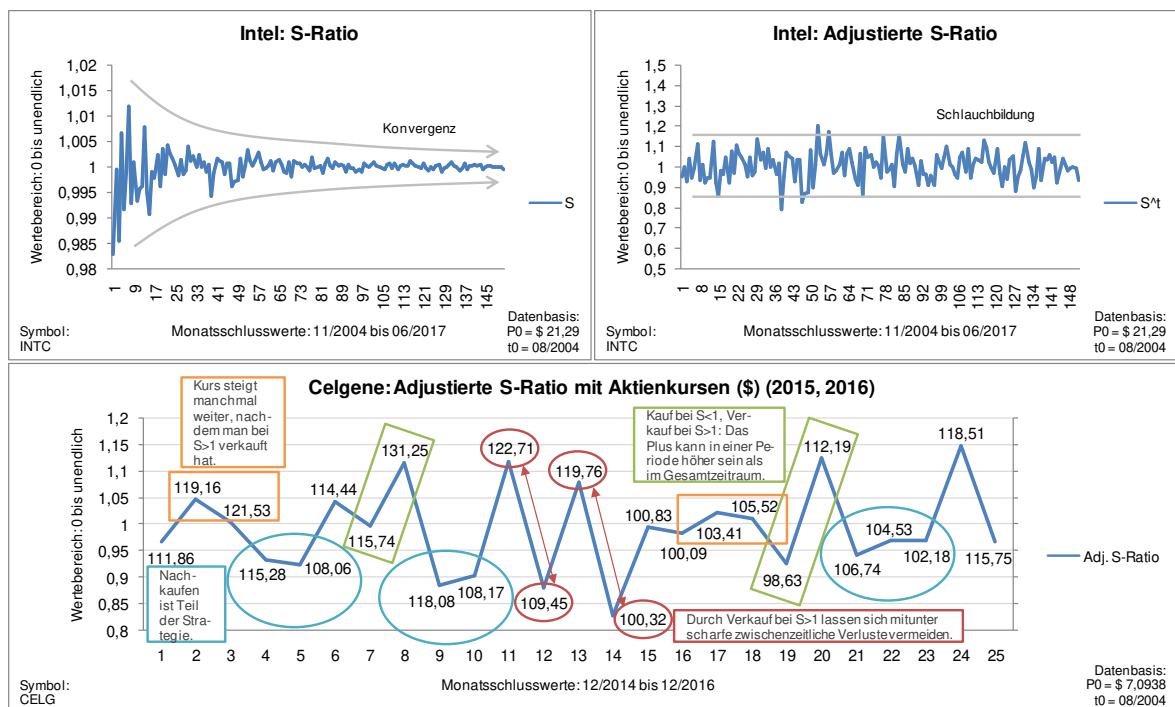
Der Strich über dem G zeigt an, dass die aktuelle geometrische Rendite hier konstant gehalten wird, sie gilt also auch für $t + 1$. Der erwartete Assetpreis, der daraus resultiert, führt in $t + 1$ allerdings *nicht genau* zu $S = 1$, sondern nur in die Nähe. Für den gewünschten Ausgleich sorgt die Multiplikation $E[P]$ s mit f , der F -Ratio. Diese Multiplikation ist in Gleichung [22a] zu sehen. Der Kurs, der sich aus dieser Rechenoperation ergibt, führt – wie Methode [21] – exakt zu $S = 1$. (In beiden Fällen wird minimales Runden erforderlich sein, etwa von 0,99999... auf eins.)

Nun bringt die Konvergenzeigenschaft der S -Ratio auch einen Nachteil mit sich: Es mangelt dem Maß an Vergleichbarkeit im Zeitablauf. Bestimmte, gleichhohe Abweichungen vom Grenz- und Idealwert eins zu unterschiedlichen Zeitpunkten rufen Effekte unterschiedlichen Ausmaßes in G und (damit) P hervor. Vergleichbar sind identisch hohe Schwankungen der S -Ratio zu unterschiedlichen Zeitpunkten allerdings nur dann, wenn die Schwankungsintensität des Maßes relativ konstant bleibt. Das ist wegen der beidseitigen Annäherung der Kurve an die Eins im Zeitablauf aber nicht der Fall. Dieses Manko lässt sich heilen, indem S mit t potenziert wird. Dies normiert die S -Kurve und führt zur „adjustierten zweiten F -Ratio“ beziehungsweise „adjustierten S -Ratio“:

$$[23] \quad S_{i,t}^t = \left[\frac{\frac{G_{i,t}}{F_{i,t}}}{\frac{G_{i,t-1}}{F_{i,t-1}}} \right]^t = \left[\frac{f_{i,t}}{f_{i,t-1}} \right]^t.$$

Der grafische Unterschied zwischen [18], der einfachen S -Ratio, und [23], der adjustierten S -Ratio, ist in Darstellung 16 (oben) erfasst. Unten in der Grafik findet

sich ein Beispiel für die finanzielle Ausnutzbarkeit des S -Konzeptes. Diese stellt einen zentralen Kern der F -Theorie dar: Werte kleiner eins sind mit attraktiven Einstiegskursen in Wertpapiere assoziiert, Werte größer eins mit attraktiven Ausstiegskursen (oder Derivaten auf fallende Kurse). Das wiederholte Ein- und Aussteigen nach dem S -Prinzip hat einen Zinseszinsseffekt zur Folge (sofern Gewinne und Verluste reinvestiert werden). Investiert man jeweils nur einen Bruchteil seines Freivermögens, lässt sich zudem das Risiko extremer Geldverluste reduzieren. Hierzu im weiteren Verlauf der Schrift mehr.



Darstellung 16 Die (adjustierte) S -Ratio neigt dazu, über den Ziel- und Idealwert „eins“ hinauszuschließen – in beide Richtungen, ins Plus und ins Minus. Diese Eigenschaft des Maßes lässt sich finanziell ausnutzen. (Kurse: www.nasdaq.com.)

3 Kollektives Verhalten und vorläufige¹¹ F-Optionspreise

Wie nun lassen sich die bewussten Abweichungen von $S = 1$ auf Makro-, das heißt auf gesellschaftlicher Ebene erklären? Und auf welche Weise mag das Redundanz- und Entropiekonzept aus Exkurs II, Text-Anhang 6, hier ins Spiel passen? Erstere Frage lässt sich greifen, indem man auf das soziologische Konzept des kollektiven Verhaltens (*collective behavior*) zurückgreift; letztere Frage wird in Kapitel 4 angegangen werden. Kollektives Verhalten kann nach Smelser (1991) definiert werden als „das vergleichsweise spontane und unstrukturierte Verhalten einer Gruppe von Menschen, die auf eine undurchsichtige [*uncertain*] oder ängstigende [*threatening*] Situation reagieren“ (S. 366; Übersetzung D.S.). Das wichtigste Merkmal kollektiven Verhaltens, so Smelser (1991, S. 366), ist, dass es *uninstitutionalisiert* ist – ungewöhnlich, außer der Reihe stattfindend.¹²

Zwei aktuelle (leider tragische) Beispiele kollektiven Verhaltens sind die Massen-Fluchtpaniken, die sich in Manchester am 22. Mai 2017 (Terroranschlag in einem Stadion anlässlich eines Popkonzertes) und in Turin am 3. Juni 2017 (Fehlalarm beim Public Viewing eines Fußballendspiels) ereigneten. Sieht man sich die Bewegtbilder der Vorfälle an, fällt auf, dass das Verhalten der Personen – das Drängen in Sicherheit – keineswegs per se irrational ist. Die Reaktion der Menschen auf die Ereignisse ist vielmehr vital und durchaus nachvollziehbar, auch wenn sich die Menschen zweifellos gegenseitig blockieren. Dies ist der fundamentale Widerspruch des Losrennens zum Ausgang bei einer physischen Panik. Für den oder die Einzelne ist es rational, sich schnellstens in Sicherheit zu bewegen. Tun dies indessen alle, blockieren sie sich gegenseitig, und alle haben den Nachteil.¹³

Drei wichtige Klassen kollektiven Verhaltens sind die Panik, die Manie und der feindselige Ausbruch (Smelser, 1963; der Autor diskutiert weitere Klassen). Zum feindseligen Ausbruch zählen etwa gewalttätige ethnische oder soziale Unruhen sowie Fan-Zusammenstöße im Sport. Zu ersteren beiden Kategorien, Panik und

¹¹ Im vorliegenden Kapitel 3 gilt für Optionspreise noch (der Nachvollziehbarkeit der Genese der Theorie geschuldet): Volatilität gleich Risiko. Diese Annahme wird in Kapitel 13 (*F*-Optionspreise II) endgültig fallen gelassen. Aus diesem Grunde „vorläufige“ Optionspreise.

¹² Hierin unterscheidet sich kollektives Verhalten von kollektiven Routineaktivitäten, etwa der Geschäftigkeit eines Einkaufszentrums (Smelser, 1991, S. 366) oder angemeldeten, organisierten Demonstrationen.

¹³ Spiel- und nutzentheoretische Aspekte der Fluchtpanik im Zusammenhang mit kollektivem Verhalten erörtert ausführlich Coleman (1990). Es existiert eine dreibändige deutsche Übersetzung: Coleman (1991).

Manie, zählen auch Fluchtpaniken aus Finanztiteln (beispielsweise 1929, 1987, 2000 oder 2008), der Ansturm auf liquiditätsgestresste Privatkundenbanken (sogenannte Bank-Runs) sowie Bereicherungsmanien aller Art (Tulpenmanie in Holland im 17. Jahrhundert, Episoden des Goldrausches, Dotcomblase, Häuserblase bis 2007 in den USA, „T-Aktie“ in Deutschland zweite Hälfte der 1990er-Jahre).¹⁴

Naturgemäß sind an dieser Stelle konkret Börsenmanien und -paniken interessant – respektive mehr noch bereits deren Vorstufen. Ein Beispiel für eine solche Vorstufe ist der „Trump-Effekt“, welcher derzeit (2017, 2018) den US-Aktienmarkt beflügelt und zwischenzeitlich kaum nennenswerte Kurskorrekturen erkennen lässt (jedenfalls in vielen Titeln und auf Indexebene nicht).¹⁵

Neil Smelser (geboren 1930), ein führender Theoretiker auf dem Gebiet des kollektiven Verhaltens, betont in seinem Ansatz, der Value-added-Theorie, den Aspekt der Pfadabhängigkeit, wenn sich eine Episode kollektiven Verhaltens „zusammenbraut“ (Smelser, 1963; 1991, S. 365-386).¹⁶ Unglücklicherweise kann Professor Smelser mit seinem Ansatz nicht alle Arten von kollektiven Episoden *zentral* erklären, wie er selbst konstatiert (Smelser, 1991, S. 378). Dies ist bisher allerdings auch noch keinem anderen Autor gelungen.¹⁷

James Coleman (gestorben 1995), ein herausragender Vertreter der quantitativen Soziologie, schlägt als „zentrale Erklärung“ (Coleman, 1991, Bd. I/III, S. 257) kollektiven Verhaltens vor, dass Akteure dabei schlicht in großem Stil Kontrolle über die eigenen Handlungen auf andere Akteure übertragen, hier: eine Masse. Solche Kontrollübertragungen auf eine Masse – oder auch ein einzelnes Individuum – finden nach Coleman (1991, Bd. I/III, Kap. 9) ständig statt, nicht nur anlässlich kollektiver Episoden. Sie führen überdies nicht zwingend zu kollektivem Verhalten.

¹⁴ Vergleiche einführend zu Bereicherungsmanien (Finanzblasen) etwa Malkiel (2015, Kap. 2-4); Shiller (2015).

¹⁵ Nachtrag: Zu ersten substanziellen Korrekturen an den US- und Weltbörsen seit Amtsantritt Donald Trumps als US-Präsident (im Jänner 2017) kommt es in der 5. Kalenderwoche (Feber) 2018.

¹⁶ Der Autor nutzt andere Begriffe als „Pfadabhängigkeit“. Das Konzept der Pfadabhängigkeit ist aber (letztlich) gemeint. „[Kollektive Episoden] kommen nicht ‚aus heiterem Himmel‘“, so Smelser (1991, S. 366). Sie nehmen vielmehr stufenweise Gestalt an, vergleichbar mit einem Endprodukt im industriellen Fertigungsprozess. (Aus diesem Grund „Value added“-Theorie.) Wie das spezifische physische Endprodukt setzt auch kollektives Verhalten sich zusammen aus bestimmten „Rohstoffen“, „Teilen“ und „Arbeitsschritten“ und generiert auf diese Weise, so Smelsers Konzept, eine ganz bestimmte – und keine andere – kollektive Episode.

¹⁷ Smelser diskutiert die Standardtheorien des kollektiven Verhaltens in Smelser (1991, Kap. 19). Sein Hauptwerk ist Smelser (1963; deutsche Übersetzung: 1972).

Gemäß Coleman kommt es zu Übertragungen von Kontrolle über die eigenen Handlungen auf andere Personen immer dann, wenn ein Akteur meint, dass ein anderer Akteur – oder ein Kollektiv – sein gerade zur Disposition stehendes Ziel (Interesse, Verlangen) besser erreichen kann als er selbst.¹⁸ Das Vertrauen in ebendiese Kompetenz des anderen Teils kann allerdings erschüttert, enttäuscht werden, es ist unsicher. Coleman setzt daher die Begriffe Risiko und Vertrauen in seiner Theorie *gleich* (Coleman, 1991, Bd. I/III, S. 115). Und die Situation (oder Frage), vor der ein entsprechender Akteur steht – Vertrauen geben oder nicht –, hat, so der Autor, den Charakter einer Wette (Coleman, 1991, Bd. I/III, S. 125).

Coleman (1983; 1990, S. 99; 1991, Bd. I/III, S. 125-126) formalisiert das Entscheidungsproblem der Akteurin in folgender Weise, als Kriterium (k):

[24]

$$k = p \times \mathcal{W} + [1 - p] \times \mathcal{L} \begin{cases} \text{ja (= wetten, Vertrauen geben), wenn } k \text{ positiv;} \\ \text{unentschieden, wenn } k \text{ gleich null;} \\ \text{nein, wenn } k \text{ negativ.} \end{cases}$$

\mathcal{W} und \mathcal{L} sind hierbei der mögliche Gewinn oder Verlust der „Wette“, p ist die Gewinnwahrscheinlichkeit.¹⁹ Der Wert \mathcal{L} ist naturgemäß negativ, so dass das Plus in [24] zu einem Minus wird.

Am Coleman-Kriterium fällt unmittelbar auf, dass es dem Kelly-Kriterium (Kelly, 1956; vergleiche Text-Anhang 3.2),

$$[25a] \quad l = \frac{b \times p - q}{b}$$

respektive

$$[25b] \quad l = \frac{b \times p - q \times a}{b} = p - \frac{q}{b/a} = \frac{p}{a \times 100} - \frac{q}{b \times 100}, a < 1,$$

konzeptionell sehr ähnlich ist. Ein Zweites fällt auf: Aus der Coleman-Relation sollten vergleichsweise einfach Optionspreise ableitbar sein.²⁰ Dass [24] und [25] so-

¹⁸ Diese Beschreibung trifft bereits dann zu, wenn man „der Masse folgt“, weil man den Weg nicht kennt. Auch Lachen im Kino, wenn andere lachen, gehört dazu. Oder eben: Kaufen einer Aktie, obwohl diese bereits überbewertet erscheint, aus Angst, „etwas“ – Rendite – zu verpassen. Eine Person kann weiters *gezwungen* sein, zu vertrauen, etwa im Rahmen eines zwischenmenschlichen Abhängigkeitsverhältnisses. Diese Beispiele finden sich in Coleman (1990).

¹⁹ Coleman nutzt andere Symbole. Der Term $1 - p$ lässt sich auch „ q “ schreiben. Der Autor behauptet nicht, dass Akteure Formel [24] zur Entscheidungsfindung tatsächlich durchkalkulieren. Es ist eine Idealisierung.

gar äquivalent sind, wird klar, wenn man $\mathcal{W} = b$ setzt; b entspricht bei Kelly, wie \mathcal{W} bei Coleman, dem Rückfluss der Wette im Gewinnfall, hier wie dort gerechnet ohne den Wetteinsatz. $\mathcal{L} = a$ ist entsprechend der Betrag, der dem Akteur im Verlustfall verloren geht.

Damit ist der durchschnittlich erwartbare Rückfluss einer Coleman-Wette, dividiert durch $[\mathcal{W} = b]$, gleich derjenigen Fraktion des Kapitals des Kelly-Spielers, die die langfristige geometrische Rendite und – damit – das Spielervermögen maximiert. Ein Ruin ist im Rahmen dieser Strategie unmöglich, da, wenn nie das gesamte Kapital eingesetzt wird, sondern nur eine Fraktion, immer ein Restvermögen verbleibt, von dem wiederum ein Bruchteil in eine neue Wette eingebracht werden kann.

Sei nun kurz gezeigt, dass der Coleman-Entscheider in der Tat zwei Optionen zur Auswahl hat, deren Wert monetär bezifferbar ist. In einem Lehrbuchbeispiel (Kruschwitz, 2004, S. 314-320; kein Bezug zum Coleman-Ansatz) finden sich folgende Optionsdaten:²¹

- Aktueller Aktienkurs: $S_0 = 200$.
- Ausübungspreis der Option: $K = 205$.
- Erwarteter Aktienkurs eine Periode später: entweder $S_{1,u} = 220$ oder $S_{1,d} = 190$.
- Erwartete Rendite damit: entweder $u = 10\%$ oder $d = -5\%$.
- Risikoloser Zinssatz: $R_f = 5\%$.
- Wert eines Calls im Upside-Fall:²² $C_{1,u} = S_{1,u} - K = 220 - 205 = 15$.

Angenommen, es sind, anders als in dem Lehrbuch, ex ante zusätzlich die Eintrittswahrscheinlichkeiten $p = 2/3$ und $q = 1 - p = 1/3$ für das Steigen und Fallen des Aktienkurses bekannt. Sei es ferner so, dass gilt: $\mathcal{W} = u$ und $\mathcal{L} = d$. Dann lässt sich das Coleman-Kriterium – unter der Bedingung K – wie folgt schreiben:

$$[26] \quad \mathbb{E}[K] = p \times \left\{ \mathcal{W} - \left[\frac{K}{S_0} - 1 \right] \right\} + q \times \left\{ \mathcal{L} - \left[\frac{K}{S_0} - 1 \right] \right\}$$

²⁰ Der Autor geht auf keinen der beiden Gedanken ein.

²¹ Null und eins sind Zeitpunkte, u und d stehen für „up“ und „down“.

²² „Europäischer“ Call (das heißt: Kaufoption mit feststehendem Ausübungstermin; vergleiche Text-Anhang 4.3); Transaktionskosten, Steuern sowie Dividenden auf das Underlying außer Acht.

$$r|K = \frac{2}{3} \times \left\{ 0,10 - \left[\frac{205}{200} - 1 \right] \right\} + \frac{1}{3} \times \left\{ -0,05 - \left[\frac{205}{200} - 1 \right] \right\}$$

$$r|K = \frac{2}{3} \times \{0,075\} + \frac{1}{3} \times \{-0,075\}$$

$$r|K = 0,05 - 0,025 = 0,025 \equiv 2,5\%.$$

Da der Endwert positiv ist, ist dieser Finanzwette Colemans Theorie nach zuzustimmen.²³ Zu Optionspreisen gelangt man nun durch folgende Rechnung (C steht für Call, P für Put; „null“ ist der Beginn, „eins“ der Endtermin der Option; es wird mit $r = R_f = 5\%$ diskontiert):

$$C_1 = 0,05 \times S_0 = 0,05 \times 200 = 10$$

$$C_0 = \frac{C_1}{1+[r \neq r|K]} = \frac{10}{1+0,05} = \frac{10}{1,05} = 9,52$$

$$P_1 = -[-0,025 \times S_0] = 0,025 \times 200 = 5$$

$$P_0 = \frac{P_1}{1+[r \neq r|K]} = \frac{5}{1+0,05} = \frac{5}{1,05} = 4,76.$$

Diese Optionspreise sind standardtheoretisch²⁴, das heißt nach Cox, Ross und Rubinstein (1979), korrekt, sofern

$$C_0 - P_0 + \frac{K}{1+[r \neq r|K]} = S_0$$

gilt, die sogenannte Put-Call-Parität²⁵. Und dies ist der Fall:

²³ Lügen K und S_0 beide bei 200, so gleiche „ $r|K$ “ – oder dann einfach „ r “ – fünf statt 2,5 Prozent. Die Werte $r|K$ und r entsprechen rechnerisch der erwarteten arithmetischen Rendite der Gesamtwette. Weiters ist r gleich dem risikolosen Zinssatz R_f . Ein Ausübungspreis K größer (kleiner) S_0 schmälert (hebt) die erwartete Rendite des Assets proportional. Dies findet im (vom Verfasser D.S. hinzugefügten) Term „ $-\left[\frac{K}{S_0} - 1\right]$ “ Berücksichtigung.

²⁴ Es existieren de facto zwei (jedenfalls weitgehend) akzeptierte Optionspreistheorien: das Black-Scholes-Merton-Modell (siehe Text-Anhang 4.3) und das Cox-et-al.-Modell. Ersterer Ansatz ist seiner zeitlichen Natur nach kontinuierlich (stetig) und beinhaltet die komplexere Mathematik; letzterer Ansatz ist diskret und fällt mathematisch leichter zugänglich aus. Das Cox-et-al.-Modell konvergiert im Ergebnis gegen das Black-Scholes-Merton-Modell, sofern die Zeitschritte immer kleiner gewählt werden, das heißt: beim Übergang von diskreter zu kontinuierlicher Zeitrechnung (Cox et al., 1979, Abschn. 5). Sharpe (1978, Kap. 14) sowie Rendleman und Barter (1979) haben einige Ideen des Cox-et-al.-Modells vorweggenommen, worauf die Autoren auch hinweisen (Cox et al., 1979, Fn. 2).

²⁵ Put-Call-Parität bedeutet, dass Original-Asset (Akte) und nachbildendes, risikoloses Portfolio im Wert *exakt gleich* sein müssen, da sonst Arbitragemöglichkeiten existieren – risikolose Gewinnmöglichkeiten über den risikolosen Zinssatz hinaus. Solche Okkasione widersprechen dem in der Ökonomik allgemein akzeptierten (weil plausiblen) „Gesetz des einen Preises“ (*law of one price*): An funktionierenden Wettbewerbsmärkten muss ein und dasselbe Gut auch ein und denselben Preis besitzen. – Die linke Seite der Gleichung kann man sich in der Tat als Portfolio vorstellen: Ein

$$9,52 - 4,76 + \frac{205}{1,05} = 200.$$

Im Cox-Ross-Rubinstein-Modell, um das es im obigen Lehrbuchbeispiel geht, sind die Eintrittswahrscheinlichkeiten p und q grundsätzlich unbekannt, sie ergeben sich wie folgt kalkulatorisch aus u , d und R_f (wobei gilt, um Arbitragemöglichkeiten auszuschließen: $d < R_f < u$):²⁶

$$p = \frac{R_f - d}{u - d} = \frac{5 - [-5]}{10 - [-5]} = \frac{5 + 5}{10 + 5} = \frac{2}{3}, q = 1 - p = \frac{1}{3}.$$

Die Lehrbuch-Optionspreise lauten dann

$$C_0 = \frac{1}{1+R_f} \times [p \times C_{1,u}] = \frac{1}{1,05} \times \left[\frac{2}{3} \times 15 \right] = 9,52$$

$$P_0 = C_0 - S_0 + \frac{K}{1+R_f} = 9,52 - 200 + \frac{205}{1,05} = 4,76.$$

Diese Preise sind perfekt gleichlautend mit den Coleman-Optionspreisen, was zu zeigen war.

Es stellt sich jetzt die Frage, wie man auf Basis des Coleman-Ansatzes kollektives Verhalten, hier Finanzpanik und -manie beziehungsweise schon deren Vorstufen, modellieren könnte.²⁷ Auch ist nicht klar, woher die Eintrittswahrscheinlichkeiten p

Call wird gekauft, ein Put verkauft und einmal der Ausübungspreis (205 Geldeinheiten) verliehen, diskontiert mit dem risikolosen Zinssatz (fünf Prozent). Wären Asset und replizierendes Portfolio im Wert ungleich, so könnten sich Anleger, jedenfalls der Theorie nach, zum risikolosen Zinssatz – unbegrenzt – verschulden und den Kreditbetrag in die „zu preiswerte“ Komponente des Portfolios investieren. Der durch anschließende Abstoßung der Investition erzielbare positive Differenzbetrag entspricht einem Arbitragegewinn, den es in der Klassik konzeptionell aber nicht geben kann. Vergleiche Cox et al. (1979, S. 231-232) für ein kurzes, konkretes Beispiel sowie für definitorisch Näheres etwa Kruschwitz (2004, S. 336-339), Hull (2012, Abschn. 10.4) und Luenberger (2014, S. 381-382).

²⁶ Die Gründe, warum die kleine p -Formel „funktioniert“ (das heißt: zu einer plausiblen Eintrittswahrscheinlichkeit führt), sind ein wenig verwickelt und können – brauchen – hier nicht diskutiert zu werden. Für Näheres sei auf den gut geschriebenen und verständlichen Originalaufsatz der Autoren verwiesen. Nur so viel: Der Investor im Cox-Ross-Rubinstein-Modell ist – wie die Coleman-Akteurin – „risikoneutral“. Das heißt, er oder sie nimmt eine Investition (Wette) bereits dann an, wenn der erwartete Rückfluss nur positiv ist. Die Person ist anders gesagt nicht perfekt risikoscheu und nicht perfekt risikoaffin (Coleman, 1991, Bd. I/III, S. 125), sie ist: risikoneutral (Cox et al., 1979, S. 235-236). Diese Eigenschaft führt zu einem wichtigen Kern des Modells: Der skizzierte Anleger-typus ist indifferent zwischen einer identisch hohen erwarteten Rendite y aus einer riskanten wie risikolosen Anlage. Dies führt konzeptionell (unter anderem) dazu, dass die erwartete Rendite der Original-Investition (des Underlyings, der Aktie) und die Rendite des risikofreien Marktzinses *identisch* sein müssen. Dies wiederum erleichtert die Optionsbewertung enorm. Näheres zur Erklärung findet sich in jedem Standard-Finanzlehrbuch. Zur (für den Lerner anfangs wenig intuitiven) Irrelevanz des erwarteten Aktienkurses im Cox-et-al.-Modell sei auf Zakamulin (2005) verwiesen.

²⁷ Coleman selbst modelliert kollektives Verhalten von seinem k -Kriterium aus in nutzen- und spiel-theoretischer Weise weiter (Coleman, 1990; 1991, Bd. III/III). Die Mathematik, die daraus erwächst,

und q für die erwarteten Kursbewegungen stammen sollen, wenn nichts über einen risikolosen Zinssatz bekannt ist.²⁸

Sei zunächst Formel [26] wegen $G \cong A - V/2$ wie folgt umformuliert (mit σ^2 als Varianz und σ als Standardabweichung):

$$[27a] \quad \kappa|K = p \times \left\{ E[G] + \frac{\sigma^2}{2} + \sigma - \left[\frac{K}{S_0} - 1 \right] \right\} + q \times \left\{ E[G] + \frac{\sigma^2}{2} - \sigma - \left[\frac{K}{S_0} - 1 \right] \right\}$$

$$[27b] \quad \kappa = p \times \left\{ E[G] + \frac{\sigma^2}{2} + \sigma \right\} + q \times \left\{ E[G] + \frac{\sigma^2}{2} - \sigma \right\}, K = S_0.$$

Coleman (1991, Bd. I/III, Kap. 8) untersucht neben Vertrauen in andere Personen auch Vertrauen in (von ihm sogenannte) Vertrauenssysteme, etwa die Börsen. Angenommen, p und q sind rational ableitbar, aber eine Akteurin steht davor, dass sie sich nicht sicher sein kann, ob diese Wahrscheinlichkeiten derzeit auch „gelten“, zum Beispiel aufgrund einer persistenten spezifischen Marktstimmung (etwa wegen des Trump-Effektes, der die Kurse ungewöhnlich nachhaltig steigen lässt). Dann lässt sich diese Schwierigkeit in [27] – so der Vorschlag hier – folgendermaßen abbilden:

$$[28a] \quad \kappa|K = \mathbb{P}p \left\{ E[G] + \frac{\sigma^2}{2} + \sigma - \left[\frac{K}{S_0} - 1 \right] \right\} + \mathbb{Q}q \left\{ E[G] + \frac{\sigma^2}{2} - \sigma - \left[\frac{K}{S_0} - 1 \right] \right\}$$

$$[28b] \quad \kappa = \mathbb{P}p \left\{ E[G] + \frac{\sigma^2}{2} + \sigma \right\} + \mathbb{Q}q \left\{ E[G] + \frac{\sigma^2}{2} - \sigma \right\}, K = S_0.$$

Die Variablen \mathbb{P} und \mathbb{Q} stehen dabei für die Grade, zu denen $p_{i,t}$ und $q_{i,t}$ aktuell verzerrt sind. Sei es zufällig so, dass gilt: $p = q = \frac{1}{2}$. Die Wahrscheinlichkeit eines Kursgewinnes ist also ebenso groß wie die Wahrscheinlichkeit eines Kursverlustes. Liege \mathbb{Q} nun aber – wegen der guten Börsenstimmung – bei einem Faktor von

ist sehr elegant und formell gewiss richtig. Sie ist in ihrer Komplexität allerdings auch schwierig auf praktische Finanzprobleme anwendbar. Genau dies, praktische Anwendbarkeit, ist aber ein wichtiges Nebenziel der vorliegenden Arbeit (vergleiche Einleitung). Der Verfasser möchte mit seinem Ansatz ab hier daher andere Wege gehen als Coleman. Die Coleman-Diskussion wird aber noch kurz abgeschlossen werden.

²⁸ Zur Modellierung eines allgemeinverbindlichen, risikolosen Marktzinssatzes kommen zweifellos ungezählte sichere Staatspapiere infrage. Doch welcher Titel, welcher Zinssatz ist der „richtige“? Und rangieren Kredit- und Einlagenzins nicht für gewöhnlich unterschiedlich hoch? Weitere Ungeheimheiten machen den Gedanken eines allgemeinverbindlichen, risikofreien Zinssatzes problematisch: Was, wenn der Zinssatz gleich null oder negativ ist? Lässt sich bei Bonds überhaupt von völliger Risikofreiheit sprechen? – Im F -Modell wird ein risikofreier Generalzins konzeptionell nicht benötigt, da die Wahrscheinlichkeiten p und q für eine Auf- beziehungsweise Abwärtsbewegung des zugrunde liegenden Assets rational ableitbar sind. Dies wird in der Folge des Fließtextes näher erläutert werden.

lediglich 0,8 (statt 1,0). Dann sinkt die Wahrscheinlichkeit für eine Kursminderung auf nur noch 40 Prozent (0,4). Im Gegenzug (weil Wahrscheinlichkeiten zusammen immer eins ergeben müssen) steigt die Upside-Wahrscheinlichkeit (um den Faktor 1,2) von 50 auf 60 Prozent (0,6). Diese neuen Wahrscheinlichkeiten lassen sich als „subjektive“ (statt zuvor: objektive, rationale) Wahrscheinlichkeiten ansehen.²⁹

Dass hier gekauft wird, ist auf Mikroebene rational. Auf Makroebene besteht allerdings die Gefahr (nicht die Notwendigkeit), dass sich ein solches Marktumfeld, etabliert es sich, durch immer neue positive Rückkopplungen (ebenso Coleman, 1990, S. 219) und mangelnde Kurskorrekturen zu einer kollektiven Episode, einer Manie hochschaukelt. Identisches gilt entsprechend umgekehrt im Falle einer (entstehenden) Panik.

Das durch Coleman (1983, 1990) und Cox et al. (1979) inspirierte vorläufige F -Optionspreismodell lässt sich für Perioden größer (gleich) eins wie folgt fixieren (der Einfachheit halber hier ohne \mathbb{P} und \mathbb{Q} ; P ist nun wieder der Aktienkurs, e die Euler'sche Zahl 2,718...):

[29a]

$$\begin{aligned} \kappa|K = p_{E[\emptyset, t \dots n]} & \left[\left\{ \frac{E[P_{i, t+n}]}{P_{i, t}} - 1 = E[r_{i, t+n}] - 1 \right\} + \sigma_{\emptyset, 0 \dots t} \ln[n - 1 + e] - \left[\frac{K}{P_{i, t}} - 1 \right] \right] \\ & + q_{E[\emptyset, t \dots n]} \left[\left\{ \frac{E[P_{i, t+n}]}{P_{i, t}} - 1 = E[r_{i, t+n}] - 1 \right\} - \sigma_{\emptyset, 0 \dots t} \ln[n - 1 + e] \right. \\ & \left. - \left[\frac{K}{P_{i, t}} - 1 \right] \right] \end{aligned}$$

²⁹ Woher \mathbb{P} und \mathbb{Q} stammen sollen, ist indes ein Rätsel. Sie könnten mit einer Metrik wie „ $1 - [\sum S^t]/m$ “ in Verbindung stehen, wobei m die Anzahl der beobachteten S^t s ist. Eine noch schwierigere Frage ist, wie lange \mathbb{P} und \mathbb{Q} ihre Gültigkeit behalten, bevor die Bewegungswahrscheinlichkeiten p und q wieder objektiv-rational sind. Interessantes zu subjektiven Wahrscheinlichkeiten findet sich mitunter in der Behavioral-Finance-Literatur, vergleiche beispielsweise Kahneman (2011). Vergleiche zu subjektiven Wahrscheinlichkeiten aus entscheidungstheoretischer Sicht einführend Raiffa (1973, Abschn. 10.1). – Ein lesenswertes Herausgeberwerk zu finanziellem Kollektivverhalten ist im Übrigen Adler und Adler (Hg., 1984). Das Werk eignet sich gut als Einstieg in das Thema und enthält einige sehr interessante Einsichten. Wie und warum es auf Makroebene zu Fluktuationen (eben zum Beispiel von Preisen) kommt, hat vielleicht niemand treffender beschrieben als Schelling (1978, Kap. 3) – anhand eines altmodischen Thermostat-Heizungssystems, das ständig die Wunschtemperatur verfehlt.

$$[29b] \quad p_{E[\emptyset, t \dots n]} = \frac{p_{E[t]}}{n} + \frac{n-1}{2n}, q_{E[\emptyset, t \dots n]} = 1 - p_{E[\emptyset, t \dots n]}, p_{E[>t]} = \frac{1}{2}$$

$$[29c] \quad E[P_{i, t+n}] = P_{i, t0} \times G_{i, t}^{t+n} \times f_{i, t}^n, f_{i, t}^n = \left[\frac{G_{i, t}}{F_{i, t}} \right]^n$$

$$[29d] \quad Call_{i, t} = \frac{p_{E[\emptyset, t \dots n]} \left\{ E[r_{i, t+n}] - 1 + \sigma \ln[n-1+e] - \left[\frac{K}{P_{i, t}} - 1 \right] \right\} P_{i, t}}{1 + [\# \neq \# | K]};$$

$$Put_{i, t} = \frac{-q_{E[\emptyset, t \dots n]} \left\{ E[r_{i, t+n}] - 1 - \sigma \ln[n-1+e] - \left[\frac{K}{P_{i, t}} - 1 \right] \right\} P_{i, t}}{1 + [\# \neq \# | K]}.$$

Gegenüber dem Cox-et-al.-Modell ergeben sich folgende Änderungen, abgesehen davon, dass dort die Optionspreisformeln anders aussehen. Zum einen wird der erwartete Assetpreis mit [29c] neuartig – beziehungsweise: überhaupt – abgeleitet.³⁰ Dieser ist bei „Cox et al.“ gegeben. Zum anderen fallen die Bewegungswahrscheinlichkeiten des Underlyings, die bei Cox et al. (1979, S. 235) im Ergebnis allerdings gerade keine Rolle spielen, nicht konstant aus. Es wird für realistischer befunden, dass ebendiese nur beim Übergang von t zu $t + 1$ von $p = q = \frac{1}{2}$, das heißt von einer freien dualen Wahl (Begriffsbestimmung: Text-Anhang 6.2), abweichen können.

[29b] ist insofern nichts anderes als die mathematische (Gesamt-)Erwartung an p und q , wenn p ab $t + 1$ stets „ein halb“ lautet – und eben nur davor, in t , gegebenenfalls anders. Es ist kaum einzusehen, warum an einem effizienten, fairen Wettbewerbsmarkt eine Upside-Wahrscheinlichkeit, jedenfalls ex ante, sequenziell (unaufhörlich) $p \neq \frac{1}{2}$ lauten sollte (ex post mögen solche „Serien“ vorkommen). Dies klingt zu sehr nach einer systematischen Freifahrt.³¹

Zum Dritten und Letzten berechnet sich die zu schätzende Volatilität anders. Im Cox-et-al.-Modell wird die Standardabweichung (σ) mit \sqrt{n} multipliziert; n ist die

³⁰ Der erwartete Börsenkurs, der aus [29c] – konzeptionell identisch mit [22a] – resultiert, führt in n exakt zu $S = 1$. Dies muss jedoch nicht für jedes Asset auch angemessen sein. Vergleiche deshalb Kapitel 7 für die eigentliche Preisgleichung des F -Modells: Formel [54]. Siehe auch Preisgleichung [57]. Diese beinhaltet direkt Bewegungswahrscheinlichkeiten.

³¹ Formel [29b] konvergiert, da ab $t + 1$ für p und q Gleichwahrscheinlichkeit angenommen wird, gegen ein halb. Bei Cox et al. (1979, S. 249) findet sich weiter hinten im Text, wo das Modell verfeinert wird, die Formel (dort andere Schreibweise) $p = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \left\{ \frac{E[A]}{\sigma} \right\} \times \sqrt{\frac{t}{n}}$. Die Variable t steht hier für den Gesamtzeitraum (Beispiel: anderthalb Jahre), n für die Zahl der Zeitschritte (etwa: „täglich“). Diese Formel geht im Limit ebenfalls gegen ein halb (Chance, 2008, S. 42), was die beiden Ansätze in diesem Punkt wieder eint. (Vergleiche für interessante Diskussionen des Cox-et-al.-Modells im Übrigen Jabbour, Kramin & Young, 2001, sowie Chance, 2008.)

Zahl der Zeitschritte ab t . Eine Multiplikation mit n wäre in der Tat zu hoch gegriffen, da sich die erwartbaren Kursschwankungen des zugrunde liegenden Assets im Zeitablauf zu einem erheblichen Teil wechselseitig aufheben werden. Bei großem n steigt der Schätzwert für die Volatilität bei dieser Technik trotzdem immer noch beachtlich. Wird die Volatilität, wie im F -Modell, logarithmisch mit „mal $\ln[n - 1 + e]$ “ fortgeschrieben, ist dies nicht der Fall.³²

Es existiert in dieser Frage jedoch kein absolutes Richtig oder Falsch. Die Art, in der Messrs. Cox et al. die Volatilität berechnen, ist für sich genommen plausibel³³ – im Grunde das gesamte Modell. Es sind nur eben auch andere, alternative Berechnungsweisen fairer Werte für Underlying, Volatilität und Option denkbar.³⁴ Das F -Modell errechnet ab $n = 2$ relativ niedrigere Volatilitäten und – damit – Optionspreise.³⁵ Bei „Cox et al.“ wird Volatilität mit Risiko gleichgesetzt, wie in der Finanzorthodoxie (Begriffsbestimmung: Text-Anhang 4) üblich. Der Verfasser wird im Verlauf der Schrift zur Frage, was bei riskanten Anlagen das Risiko sei, weiter (vergleiche Einleitung und Text-Anhang 4.3) eine differenzierte Haltung einnehmen.

³² Ein Beispiel: Die historische monatliche Standardabweichung einer Aktie laute zehn Prozent, $\sigma = 0,1$. Es sollen die Volatilitätswerte für $n = 2$, $n = 12$ und $n = 60$ geschätzt werden. Dann ergeben sich im Cox-et-al.-Modell $\sigma_{n=2} = 0,1414$, $\sigma_{n=12} = 0,3464$ und $\sigma_{n=60} = 0,7746$ und im F -Modell $\sigma_{n=2} = 0,1313$, $\sigma_{n=12} = 0,2619$ und $\sigma_{n=60} = 0,4123$. Das bedeutet, bei kleinem n unterscheiden sich die Volatilitätswerte zwischen den Ansätzen kaum, bei großem n dagegen deutlich. Eine Jahres-Volatilität lässt sich im Cox-et-al.-Modell durch die einfache (Umkehr-)Operation σ/\sqrt{n} auf einen Monatswert zurückrechnen. Im vorliegenden Fall ergibt dies, wie es sein soll, zehn Prozent: $0,3464/\sqrt{12} = 0,1$. Im F -Modell fällt das Zurückrechnen ein wenig komplizierter aus. Es lassen sich jedoch folgende, noch gut beherrschbare Rückrechnungs-Relationen ausmachen, die der Verfasser hiermit vorschlagen möchte (Y , M und D stehen für die jährliche, monatliche und tägliche Standardabweichung, π ist die Kreiszahl Pi 3,141..., φ der goldene Schnitt Phi 1,618...):

$$Y \times \ln\left\{\frac{1}{12}\left[-\frac{30}{\pi^2}\right] + e - 1\right\} = Y \times \ln\left[-1 + e - \frac{5}{2\pi^2}\right] \cong Y \times [\varphi - 1]^2 = \frac{Y}{\varphi^2} = M;$$

$$Y \times \ln\left\{\frac{1}{30}\left[-224 \times \frac{\pi}{39}\right] + e - 1\right\} = Y \times \ln\left[-1 + e - \frac{112\pi}{585}\right] \cong Y \times \ln\left[\varphi - \frac{1}{2}\right] = D;$$

$$M \times \ln\left\{\frac{1}{30}\left[-\frac{340}{3\pi^2}\right] + e - 1\right\} = M \times \ln\left[-1 + e - \frac{34}{9\pi^2}\right] = \frac{M}{\ln[29+e]} = D.$$

Hochrechnen auf eine höhere Zeitebene funktioniert wie folgt:

$$D \times \ln[30 - 1 + e] = D \times \ln[29 + e] = M;$$

$$D \times \ln\left\{30\left[181 \times \frac{\pi}{2}\right] + e - 1\right\} = D \times \ln[-1 + e + 2715\pi] \cong \frac{D}{\ln\left[\varphi - \frac{1}{2}\right]} = Y;$$

$$M \times \ln[12 - 1 + e] \cong \frac{M}{[\varphi - 1]^2} = M \times \varphi^2 = Y.$$

³³ Und, zusammenhängend mit der (sogenannten) geometrischen brownischen Molekularbewegung (Bachelier, 2006; Übersetzung von 1900; Einstein, 1905), historisch gewachsen.

³⁴ Abschließende Bemerkungen und Formeln zu Optionspreisen im F -Modell finden sich in Kapitel 13.

³⁵ Dies ist im Umkehrschluss *kein* Beweis für Arbitragemöglichkeiten. Denn im F -Modell existiert kein risikofreier Generalzins. Im Übrigen müssen Finanzmodelle, jedenfalls prinzipiell, falsifizierbar sein. Dies wäre dann nicht der Fall, erhöhe ein Modell – etwa „Cox et al.“ oder das F -Modell – den Anspruch, den einzig wahren Preis eines Assets ermitteln zu können. Dann wären zwangsläufig alle andersartig ermittelten Preise falsch. Dies ist wissenschaftlich kein akzeptables Szenario.

4 (Mittlere) dritte F-Ratio und Bezug zur Informations-Entropie

Endgültig zurück zur Frage nach p und q , wenn R_f , der risikolose Zinssatz, unbekannt ist: Die Eintrittswahrscheinlichkeiten für die erwarteten Kursbewegungen lassen sich im F -Modell aus $S_{i,t}^t$ ableiten, der adjustierten zweiten F -Ratio, Formel [23]. Als Ausgangspunkt mache man sich [19] zunutze, den Grenzwert

$$\lim_{t \rightarrow \infty} S_{i,t} = 1.$$

Die zweite F -Ratio (S) geht langfristig gegen eins. Da $1^{t \geq 1}$ eins bleibt, konvergiert auch die „mittlere adjustierte zweite F -Ratio“ beziehungsweise „mittlere adjustierte S -Ratio“,

$$[30] \quad \hat{S}_{i,t}^t = \frac{\sum S_{i,t}^t}{m},$$

gegen eins, wenn auch (gegenüber S) deutlich zeitverzögert (m ist die Anzahl der Beobachtungen); es gilt:

$$[31] \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{S}_{i,t}^t = 1.$$

Nun war weiter oben klar geworden, dass [22a, hier etwas andere Schreibweise], $E[P_{i,t+1}] = P_{i,t0} G_{i,t}^{t+1} f_{i,t}$, zu $S_{i,t+1} = 1$ respektive $S_{i,t+1}^{t+1} = 1$ führt – wie es (gemäß der Grenzwerte) auch sein soll, minimales Runden außer Acht. Mit etwas Recht lässt sich dann allerdings präzisieren:

$$[32] \quad E[P_{i,t+1}] = P_{i,t0} \times G_{i,t}^{t+1} \times f_{i,t} \times E[S_{i,t+1}^{t+1} = j \geq 0] \Rightarrow S_{i,t+1}^{t+1} = j | P_{i,t+1}.$$

Für „ j “ lässt sich jede erdenkliche Zahl zwischen null und „unendlich“ (nicht definiert) einsetzen. Trifft $E[P_{i,t+1}]$ tatsächlich ein, was natürlich überhaupt nicht der Fall sein muss, so lautet die adjustierte S -Ratio in $t + 1$ exakt j . Hieraus folgt unmittelbar, dass offenbar gilt: $S_{i,t}^t = P_{i,t} / E[P_{i,t}]$. Und das tut es: Die adjustierte zweite F -Ratio ist ein *Maß für die Über- beziehungsweise Unterrendite* eines Assets; [23] lässt sich erweitern zu:

$$[33] \quad S_{i,t}^t = \left[\frac{\frac{G_{i,t}}{F_{i,t}}}{\frac{G_{i,t-1}}{F_{i,t-1}}} \right]^t = \left[\frac{f_{i,t}}{f_{i,t-1}} \right]^t = \frac{P_{i,t}}{E[P_{i,t}]}.$$

Die adjustierte zweite F -Ratio ist indes nicht ausschließlich ein Maß für die abnormale Rendite, sie ist zusätzlich ein *Informationsmaß*. Denn wegen [19] und [31] gilt ja (man beachte p und q):

$$[34] \quad S_{i,t}^t \neq 1 \xrightarrow{p > [q=1-p]} E[S_{i,t+1}^{t+1} \cong 1], S_{i,t}^t = 1 \xrightarrow{p = [q=1-p]} E[S_{i,t+1}^{t+1} \cong 1].$$

Die Variable p steht an dieser Stelle für die Wahrscheinlichkeit, dass sich die adjustierte S -Ratio in $t + 1$ gen eins (zurück-)bewegt beziehungsweise dort verbleibt, sofern sie dort in t schon gewesen ist. Beides ganz so, wie es die Grenzwerte [19] und [31] gebieten und erwarten lassen.

Da der Anspruch an ein Informationsmaß, für den Moment „ I “ genannt, gewiss $0 \leq I \leq 1$ lautet, die adjustierte S -Ratio aber zwischen null und „unendlich“ rangiert, seien nun noch kurz die „dritte F -Ratio“ (\mathcal{S}) und die „mittlere dritte F -Ratio“ ($\hat{\mathcal{S}}$) eingeführt:³⁶

$$[35a] \quad \mathcal{S}_{i,t,u} = S_{i,t}^t < 1, \mathcal{S}_{i,t,d} = \frac{1}{S_{i,t}^t > 1}$$

$$[35b] \quad \hat{\mathcal{S}}_{i,t} = \frac{\sum \mathcal{S}_{i,t,u} + \sum \mathcal{S}_{i,t,d}}{m}.$$

Beide Größen bewegen sich im Intervall $[0; 1]$, wie es für ein Informationsmaß sinnvoll ist.³⁷ Darstellung 18, rechts oben, etwas weiter hinten im Kapitel, zeigt ein grafisches Beispiel der dritten F -Ratio. Darstellung 18, links oben, zeigt ein geometrisches Modell der (mittleren) dritten F -Ratio. Das Modell soll die Zusammenhänge etwas greifbarer machen.

Nun mag auf dieser Ebene bereits auffallen, dass die mittlere dritte F -Ratio, [35b], im Aufbau – oder präziser: im Resultat – Ähnlichkeit mit Shannons Entropiemaß H besitzt (Shannon, 1948; siehe Exkurs II, Text-Anhang 6). Denn: (1) Es liegt eine duale Wahl vor. (2) Die Unsicherheit in Bezug auf das Ergebnis ist maximal, wenn

³⁶ Die Indizes u und d stehen wie zuvor schon für *up* und *down*. Ist S^t in t kleiner eins, so steigt im Hinblick auf $t + 1$ die Wahrscheinlichkeit p_u für eine Aufwärtsbewegung zurück zur Eins. Gilt in t dagegen $S^t > 1$, ist es umgekehrt. Dann steigt beim Übergang zu $t + 1$ die Wahrscheinlichkeit p_d für eine Abwärtsbewegung gen eins. Es ist Gesamtausdruck [34], der dies beides fordert.

³⁷ Seit den 1920er-Jahren sind *Dutzende* Informationsmaße entwickelt worden (Burgin, 2010, S. 131-133); das Shannon-Maß H für die Informationsentropie (siehe Text-Anhang 6.2) ist lediglich das bekannteste (und vielleicht das plausibelste). Der renommierte Theoretiker Mark Burgin betont in seiner *Theory of Information* Bedarf zur Entwicklung weiterer, neuer Maße und Theorieansätze (Burgin, 2010, S. 133).

$\hat{\mathcal{S}} = 1$, woraus folgt $p = q = \frac{1}{2}$; sie ist minimal, wenn $\hat{\mathcal{S}} = 0$, woraus folgt $p = 1$. (3) $\hat{\mathcal{S}} < 1$ führt zu $p > q$ und vice versa. (4) $\hat{\mathcal{S}} \ll 1$ führt zu $p \gg q$ und vice versa. Aus diesen Gründen gelte ab hier:

$$[36] \quad \hat{\mathcal{S}} = \frac{\sum \mathcal{S}_u + \sum \mathcal{S}_d}{m} \stackrel{\text{def}}{=} -[p \log_2 p + q \log_2 q] = H.$$

Diese Gleichsetzung, wenn auch im ersten Augenblick überraschend, scheint legitim nicht zuletzt mit Blick auf Kelly (1956; vergleiche Text-Anhang 3.2). Auch dort erwies sich die nachrichtentechnische Informationstheorie ja als *anwendbar* auf einen zunächst völlig technikfremden Problemkreis (Sportwetten).

Da Shannon das *statistische* Verhalten von Kommunikationssystemen untersucht und semantische Aspekte keine Rolle spielen (letztlich sogar technische kaum), ist sein Rahmenwerk auf *jegliche* duale Wahl unter Unsicherheit übertragbar. Und damit auch auf die Prozesse, die die Theorie der fairen geometrischen Rendite versucht zu beschreiben.

Wie nun lässt sich, wenn $\hat{\mathcal{S}} = H$ bekannt ist, p extrahieren? Der umgekehrte Fall ist einfach: Man setzt p (sowie $q = 1 - p$) in Formel [36] ein und erhält $\hat{\mathcal{S}} = H$. Dies ist der in Theorie und Praxis normalerweise relevante Fall. Deswegen findet sich zur Frage nach p , wenn H (nicht aber p) bekannt ist, im Schrifttum nichts. Die algebraische Umstellung von [36] nach p ist leider nicht vergleichsweise trivial möglich. Dies wird besonders deutlich, wenn man [36] in die äquivalente Form $H = -\log_2[p^p q^q]$ bringt, die sich da und dort in der Literatur findet. Der Term $p^p q^q$ als Ganzes ist einfach abzuleiten,³⁸ nicht aber p für sich genommen.

Möchte man den Wert für p nicht jedes Mal mathematisch iterieren oder grafisch ablesen müssen (etwa aus Darstellung 11, Text-Anhang 6.2),³⁹ so bleibt immer noch das Mittel der Approximation. Der Verfasser schlägt folgendes Formelensemble vor; es braucht stets nur der bekannte Wert \mathcal{S} oder $\hat{\mathcal{S}}$ eingesetzt zu werden (e und π sind wie gehabt die Euler'sche Zahl und die Kreiszahl Pi):

³⁸ Der Weg: Ersetzen des dualen durch den natürlichen Logarithmus, so dass $H = \frac{-\ln[p^p q^q]}{\ln 2}$. Multiplizieren beider Seiten der Gleichung mit $\ln 2$ sowie Bringen des Terms $-\ln[p^p q^q]$ auf die linke Seite. Es folgt: $H \ln 2 + \ln[p^p q^q] = 0$. Schließlich: Isolieren des Terms $\ln[p^p q^q]$, was erbringt $\ln[p^p q^q] = -H \ln 2$, sowie Umkehren des Logarithmus durch Exponieren, so dass $p^p q^q = 2^{-H}$.

³⁹ Nebenbei bemerkt besitzt p stets zwei Lösungen für ein bestimmtes H , wie sich in Darstellung 11 (Text-Anhang 6.2) gut erkennen lässt.

$$[37a] \quad p_{0,5 \leq S \leq 1} \cong \frac{S \ln 2}{\left[\frac{1}{\frac{9}{10} + \frac{S-1}{100}} \right] \left\{ \sqrt{2} - \sqrt{[1-S]e^3} \right\} \times [2-S] \times \frac{2}{\ln 2} \left[\frac{6}{\pi} - 1 \right]}$$

$$[37b] \quad p_{0,25 \leq S < 0,5} \cong 1 - \frac{[2-S] \ln 2}{\left[\frac{3}{4} + \frac{S-1}{100} \right] \left\{ \sqrt{2} - \sqrt{[1-S]e^3} \right\} \times [2-S] \times \frac{2}{\ln 2} \left[\frac{6}{\pi} - 1 \right]}$$

$$[37c] \quad p_{0 \leq S < 0,25} \cong 1 - \frac{S \ln 2}{\left[\frac{9}{10} + \frac{S-1}{100} \right] \left\{ \sqrt{2} - \sqrt{[1-S]e^3} \right\} \times [2-S] \times \frac{2}{\ln 2} \left[\frac{6}{\pi} - 1 \right]}.$$

Für Börsen-Bluechips ist vor allem [37a] relevant, da die adjustierte S -Ratio selbst bei schweren Schocks, etwa der Finanzkrise 2008, für gewöhnlich nicht auf Werte kleiner 0,5 absackt (eher auf Werte um 0,85;⁴⁰ vergleiche beispielhaft Darstellung 16, oben rechts). Das zeigt sich, sobald man dem F -Modell historische Preisdaten zuführt. Ensemble [37] liefert aber *im Ganzen* gute Ergebnisse: Die Fehlerdifferenz in p (einem Prozentsatz) liegt im Durchschnitt bei 0,2 und maximal bei rund eins. Dies findet sich für eine repräsentative Auswahl von S -Werten durch Probe, das heißt Einsetzen in [36]; vergleiche Darstellung 17.

$\hat{S} = H$	0.999	0.95	0.9	0.85	0.8	0.75	0.7	0.65	0.6	0.55	0.5
p_{soll}	51.9%	63.1%	68.4%	72.4%	75.7%	78.6%	81.1%	83.3%	85.4%	87.3%	89.0%
$p_{ist} (F\text{-Modell})$	51.7%	63.4%	68.6%	72.3%	75.9%	78.9%	81.5%	83.8%	85.8%	87.4%	88.5%
Differenz	0.2%	-0.3%	-0.2%	0.1%	-0.2%	-0.3%	-0.4%	-0.5%	-0.4%	-0.1%	0.5%
$\hat{S} = H$	0.45	0.4	0.35	0.3	0.25	0.2	0.15	0.1	0.05	0.001	
p_{soll}	90.6%	92.1%	93.4%	94.7%	95.8%	96.9%	97.9%	98.7%	99.4%	99.9%	
$p_{ist} (F\text{-Modell})$	90.5%	92.7%	94.4%	95.7%	95.4%	96.7%	97.8%	98.7%	99.5%	99.9%	
Differenz	0.1%	-0.6%	-1.0%	-1.0%	0.4%	0.2%	0.1%	0.0%	-0.1%	0.0%	

Darstellung 17 Die Wahrscheinlichkeit p_{ist} unter der Bedingung $\hat{S} = H$ lässt sich mittels Formelensemble [37] annähern. Die Fehlerdifferenz gegenüber p_{soll} ist so gering, dass sie vernachlässigt werden kann.

Weiter zum Zusammenhang von Informations-, Investitions- und F -Theorie: Shannon (1948) belegt mathematisch, dass für gestörte Kommunikationssysteme folgende fundamentale Relation gilt:⁴¹

$$[38] \quad R = H[x] - H_y[x] = H[y] - H_x[y].$$

Kelly (1956) zeigt, dass R , die Übertragungsrate der Information, die trotz der Störung (des Rauschens) durch den Kommunikationskanal fließt, gleich

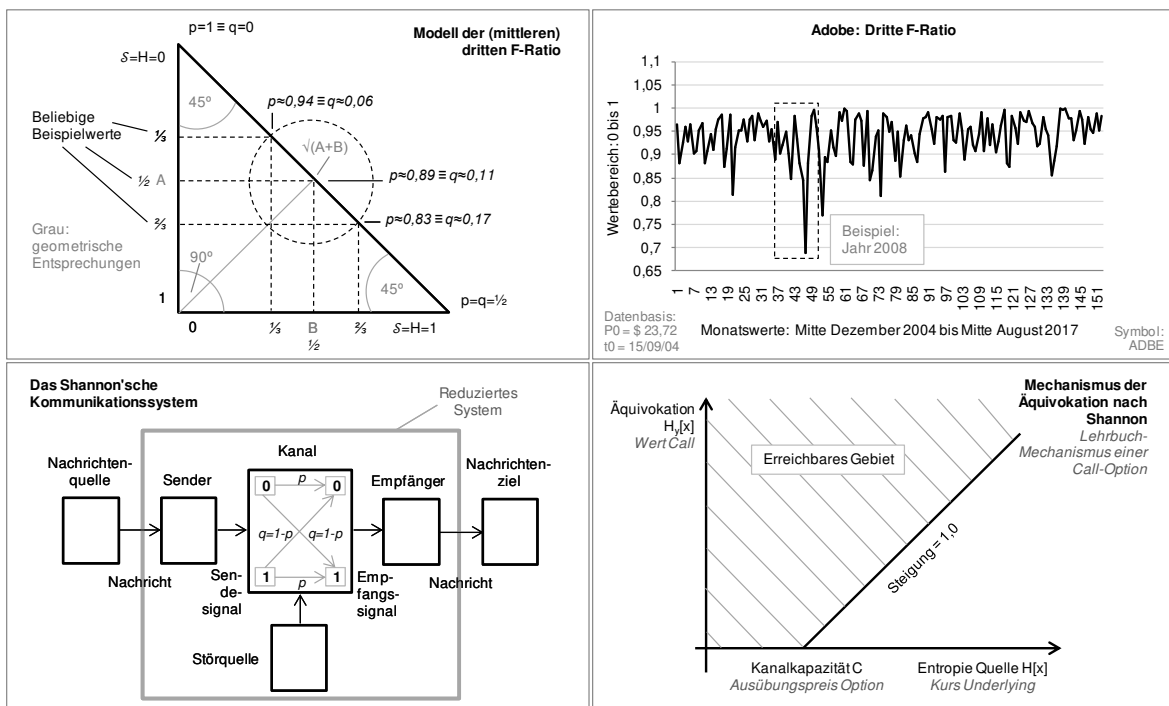
⁴⁰ Dies kann dafür mehrmalig passieren, zum Beispiel mehrere Monate in Folge.

⁴¹ Vergleiche für ein erläuterndes Beispiel mit Zahlen Fußnote 92, Text-Anhang 3.2. Zur Erklärung zentraler Begriffe der shannonschen Informationstheorie siehe Text-Anhangs-Kapitel 6.

$$[39] \quad G_{\max} = 1 + p \log_2 p + q \log_2 q$$

ist. Diese Formel stellt die maximal mögliche geometrische Rendite dar, mit der das Kapital des Kelly-Spielers wächst, sofern dieser – immer und immer wieder – einen ganz bestimmten Bruchteil „ l “ seines Vermögens in das betreffende Wettbewerb pro Durchlauf einbringt. Jedes andere l wäre nicht mehr kapitalmaximierend, eventuell sogar ruinös (für Erläuterungen siehe Text-Anhang 3.2).

Gleichung [38] stellt vier verschiedene Entropien, gemessen in Bit (vergleiche Text-Anhang 6.2), zueinander in Beziehung. Diese konstituieren – zusammen mit Angaben über die Leistungsfähigkeit des Kanals und die Art der zu übertragenden Zeichen – das Kommunikationssystem. Die Entropien sagen aus, wie viel Information der betreffende Kanal tatsächlich überträgt (vergleiche im Folgenden Darstellung 18, links unten).



Darstellung 18 Ein wenig grafische Unterstützung für die im Fließtext postulierten Thesen. (Darstn. oben nach eigenen Überlegungen; Darstn. unten ähnlich Shannon, 1948, mit Zusätzen.)

$H[x]$ ist die Entropie (Ungewissheit, H) der Nachrichtenquelle oder – nicht ganz korrekt, aber noch einfacher nachzuvollziehen – des Senders („ x “). Der Sender überträgt *in beliebiger Reihenfolge* genau zwei Symbole, jeweils eines zur Zeit:

Nullen und Einsen. Das heißt, es gilt p gleich q gleich ein halb.⁴² Von der Quellbeziehungsweise Senderentropie wird die sogenannte Äquivokation subtrahiert,

$$[40] \quad H_y[x] = -[p \log_2 p + q \log_2 q].$$

Die Äquivokation (Mehrdeutigkeit) ist die Ex-post-Unsicherheit am Orte des Empfängers darüber, ob die Nullen und Einsen, die, vom Sender geschickt, empfangen werden, auch als Nullen und Einsen gesendet wurden – und nicht etwa ein Mal so und ein Mal so (vergleiche zum besseren Verständnis dieses Punktes Fußnote 92, Text-Anhang 3.2). Die Differenz beider Entropien, eben R , wird auch Transinformation genannt; nur sie ist „echte“ Information, alles andere ist Rauschen.

Die Äquivokation findet sich auch in Kellys G_{max} -Formel, [39], und zwar rechts neben der Eins. Die maximal mögliche geometrische Rendite bei repetitiven Kelly-Spielen ist somit: *eins plus Shannons Äquivokation*. Noch interessanter ist: Es gilt nicht nur $G_{max} = R$, es gilt

$$[41] \quad G_{max} = R = C = \mathfrak{R}.$$

C ist die Leistungsfähigkeit – die Kapazität – des Übertragungskanal des Kommunikationssystems, und Shannon (1948, Abschn. XII) definiert sie folgendermaßen:

$$[42] \quad C = \max\{H[x] - H_y[x]\}.$$

Der Ausdruck lässt erkennen, dass C ein normativer Wert ist. Aus diesem Grund drückt der Autor ihn als Maximalwert aus – als die maximal mögliche Übertragungsrate der Information, die Differenz aus Quell- respektive Senderentropie und Äquivokation.

Und schließlich \mathfrak{R} ist die Redundanz $\mathfrak{R} = 1 - H/H_{max}$, die hier etwas präziser

$$[43] \quad \mathfrak{R} = 1 - H_y[x]/H[x]$$

geschrieben werden kann. Die Redundanz war in Text-Anhang 6.3 bereits als ein statistisches Maß für das syntaktisch Überflüssige in einer Nachricht beschrieben

⁴² Natürlich sind auch Quellen mit anderem p denkbar; $p = \frac{1}{2}$ ist der optimale Fall. Er garantiert die Übergabe eines vollen Bits pro Dualzeichen an den Sender.

worden. Durch ihr Auftreten kann beispielsweise eine SMS mit Tippfehlern in der Regel vom Empfänger noch gut rekonstruiert werden.

Shannons sogenannter Fundamentaler Lehrsatz (Shannon, 1948, Abschn. XIII) besagt nun zweierlei: (1) Gilt $H[x] < C$, so existiert ein Kodiersystem, das die Äquivokation des betreffenden Kommunikationssystems auf nahezu null reduziert. (2) Gilt $H[x] > C$, so kann keine Kodiermethode existieren, die in einer Äquivokation kleiner $H[x] - C$ mündete. Es ist in diesem Fall nurmehr möglich, eine Äquivokation von $H[x] - C + \varepsilon$ zu erreichen, wobei ε , eine Form von Störung, durch Kodierung beliebig klein gemacht werden kann. Kurz: Ist die Entropie der Quelle (des Senders) kleiner als die Kanalkapazität, kann $H[x] - C$, rechnerisch die Äquivokation, nicht unterboten, aber nahezu erreicht werden. Bei sehr geschickter Kodierung.⁴³

Bleibt die rechte Seite von Gleichung [38]. Diese wird Nutzinformation genannt (Shannon & Weaver, 1976, S. 31). $H[y]$ ist die Entropie des Nachrichtenziels respektive hier, um es einfacher zu machen, des Empfängers („ y “). $H_x[y]$ ist der Entropiewert des Rauschens, das heißt: des Störeinflusses am Kanal, der – unerwünschterweise – auf das zu empfangende Signal einwirkt. Die Nutzinformation ist diejenige Information, mit der der Empfänger tatsächlich arbeiten kann.

Darstellung 18, rechts unten, zeigt endgültig, was all dies mit der Bepreisung von Assets zu tun hat. Die Grafik repliziert ein Schaubild aus Shannon (1948, Abschn. XIII, Darst. 9). Der Autor verdeutlicht hierin den Mechanismus der Äquivokation. Das Bemerkenswerte daran: *Es ist exakt auch der Mechanismus einer Call-Option*, wie er sich grafisch abgebildet in jedem Standard-Finanzlehrbuch findet. Demnach sind konzeptionell identisch: Äquivokation und Wert des Calls, Kanalkapazität und Ausübungspreis der Option sowie Entropie der Quelle (des Senders) und Börsenkurs des Underlyings.⁴⁴ Die Sicht ist ganz offensichtlich die des Call-

⁴³ Beachte wegen eines möglichen Notationsfehlers Shannons auch Peters (1967, S. 182, Fn. 2). Shannon schreibt im Originalaufsatz „ $H[x] \leq C$ “, was laut Peters gegen Shannons ursprünglichen Beweis spricht. „ $H[x] < C$ “ dagegen ist in jedem Fall korrekt und durch den Beweis abgedeckt.

⁴⁴ Dies dürfte Claude Shannon, der 2001 im höheren Alter starb, im Nachgang bewusst geworden sein. – Der Zusammenhang zwischen Informationstheorie und Finanzökonomik wird im Schrifttum indes nach wie vor stiefmütterlich behandelt. Eine interessante Ausnahme ist Parker (2014). Vergleiche überdies zum Beispiel Marschak (1968); Ross (1989); Sims (2003); Kim, Permuter und Weissman (2009). Vielversprechend ist auch Peters und Gell-Mann (2016), wenngleich mit nur indirektem Bezug zur Informationstheorie. Als Sonderfall ist Fischer Blacks *Noise* (Black, 1986) zu sehen. Der Autor geht davon aus, dass das Gros der Marktteilnehmer nicht auf Basis neuer Informationen Wertpapiere an- und verkauft (Fama, 1970, 1991, 1998), sondern, zumindest vielfach,

Schreibers. Dieser hat naturgemäß Interesse an einem möglichst geringen Optionswert. Die informationstheoretische Entsprechung ist dann diejenige eines möglichst kleinen Äquivokationswertes.

bloß auf der Grundlage von Rauschen: *noise*. Black bedient sich mit dieser – interessanten – These explizit informationstheoretischen Vokabulars, ohne jedoch konkret auch auf die Informationstheorie einzugehen. Dies ist nach wie vor schade. Blacks Ansatz, obschon nicht selten zitiert, hätte, wäre er formell ausgearbeitet gewesen, das Potenzial gehabt, die Finanzorthodoxie (zu der der Autor allerdings selbst zählte) thematisch in eine neue Richtung zu lenken – hin zu informationstheoretisch-interdisziplinären (unorthodoxen, heterodoxen) Erwägungen.

5 Konzept der Fuge, Eigenrendite und S-Kriterium

Nun ist Kodierung an der Börse weder wünschenswert noch möglich. Möchte man trotzdem die geometrische Rendite (und damit das Vermögen) maximieren, bleibt nur, die Zahl der An- und Verkaufstransaktionen auf ein hohes Niveau zu bringen. Wie Latané (1956, 1957, 1959) und Kelly (1956) es auch fordern (vergleiche Text-Anhang 3). Ein natürlicher Weg, dies zu tun, ist, das Zeitintervall der Portfolioumschichtungen zu verkleinern, zum Beispiel von „monatlich“ auf „14-täglich“. Andernfalls ist innerhalb eines überschaubaren Zeitraumes keine hohe Transaktionszahl zu erreichen. Darstellung 7 (Text-Anhang 4.3), beispielsweise, lässt anhand der Skalen aber erkennen, dass die Rendite *sinkt*, wenn die Zeitperiode zwischen den Beobachtungszeitpunkten verkürzt wird (dort von monatlich auf börsentäglich); lediglich die Gestalt der Schwankungen bleibt erhalten. Hinzu kommt, dass sich bei einem solchen Anlagestil die Transaktionskosten immer mehr summieren, während, wie gesehen, die durchschnittliche Rendite pro Transaktion sinkt.

Um sich $G_{max} = R$ in vertretbarer Zeit sowie auch (kosten-)wirtschaftlich in annehmbarer Weise dennoch nähern zu können, möchte der Verfasser nun ein zentrales Instrument der Theorie der fairen geometrischen Rendite ins Spiel bringen: das „Konzept der Fuge“. Man muss sich Börsenkurse im F -Modell als polyphonisch vorstellen – mehrstimmig. Der Begriff Fuge (lateinisch *fuga*; deutsch: Flucht) entstammt der Musiktheorie. Johann Sebastian Bach (gestorben 1750) gilt als Koryphäe der Fugentechnik (etwa Manicke, 1977, S. 11). Ein sehr bekanntes Stück ist *Das Wohltemperierte Klavier*.

Das Charakteristische am Fugenkonzept ist zweierlei (etwa Loewengard, 1902, S. 26-87): Zum einen setzen die Singstimmen zeitversetzt ein, zum anderen wird das musikalische Thema, im Englischen *subject* genannt, durch die ungleichen Tonhöhen der verschiedenen Stimmen variiert, bleibt im Grundsatz aber erhalten. Hier liegt der Unterschied zum Kanon (beispielsweise Hofstadter, 1985, S. 8-11); darin erfolgt die Imitation (etwa Michaelis, 1886; Wolf, 1985, S. 14-15) des Hauptthemas ganz exakt, nicht, wie in der Fuge, grob, sinngemäß. Der Zweck beider (sogenannter musikalischer Satz-)Techniken ist, die *Klangbreite* zu erhöhen – und damit nichts anderes als die „Information“ (Gunzenhäuser, 1975, S. 134) des dargereichten Musikstücks. Kanon und Fuge holen *das Meistmögliche* aus einer musikali-

schen Grundidee heraus. Ziel ist die Annäherung an ein kreatives, harmonisches Optimum. Die in der Fuge der Hauptstimme gleichgestellten (Michaelis, 1886, S. 3, „nichts Untergeordnetes“; Manicke, 1977, S. 9, „möglichst große Selbständigkeit“) Zusatzstimmen werden „Antworten“ genannt (Loewengard, 1902, S. 26) oder auch „Gegenstimmen“. Die Technik ihrer Anordnung und Führung, inklusive ihrer Gesamtzahl, wird als „Kontrapunkt“ (etwa Krehl, 1920; Gárdonyi, 1980; Wolf, 1985; Daniel, 1997; Schwind, 2009) bezeichnet.

Im Fugenkonzept des F -Modells passiert nun etwas ganz Ähnliches wie in der musikalischen Fuge. Sei zunächst die Mathematik expliziert. Die Fuge selbst, \mathcal{F} , lässt sich schreiben

$$[44] \quad \mathcal{F} = \mathcal{T} + \mathcal{K}_1 + \dots + \mathcal{K}_n = \mathcal{T} + \sum_1^n \mathcal{K}.$$

Dabei ist \mathcal{T} das Thema, $\sum \mathcal{K}$ entspricht der Summe der Kontrapunkte (Antworten, Gegenstimmen). Mittels der Fuge soll eine Größe \mathcal{A} der Größe R angenähert werden – Shannons Informationsrate respektive Kellys Maximalrendite, Gleichung [41]. R kann maximal den Wert eins annehmen, da der Sender Dualzeichen überträgt und der duale Logarithmus der Zahl Zwei eins ist. $R = 1$ ergäbe sich, wenn der Sender seine zwei Symbole in völlig beliebiger Reihenfolge schickte *und* der Kanal vollkommen störungsfrei wäre. Von Ersterem – freier dualer Wahl im Bereich des Senders – soll in der Folge ausgegangen werden, von Letzterem nicht, da der gestörte Kanal der interessantere, weil am Kapitalmarkt vorliegende Fall ist.

Über das Aussehen der Größe \mathcal{A} , die hier „Eigenrendite“ genannt werden soll, kann der Verfasser vorerst nur Vermutungen anstellen.⁴⁵ Sie dürfte eine positive erste und eine negative zweite Ableitung besitzen. Als Kurve hätte sie damit einen konstant steigenden, aber stetig abnehmenden Verlauf (vergleichbar mit der logarithmischen Nutzenfunktion aus Text-Anhang 4.1, Darstellung 4, rechts). Es erscheint unwahrscheinlich, dass \mathcal{A} eine lineare Steigung besitzt, weil dann eine ganz bestimmte Summe \mathcal{K} existieren müsste, die erwirkte: $\mathcal{A} = R$.

Realistischer ist, dass die Eigenrendite der Informationsrate nur *angenähert* werden kann. Dann hätte \mathcal{A} den angenommenen konkaven (nach oben gewölbten)

⁴⁵ \mathcal{A} ist im Übrigen der russische Buchstabe „Ja“, deutsch „ich“.

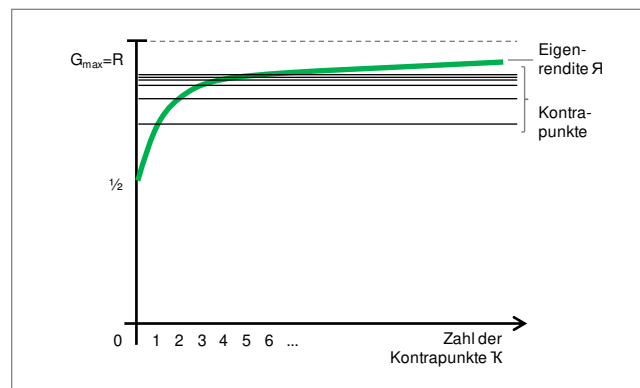
Verlauf. Die Formel könnte in diesem Fall lauten, und dies soll hier vorgeschlagen werden (zum Kurvenverlauf siehe Darstellung 19):

$$[45] \quad \mathcal{R} \cong \sqrt{\frac{1}{2}} \times R.$$

Dabei gälte (wegen der Annäherung an R):

$$[46] \quad \lim_{\sum \mathcal{K} \rightarrow \infty} \mathcal{R} = R.$$

Dem Term „ein halb“ in [45] liegt folgender Gedanke zugrunde. In Kapitel 2, gegen Ende, war gesagt worden, dass die Anlegerin, die das F -Modell beherzigt, bei $S < 1$ (nach-)kauft und bei $S > 1$ (leer-)verkauft – und dieses Prozedere immer und immer wieder wiederholt.⁴⁶ Die S -Investorin legt überdies stets nur eine Fraktion ihres Freivermögens an. Geht die Anzahl der Wiederholungen dieses Vorganges gegen eine sehr große Zahl, realisiert die Anlegerin *im Mittel* rund ein halb mal R , da sie (wegen der hohen Zahl der Transaktionen) jeweils gleich oft ein günstiges wie suboptimales S „erwischt“. Das Gesetz der großen Zahlen bewirkt dies (Begriffsbestimmung: Text-Anhang 3.1). Auf dieser Stufe hat die Akteurin dem „Thema“ noch keinen Kontrapunkt hinzugefügt.



Darstellung 19 Die Eigenrendite nähert sich Shannons Informationsrate respektive Kellys Maximalrendite (Asymptote) mit der Zahl der Kontrapunkte immer weiter an, erreicht diese jedoch nie. Die Betrachtungsweise ist langfristig-durchschnittlich.

⁴⁶ Die Orientierung bei den Anlageentscheidungen an S oder S^t führt zu identischen Ergebnissen. Der Einfachheit halber ist hier daher nur von S die Rede. Möchte man Bewegungswahrscheinlichkeiten in seine Überlegungen einbeziehen, muss auf S , die dritte F -Ratio, zurückgegriffen werden. Das Anlageergebnis ist dann ein völlig anderes. Eine Strategie kann beispielsweise lauten: „Kaufe (verkaufe) nur, wenn $p \geq \frac{2}{3}$.“ Dabei ist p die Wahrscheinlichkeit, dass S^t in $t + 1$ gen eins zurückkehrt oder dort verbleibt, falls es dort in t schon war.

Das „Thema“ ist im F -Modell die Börsenpreishistorie des Assets i , und zwar in einer bestimmten, das heißt: zu wählenden Periodisierung – etwa „endmonatlich“. Kontrapunkt kann dann beispielsweise sein „Mitte des Folgemonats“. Möglich sind auch Extremwerte wie „endmonatlich plus eine Millisekunde“. Innerhalb einer vollen Periode, das heißt zwischen t und $t + 1$, sind theoretisch unendlich viele Kontrapunkte einbaubar. Der zeitliche Abstand zwischen den Kontrapunkten sollte indes symmetrisch sein. Dies, um das Fugendesign kongruent, konsistent zu halten.⁴⁷ Darstellung 20 zeigt das (Einfachst-)Modell einer Fuge (links) in Abgrenzung zur Nichtfuge (rechts). Weiter unten im Text folgen zwei Beispielrechnungen für den Unterschied im Anlageergebnis (anhand der Celgene- und der IBM-Aktie im Jahr 2016).

Fuge											
Thema						Kontrapunkt					
Zeitpunkt	P	G	...	S	...	Zeitpunkt	P	G	...	S	...
⋮	⋮
Ende Jänner	Mitte Feber
Ende Feber	Mitte März
Ende März	Mitte April
⋮	⋮
Ende Dezember	Mitte Jänner
⋮	⋮
⋮	⋮
⋮	⋮
⋮	⋮

Nichtfuge											
Zeitpunkt	P	G	...	S	...	Zeitpunkt	P	G	...	S	...
⋮	⋮
Ende Jänner	Ende Jänner
Mitte Feber	Mitte Feber
Ende Feber	Ende Feber
Mitte März	Mitte März
Ende März	Ende März
Mitte April	Mitte April
⋮	⋮
Ende Dezember	Ende Dezember
Mitte Jänner	Mitte Jänner

Darstellung 20 In beiden Fällen, links und rechts, wird mitt- und endmonatlich das Portfolio umgeschichtet. Die S -Ratio (blau) liefert die An- und Verkaufssignale. Allerdings fallen diese Signale links (Fuge) und rechts (Nichtfuge) numerisch *unterschiedlich* aus. Die Signale links beinhalten mehr Information als diejenigen rechts. Das Anlageergebnis links wird daher im Mittel größer sein als rechts.

Welchen Anteil ihres Freivermögens sollte die S -Investorin in jede Ankaufstransaktion einbringen? Angenommen, die Akteurin orientiert sich bei ihren Anlageentscheidungen ausschließlich daran, ob S (oder äquivalent S^t) in t größer oder kleiner eins ist. Sie bezieht also keine Bewegungswahrscheinlichkeiten in ihre Über-

⁴⁷ Grundsätzlich wecken allerdings auch asymmetrische Fugendesigns Interesse. Als Beispiel könnte man den Vermögenswachstums-Effekt der folgenden Kontrapunktschar zur Fuge „endmonatlich“ prüfen: 1., 2., 3., 5., 6., 10. und 15. des Folgemonats. Für „endmonatlich“ steht hierbei stellvertretend die Zahl 30. Die Zahlen Eins, Zwei, Drei, Fünf, Sechs, Zehn und 15 sind allesamt Faktoren von 30. Weitere „Aufteilungen“ des Monats sind denkbar. Zur Kontrapunktschar hinzunehmen könnte man etwa noch – spiegelbildlich – den 20., 24., 25., 27. und 28. des Folgemonats. Nähme man nun noch – willkürlich – den 8., 12., 13., 17., 18. und 22. des Folgemonats hinzu, ergäbe sich sogar wieder eine gewisse Symmetrie. Übrig blieben in diesem Fall: der 4., 7., 9., 11., 14., 16., 19., 21., 23., 26. und 29. des Folgemonats. Natürlich sind dies nur Ideen. Plus: Nicht jeder Tag des Monats ist zwingend auch ein Handelstag. Die Möglichkeiten, eine Fuge zu gestalten, sind dennoch praktisch unbegrenzt.

legungen ein. Das Kelly-Kriterium entfällt dann, da dieses Wahrscheinlichkeitsangaben benötigt.

Die Anlegerin könnte beispielsweise wie folgt vorgehen und ihr eigenes Kriterium definieren, das S -Kriterium (s):

$$[47] \quad s = \frac{W}{m \times n \times [T + \sum \mathcal{K}] \times \left[p = \frac{1}{6}\right]}.$$

Hierbei ist

- W das Freivermögen,
- m die Gesamtzahl der potenziell interessierenden Assets,
- n der vorläufige Anlagehorizont, das heißt die Gesamtzahl der zunächst angedachten Perioden – zum Beispiel „zwölf“ für ein Jahr (bei monatlichen Beobachtungen) –,
- T das Thema (es hat den Wert „eins“) und
- $\sum \mathcal{K}$ die Summe der Kontrapunkte.

Der Term „ $\left[p = \frac{1}{6}\right]$ “ im Nenner ist ein willkürlicher Wert, einer Wahrscheinlichkeit nicht unähnlich. Er kommt folgendermaßen zustande und kann durchaus variiert werden, wobei dann natürlich auch s variiert: Die (adjustierte) S -Ratio kann prinzipiell sechs Signale senden –

$$S < 1, S < 1|P^- \text{ und } S < 1|P^+$$

sowie

$$S > 1, S > 1|P^- \text{ und } S > 1|P^+.$$

Das bedeutet, das Maß kann in einem beliebigen t entweder sein

- kleiner oder größer eins,
- kleiner eins bei gesunkenem oder gestiegenem Kurs P oder
- größer eins bei gesunkenem oder gestiegenem Kurs P .

Da in der langen Frist und bei vielen Durchläufen alle Ausprägungen S ungefähr gleich oft vorkommen, lässt sich – grob – von einer Ein-Sechstel-Auftretenswahrscheinlichkeit für jedes S sprechen. Daher der Term $\left[p = \frac{1}{6}\right]$.

Ein Zahlenbeispiel: Liege das Freivermögen (W) der Anlegerin bei zehn Millionen Euro, und seien 25 Aktien potenziell von Interesse (m). Laute zudem $n = 12$ und $\sum \mathcal{K} = 1$. Dann ergibt sich ein S -Kriterium von einhunderttausend Euro:

$$s = \frac{W}{m \times n \times [T + \sum \mathcal{K}] \times \left[p = \frac{1}{6}\right]} = \frac{€10.000.000}{25 \times 12 \times [1+1] \times \frac{1}{6}} = \frac{€10.000.000}{100} = €100.000.$$

Dies ist der Betrag, den die Investorin in jede einzelne Ankaufstransaktion einbringt. Ein Hundertstel ihres Freivermögens. Der tiefere Sinn des S -Kriteriums liegt darin, die Möglichkeit – das Risiko – zu berücksichtigen, dass sich das S aller Assets im Beobachtungsportfolio m für den gesamten Zeitraum n in ein und dieselbe Richtung bewegt, das heißt: nicht fluktuiert. Jedenfalls nicht um den Wert eins, sondern allenfalls ober- oder unterhalb der Eins. *Dies ist im F -Modell das Risiko.*

Zur Erläuterung: Die S -Investorin kauft bei $S < 1|P^-$ nach. Das heißt, sie steigt mit weiteren einhunderttausend Euro in die fragliche Aktie ein. Liegt ein solches S nun 100-mal in Folge vor – also „ $mn[T + \sum \mathcal{K}] \left[p = \frac{1}{6}\right]$ “-mal –, ist das Freivermögen W fürs Erste aufgebraucht (voll investiert). Kein sonderlich komfortables Szenario. Auch der umgekehrte Fall ist ärgerlich: Liegt ausschließlich, zu jedem Zeitpunkt t , nur $S > 1|P^+$ vor, so kann die Anlegerin nie „ruhigen Gewissens“ in die betreffenden Wertpapiere einsteigen. Sie muss dann stets zunächst mit einer Korrektur der Kurse nach unten rechnen, da der Grenzwert von S – eins – ja auch während des Booms prinzipiell erhalten bleibt.

In Fall eins ist das Risiko, dass die Kurse nur noch fallen; in Fall zwei, dass sie nur noch steigen. In keinem der beiden Fälle sind aber die Volatilitätsschwankungen selbst das Risiko – wie dagegen in der Orthodoxie (Begriffsbestimmung: Text-Anhang 4). Im Gegenteil sind die Börsen-typischen Kursschwankungen hier gerade nachgefragt. Aus diesem Grund können Optionen im F -Modell nicht gleichpreisig sein mit denen der Orthodoxie; sie müssen preiswerter sein. Andererseits sind Optionen im F -Modell auch nicht „quasi überflüssig“ (Text-Anhang 4.3, gegen Ende – dieser Vorstoß war tatsächlich „etwas kühn“), da ein Schutz gegen Fall eins und Fall zwei im Grundsatz wünschenswert erscheint. Eine solche Option besitzt in jedem Fall Wert. Die Frage ist, welchen. Kapitel 13 wird hierzu einige Ideen präsentieren.

Darstellungen 26a bis 26d zeigen zwei reale Rechenbeispiele für den Ergebnisunterschied zwischen Fuge (a, c) und Nichtfuge (b, d). Es handelt sich um die Titel Celgene und IBM am US-Markt im Jahr 2016. Die Akteurin legt wie üblich einhunderttausend Geldeinheiten, nun US-Dollar, pro Wertpapierankauf an. Die Beobachtungen sind endmonatlich (Fuge) respektive mitt- und endmonatlich (Nichtfuge). Im Rahmen der Fuge ist dem Thema (genau) ein Kontrapunkt beigelegt: „Mitte des Folgemonats“. In beiden Fällen, Fuge und Nichtfuge, erfolgt also *mitt- sowie endmonatlich* eine Portfolioumschichtung. Dividenden, Transaktionskosten und Einkommensteuern sind berücksichtigt, dies ist hier allerdings nicht einmal entscheidend.⁴⁸

⁴⁸ Noch zwei technische Details: t_0 ist im Falle Celgenes Ende August 2004, im Falle IBMs Ende November 2004. Dies hat Einfluss auf das S in t . Alle Angaben in Gesamtdarstellung 26 sind überdies ausnahmsweise in englischer Sprache gehalten. Der Verfasser bittet um Verständnis.

Symbol: CELG		Celgene Corporation					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory Margin	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		US\$			
Transactions							
01/15/2016	970	103.06	100,000.00	107.34	04/15/2016	104,152.92	6.90%
01/29/2016	997	100.32	100,000.00	107.34	04/15/2016	106,997.61	
03/15/2016	1021	97.98	100,000.00	107.34	04/15/2016	109,552.97	
04/15/2016	2988		300,000.00			320,703.50	
	-2988		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			20,703.50	
05/13/2016	998	100.16	100,000.00	105.52	05/31/2016	105,351.44	5.35%
05/31/2016	998		100,000.00			105,351.44	
	-998		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			5,351.44	
06/15/2016	1000	99.98	100,000.00	102.85	07/15/2016	102,870.57	3.57%
06/30/2016	1014	98.63	100,000.00	102.85	07/15/2016	104,278.62	
07/15/2016	2014		200,000.00			207,149.19	
	-2014		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			7,149.19	
08/31/2016	937	106.74	100,000.00	120.91	11/15/2016	113,275.25	17.23%
09/30/2016	957	104.53	100,000.00	120.91	11/15/2016	115,670.14	
10/14/2016	1015	98.50	100,000.00	120.91	11/15/2016	122,751.27	
11/15/2016	2909		300,000.00			351,696.66	
	-2909		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			51,696.66	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						20,703.50	
						5,351.44	
						7,149.19	
						51,696.66	
Dividends						0.00	
Number of transactions						13	
Cost approximation						\$100.00 per transaction	
Taxable income						-1,300.00	
						83,600.79	
Income tax approximation						-28.4%	
Realized net gain						-23,742.62	
						59,858.16	
Current book gain						0.00	
Number of transactions						0	
Cost approximation						\$100.00 per transaction	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						59,858.16	

Darstellung 21a Die Aktie Celgene am US-Markt 2016 im Rahmen einer Fuge mit (genau) einem Kontrapunkt. Die Account-Umschichtung erfolgt mitt- und endmonatlich. In vier Gesamttransaktionen (An- und Verkauf) je durchschnittlich 225.000 US-Dollar wurden 83.600,79 US-Dollar *taxable income* erlöst. (Ein *total net gain*, rechts unten, ist hier nicht angebbbar, da der Bezug – *purchase value of inventory* – fehlt, weil die letzte Transaktion abgeschlossen ist.) (Kurse: www.nasdaq.com.)

Symbol: CELG		Celgene Corporation					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
01/15/2016	970	103.06	100,000.00	102.45	02/12/2016	99,408.11	0.77%
01/29/2016	997	100.32	100,000.00	102.45	02/12/2016	102,123.21	
	1967		200,000.00			201,531.32	
02/12/2016	-1967		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			1,531.32	
02/29/2016	992	100.83	100,000.00	100.09	03/31/2016	99,266.09	0.71%
03/15/2016	1021	97.98	100,000.00	100.09	03/31/2016	102,153.50	
	2012		200,000.00			201,419.59	
03/31/2016	-2012		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			1,419.59	
04/29/2016	967	103.41	100,000.00	105.52	05/31/2016	102,040.42	3.70%
05/13/2016	998	100.16	100,000.00	105.52	05/31/2016	105,351.44	
	1965		200,000.00			207,391.86	
05/31/2016	-1965		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			7,391.86	
06/15/2016	1000	99.98	100,000.00	102.85	07/15/2016	102,870.57	3.57%
06/30/2016	1014	98.63	100,000.00	102.85	07/15/2016	104,278.62	
	2014		200,000.00			207,149.19	
07/15/2016	-2014		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			7,149.19	
08/31/2016	937	106.74	100,000.00	107.35	09/15/2016	100,571.48	0.57%
	937		100,000.00			100,571.48	
09/15/2016	-937		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			571.48	
09/30/2016	957	104.53	100,000.00	102.18	10/31/2016	97,751.84	0.74%
10/14/2016	1015	98.50	100,000.00	102.18	10/31/2016	103,736.04	
	1972		200,000.00			201,487.88	
10/31/2016	-1972		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			1,487.88	
11/30/2016	844	118.51	100,000.00	117.18	12/15/2016	98,877.73	-1.12%
	844		100,000.00			98,877.73	
	844		100,000.00			98,877.73	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						1,531.32	
						1,419.59	
						7,391.86	
						7,149.19	
						571.48	
						1,487.88	
Dividends						0.00	
Number of transactions							
Cost approximation						-1,700.00	
Taxable income						17,851.32	
Income tax approximation						-5,069.78	
Realized net gain						12,781.55	
Current book gain						-1,122.27	
Number of transactions							
Cost approximation						-100.00	
Purchase value of inventory						100,000.00	
Net account value						111,559.28	11.56%

Darstellung 21b Die Aktie Celgene am US-Markt 2016 als Nichtfuge mit Account-Umschichtung mitt- und endmonatlich. In sechs Gesamttransaktionen (An- und Verkauf) je durchschnittlich 183.333,33 US-Dollar wurden 17.851,32 US-Dollar *taxable income* erlöst. (Die siebente Transaktion konnte im Jahr 2016 nicht mehr abgeschlossen werden, da S hier kein Verkaufssignal sendete; es blieb kleiner eins.) (Kurse: www.nasdaq.com.)

Symbol: IBM		International Business Machines Corporation					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2015	727	137.62	100,000.00	131.03	02/29/2016	95,211.45	2.31%
01/15/2016	769	130.03	100,000.00	131.03	02/29/2016	100,769.05	
01/29/2016	801	124.79	100,000.00	131.03	02/29/2016	105,000.40	
02/12/2016	826	121.04	100,000.00	131.03	02/29/2016	108,253.47	
	3123		400,000.00			409,234.38	
02/29/2016	-3123		-400,000.00			-400,000.00	5.34%
	0		0.00			9,234.38	
04/29/2016	685	145.94	100,000.00	153.74	05/31/2016	105,344.66	
	685		100,000.00			105,344.66	
05/31/2016	-685		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			5,344.66	5.27%
06/30/2016	659	151.78	100,000.00	159.78	07/15/2016	105,270.79	
	659		100,000.00			105,270.79	
07/15/2016	-659		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			5,270.79	
08/31/2016	629	158.88	100,000.00	158.67	11/15/2016	99,867.82	1.94%
09/15/2016	642	155.66	100,000.00	158.67	11/15/2016	101,933.70	
10/14/2016	647	154.45	100,000.00	158.67	11/15/2016	102,732.28	
10/31/2016	651	153.69	100,000.00	158.67	11/15/2016	103,240.29	
	2570		400,000.00			407,774.09	
11/15/2016	-2570		-400,000.00			-400,000.00	
	0		0.00			7,774.09	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						9,234.38	
						5,344.66	
						5,270.79	
						7,774.09	
Dividends	02/08/2016	\$1.30	2297			2,986.15	
	05/06/2016	\$1.40	685			959.30	
	08/08/2016	\$1.40	0			0.00	
	11/08/2016	\$1.40	2570			3,597.93	
Number of transactions	14						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,400.00	
Taxable income						33,767.29	
Income tax approximation						-9,589.91	
Realized net gain						24,177.38	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						24,177.38	

Darstellung 21c Die Aktie IBM am US-Markt 2016 im Rahmen einer Fuge mit (genau) einem Kontrapunkt. Die Account-Umschichtung erfolgt mitt- und endmonatlich. In vier Gesamttransaktionen (An- und Verkauf) je durchschnittlich 250.000 US-Dollar wurden 33.767,29 US-Dollar *taxable income* erlöst. (Ein *total net gain*, rechts unten, ist hier nicht angebar, da der Bezug – *purchase value of inventory* – fehlt, weil die letzte Transaktion abgeschlossen ist.) (Kurse: www.nasdaq.com.)

Symbol: IBM		International Business Machines Corporation					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin			
Transactions							
12/31/2015	727	137.62	100,000.00	131.03	02/29/2016	95,211.45	2.31%
01/15/2016	769	130.03	100,000.00	131.03	02/29/2016	100,769.05	
01/29/2016	801	124.79	100,000.00	131.03	02/29/2016	105,000.40	
02/12/2016	826	121.04	100,000.00	131.03	02/29/2016	108,253.47	
	3123		400,000.00			409,234.38	
02/29/2016	-3123		-400,000.00			-400,000.00	-0.71%
	0		0.00			9,234.38	
04/15/2016	659	151.72	100,000.00	147.72	05/13/2016	97,363.56	
04/29/2016	685	145.94	100,000.00	147.72	05/13/2016	101,219.68	
	1344		200,000.00			198,583.24	
05/13/2016	-1344		-200,000.00			-200,000.00	0.73%
	0		0.00			-1,416.76	
06/15/2016	664	150.68	100,000.00	151.78	06/30/2016	100,730.02	
	664		100,000.00			100,730.02	
06/30/2016	-664		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			730.02	1.02%
08/31/2016	629	158.88	100,000.00	158.85	09/30/2016	99,981.12	
09/15/2016	642	155.66	100,000.00	158.85	09/30/2016	102,049.34	
	1272		200,000.00			202,030.46	
09/30/2016	-1272		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			2,030.46	2.99%
10/14/2016	647	154.45	100,000.00	158.67	11/15/2016	102,732.28	
10/31/2016	651	153.69	100,000.00	158.67	11/15/2016	103,240.29	
	1298		200,000.00			205,972.56	
11/15/2016	-1298		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			5,972.56	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						9,234.38	
						-1,416.76	
						730.02	
						2,030.46	
						5,972.56	
Dividends	02/08/2016	\$1.30	2297			2,986.15	
	05/06/2016	\$1.40	1344			1,882.05	
	08/08/2016	\$1.40	0			0.00	
	11/08/2016	\$1.40	1298			1,817.37	
Number of transactions	16						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,600.00	
Taxable income						21,636.23	
Income tax approximation	-28.4%					-6,144.69	
Realized net gain						15,491.54	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						15,491.54	

Darstellung 21d Die Aktie IBM am US-Markt 2016 als Nichtfuge mit Account-Umschichtung mitt- und endmonatlich. In fünf Gesamttransaktionen (An- und Verkauf) je durchschnittlich 220.000 US-Dollar wurden 21.636,23 US-Dollar *taxable income* erlöst. (Ein *total net gain*, rechts unten, ist hier nicht angebbbar, da der Bezug – *purchase value of inventory* – fehlt, weil die letzte Transaktion abgeschlossen ist.) (Kurse: www.nasdaq.com.)

Im Ergebnis zeigt sich deutlich, dass Fuge und Nichtfuge *unterschiedliche Cash-flows* produzieren. Obwohl in beiden Fällen zeitgleich und auch sonst unter gleichen Bedingungen das Portfolio umgeschichtet wird (beziehungsweise die einzelnen Wertpapier-Accounts). Die Inputdaten – die Kurshistorien – sind hier (Fuge) wie dort (Nichtfuge) dieselben. Nicht jedoch der monetäre Rückfluss der beiden Strategien. Dieser ist relativ höher, wird das Konzept der Fuge angesetzt. *S*-Fuge-Investoren können die Endrendite indes potenziell noch weiter erhöhen. Es bestehen folgende Möglichkeiten:

- Instantane Reinvestition von Gewinnen und Verlusten – erwirkt Zinseszins-effekt;⁴⁹
- gestaffelter Verkauf der Wertpapiere – berücksichtigt Momentumeffekt (Begriffsbestimmung: Text-Anhang 4.3), besonders in Boomphasen;⁵⁰
- Einsatz von Derivaten, etwa auf fallende Kurse;
- Erhöhung der Zahl der Kontrapunkte;
- Erhöhung der Zahl besonders volatiler Titel;
- Wahl einer größeren Investitions-Fraktion s (*S*-Kriterium);⁵¹
- Berücksichtigung von Metriken wie der *F*-Ratio oder dem kritischen Renditebeitrag bei der Zusammenstellung des Beobachtungsportfolios m ;⁵²
- Berücksichtigung von Bewegungswahrscheinlichkeiten ex der (mittleren) dritten *F*-Ratio.

– So viel zunächst zum Konzept der Fuge; Kapitel 14 wird den Faden erneut aufnehmen. Im folgenden Kapitel 6 wird es konkret zur Berechnung der Steigung der erwarteten fairen geometrischen Rendite $E[F]$ kommen. Aus der Steigung von $E[F]$ kann direkt die erwartete geometrische Rendite $E[G]$ abgeleitet werden. Von dieser Möglichkeit, erwartete Renditen und damit Preise zu prognostizieren, war

⁴⁹ Diese Maßnahme ist für explizit konservative Anleger möglicherweise verzichtbar oder gar ungeeignet; diese möchten zwischenzeitliche Gewinne möglicherweise zunächst in einem separaten Fonds sammeln. Die Beträge wären dann vorläufig geschützt, ähnlich demjenigen Teil des Freivermögens, der aktuell nicht investiert ist.

⁵⁰ Hier erwächst Anlegern allerdings das Risiko, dass Sofortverkäufe gelegentlich – rückblickend – die bessere Wahl gewesen wären. Anders gesagt kann es bei dieser Maßnahmen passieren, dass der oder die Investorin auf Stücken „sitzenbleibt“ (weil die *S*-Ratio kein „Verkaufen“ mehr signalisiert, sondern „Kaufen“).

⁵¹ Dies erhöht – wiederum – potenziell nicht nur die Rückflüsse, sondern auch die Gefahr, bei extremen Negativereignisse, sogenannten *black swans* (Taleb, 2007), entsprechend verstärkt betroffen zu sein.

⁵² Zum Beispiel Devise: „Nur $f > 1$, nur $Z > 1$.“

bereits in Einleitung und Text-Anhang 5.2 die Rede gewesen. Sie ist neben S -Ratio, Fuge und F -Optionspreisen der Kern der Theorie der fairen geometrischen Rendite.

6 Erwartete Wachstumsrate von F und Renditegleichung

Neben dem Wertmaß S inklusive seiner Fortentwicklungen kennt das F -Modell eine weitere Schlüsselgröße: die erwartete Wachstumsrate der fairen geometrischen Rendite. Teilziel des F -Modells ist ja, die erwartete geometrische Rendite aus der Steigung von $E[F]$ abzuleiten (vergleiche Einleitung und Text-Anhang 5.2). Die *aktuelle* Wachstumsrate von F ist definiert als

$$[48] \quad \delta_{i,t} = \frac{F_{i,t}}{F_{i,t-1}};$$

δ ist der griechische Buchstabe „Delta“. Diese Größe ist bekannt. Unbekannt dagegen ist $E[\delta_{i,t+1}]$, die erwartete Wachstumsrate von F , eine Periode voraus.

F als Kurve dargestellt ist zwar insofern „deterministisch“, als dass sie mit immer mehr Datenpunkten, anders als G , auch immer mehr zu einem geraden Strich wird (siehe Darstellung 10, Text-Anhang 5.2) und als dass man weiß, dass sie steigt (fällt), solange G über (unter) F rangiert. Doch kann ex ante nicht bekannt sein, *um wie viel* die Kurve steigt oder fällt. Der Phantasie, wie man $E[\delta]$ ermitteln – besser gesagt: schätzen – könnte, sind keine Grenzen gesetzt. Eine Regression kommt infrage. Die resultierende Rechenoperation wird im Ergebnis allerdings identisch sein mit dem Ausdruck

$$E[F_{i,t+1}]/F_{i,t}.$$

Die Gleichung, in die das gesuchte $E[\delta]$ eingesetzt wird, lautet

$$[49] \quad E[F_{i,t+n}] = \frac{\sum_{t=1}^t G_i}{t} \times \left\{ \frac{E[F_{i,t+1}]}{F_{i,t}} \right\}^n = F_{i,t} \times E[\delta_{i,t+1}]^n, n \geq 1.$$

Dies ist die erwartete faire geometrische Rendite. Ist [49] kalkuliert, kann dieser Wert in die Formel zur Ermittlung der eigentlich gesuchten Größe eingesetzt werden – der erwarteten geometrischen Rendite,

$$[50a] \quad E[G_{i,t+n}] = \frac{\frac{\sum_{t=1}^t G_i}{t} \times \left\{ \frac{E[F_{i,t+1}]}{F_{i,t}} \right\}^n \times [t+n] - \sum_{t=1}^t G_i}{n} = \frac{F_{i,t} \times E[\delta_{i,t+1}]^n \times [t+n] - \sum_{t=1}^t G_i}{n}$$

oder kurz

$$[50b] \quad E[G_{i,t+n}] = \frac{E[F_{i,t+n}] \times [t+n] - \sum_{i=1}^t G_i}{n}.$$

Gesamtgleichung [50] lässt sich nach $E[\delta]$ umstellen. Sei [50a] dazu nochmals alternativ vereinfacht:⁵³

$$[50c] \quad g = \frac{\frac{a}{t} h^n [t+n] - a}{n} = \frac{\frac{a h^n [t+n]}{t} - a}{n}.$$

Term a lässt sich, da er zweimal vorkommt, ausklammern:

$$g = \frac{a \left\{ \frac{h^n [t+n]}{t} - 1 \right\}}{n}.$$

Multiplizieren beider Seiten mit n , Teilen durch a und Addieren einer Eins zu beiden Seiten ergibt

$$\frac{gn}{a} + 1 = \frac{h^n [t+n]}{t}.$$

Multiplizieren beider Seiten mit t und Division durch $t + n$ bringt

$$h^n = \frac{t \left[\frac{gn}{a} + 1 \right]}{t+n}.$$

Ziehen der n -ten Wurzel aus beiden Seiten führt schließlich zu

$$[51a] \quad h = \sqrt[n]{\frac{t \left[\frac{gn}{a} + 1 \right]}{t+n}} = \sqrt[n]{\frac{t \left\{ \frac{E[G_{i,t+n}]^n}{\sum_{i=1}^t G_i} + 1 \right\}}{t+n}} = E[\delta_{i,t+1}],$$

der erwarteten Steigung F s beim Übergang von t zu $t + 1$. Die Gleichung simplifiziert sich entsprechend, wenn n gleich eins ist. Sie lautet dann:

$$[51b] \quad h = \frac{t \left[\frac{g}{a} + 1 \right]}{t+1} = \frac{t \left\{ \frac{E[G_{i,t+1}]}{\sum_{i=1}^t G_i} + 1 \right\}}{t+1} = E[\delta_{i,t+1}].$$

Nun bleibt [51] eine Gleichung mit zwei Unbekannten, $E[G]$ und $E[\delta]$. Doch wegen [32],

$$E[P_{i,t+1}] = P_{i,t0} \times G_{i,t}^{t+1} \times f_{i,t} \times E[S_{i,t+1}^{t+1} = j \geq 0] \Rightarrow S_{i,t+1}^{t+1} = j | P_{i,t+1},$$

⁵³ $E[G_{i,t+n}]$ ist jetzt g , $\sum_{i=1}^t G_i$ ist a , und $E[\delta_{i,t+1}]$ ist h .

ist bekannt, welcher erwartete Assetpreis die adjustierte S -Ratio in $t + 1$ eins werden lässt. „Eins“ ist für S^{t+1} , wie in Kapitel 2 und 4 gezeigt wurde, die plausibelste Schätzung. – Es lässt also derjenige erwartete Kurs die adjustierte S -Ratio in $t + 1$ gleich eins werden, dessen erwartete geometrische Rendite

$$[52a] \quad E[G_{i,t+1}] = \sqrt[t+1]{G_{i,t}^{t+1} \times f_{i,t} \times E[S_{i,t+1}^{t+1} = 1]} = [G_{i,t}^{t+1} \times f_{i,t}]^{\frac{1}{t+1}}$$

lautet.⁵⁴ [52a] kann in [51b] eingesetzt werden; dies bringt

$$[51c] \quad E[\delta_{i,t+1}] = \frac{t \left\{ \frac{[G_{i,t}^{t+1} \times f_{i,t}]^{\frac{1}{t+1}}}{\Sigma_{t=1}^t G_i} + 1 \right\}}{t+1},$$

eine Gleichung mit nur noch einer Unbekannten: $E[\delta]$ selbst. Ist n größer eins, gelten analog

$$[52b] \quad E[G_{i,t+n}] = \sqrt[t+n]{G_{i,t}^{t+n} \times f_{i,t}^n \times E[S_{i,t+1}^{t+1} = 1]^n} = [G_{i,t}^{t+n} \times f_{i,t}^n]^{\frac{1}{t+n}}$$

und

$$[51d] \quad E[\delta_{i,t+1}] = \sqrt[n]{\frac{t \left\{ \frac{[G_{i,t}^{t+n} \times f_{i,t}^n]^{\frac{1}{t+n}} \times n}{\Sigma_{t=1}^t G_i} + 1 \right\}}{t+n}}.$$

Nun fällt auf: $E[\delta]$, F s erwartete Steigung, *braucht* wider Erwarten überhaupt nicht geschätzt zu werden, insbesondere nicht per Regression. Die Variable lässt sich – wie gesehen – analytisch-algebraisch ableiten. Der Vollständigkeit halber sei hier trotzdem kurz das folgende Regressionsmodell vorgestellt, das, wie der Verfasser durch Tests fand, gute Ergebnisse erzielt:

$$[53a] \quad \gamma_i \equiv y_i = b + c \ln x_i + \varepsilon_i, E[\varepsilon_i] = 0 \rightarrow E[F_{i,t+1} | \gamma_i];$$

$$[53b] \quad \tau_i \equiv y_i = b + cx_i + dx_i^2 + \varepsilon_i, E[\varepsilon_i] = 0 \rightarrow E[F_{i,t+1} | \tau_i];$$

$$[53c] \quad (\text{Bitte umblättern!})$$

⁵⁴ Ausgangspunkt ist Formel [32]. Bringen des Terms $P_{i,t0}$ auf die linke Seite der Gleichung und ziehen der $t + 1$ -ten Wurzel aus beiden Seiten führt zu [52a].

$$E[\delta_{i,t+1}] = \left\{ \frac{Q\gamma_i + [1-Q]\tau_i}{\frac{\sum_{t=1}^t G_i}{t}} \right\} \left\{ \frac{Q\gamma_i + [1-Q]\tau_i}{\frac{\sum_{t=1}^t G_i}{t}} \right\}^{\omega_i} = \frac{E[F_{i,t+1}|\gamma_i, \tau_i, \omega_i]}{F_{i,t}}, 0 < Q \leq 1, \omega_i \in \mathbb{R}.$$

Es wird im Schnitt das beste Ergebnis erreicht, so scheint es, wenn die logarithmische und die Polynomregression, [53a] und [53b], zu jeweils 50 Prozent in Wachstumsrate $E[\delta]$, [53c], einfließen. Eine lineare Regression verschlechtert offenbar das Resultat; auch dies zeigen die Tests.

„Bestes Ergebnis“ heißt in vergleichbaren Fällen immer, auch im F -Modell oder anderen Modellen, dass die Standardabweichung (die Streuung) des ermittelten erwarteten Assetpreises in Bezug auf den Kurs, der sich ex post tatsächlich ergeben hat, möglichst gering ist. Hauptverantwortlich für diese Zahl ist stets das Preismodell, das angesetzt wird, dessen Qualität. Unter informationstheoretischem Aspekt sollten jedoch auch Rauschanteile in den Börsenkursen, induziert durch kollektives Verhalten, bei Prognosefehlern eine wichtige Rolle spielen. Auf diesen – diffizilen (weil schwierig beweisbaren) – Punkt wird in Kapitel 9 noch einmal zurückgekommen werden.

Der Potenzturm in [53c], nebenbei, ist nur ein Vorschlag – und eine Kuriosität, weil er das Ergebnis da und dort tatsächlich verbessert (also die mittlere Streuung senkt, sofern diese ungewöhnlich hoch erscheint). Sein Wert wird gleich eins sein, das heißt neutralisiert, falls ω („Omega“) gleich null gesetzt wird. Dann wirkt lediglich das eigentliche Mix-Regressionsmodell. Dessen Aufbau ist ebenfalls zunächst einmal nur eine Idee, auch andere Designs sind denkbar. Die Potenz ω ist im Zeitablauf (kaum überraschend) nicht konstant, was nicht unbedingt zur Praktikabilität dieses Instruments beiträgt. $E[\varepsilon_i]$ ist der erwartete Fehler der Regression; er wird ex ante wie üblich gleich null gesetzt.

Aufschlussreich am obigen Regressionsmodell ist zweierlei: (1) Es ist ausreichend, die letzten drei F s zu regressieren, also lediglich $F_{i,t}$, $F_{i,t-1}$ und $F_{i,t-2}$. Eine größere Zahl Datenpunkte verbessert das Resultat nicht, das heißt: erwirkt – via $E[\delta]$ – im Mittel keine bessere Schätzung des erwarteten Börsenkurses $E[P]$. Drei Datenpunkte entsprechen der Minimalzahl von Beobachtungen, die eine Regression überhaupt ermöglicht. (2) Auch das Regressionsmodell führt im Schnitt zu er-

warteten Assetpreisen, die S^t in $t + 1$ gehen lassen. Wie Formelensammlung [51].

Auf den Punkt gebracht reduziert das F -Modell stochastische Prozesse auf einen Markov-Prozess (benannt nach Andrej Markov, gestorben 1922; vergleiche auch Text-Anhang 6.3). In Markov-Prozessen – hier, streng: erster Ordnung – spielt einfach gesagt die *Datenhistorie* keine Rolle; die betreffenden Zeitreihen haben keine „Erinnerung“, wie es in der Fachsprache heißt. Für das mögliche zukünftige Verhalten einer solchen Datenreihe, das heißt beim Übergang von t zu $t + [n \geq 1]$, sind ausschließlich die Zahlenwerte ex t relevant; „ t “ ist der aktuelle Zeitpunkt. Die Analyse gewinnt nicht an Qualität, Bestimmtheit, werden mehr Datenpunkte, wird mehr „Vergangenheit“ in die Berechnungen einbezogen. Für das F -Modell bedeutet dies konkret: Es genügt, das F in t zu kennen, um eine bestmögliche Prognose des Wertes für F in $t + n$ ableiten zu können. Eine Regressionsanalyse ist nicht notwendig.

7 Preisgleichung, Renditestamm und -suffix

Fehlt noch der erwartete Assetpreis. Dieser kann vor dem Hintergrund des bis hierhin Gesagten nunmehr definiert werden als:

$$[54] \quad E[P_{i,t+n}] = P_{i,t0} \times \left\{ \frac{F_{i,t} \times E[\delta_{i,t+1}]^n \times [t+n] - \sum_{t1}^t G_i}{n} \right\}^{t+n}, n \geq 1.$$

In Fällen, in denen die adjustierte *S*-Ratio des Assets *i* im langfristigen Durchschnitt signifikant von „eins“ abweicht – zum Beispiel bei 0,99 oder 1,01 liegt –, kann (muss aber nicht) der Term $E[\delta_{i,t+1}]$, [51d], wie folgt modifiziert werden:

$$[51e] \quad E[\delta_{i,t+1}] = \sqrt[n]{\frac{t \left\{ \frac{G_{i,t}^{t+n} \times f_{i,t}^n \times E[S_{i,t+1}^{t+1} \neq 1]^n \times \frac{1}{t+n}}{\sum_{t1}^t G_i} + 1 \right\}}{t+n}}.$$

Denkbar ist alternativ, $E[S_{i,t+1}^{t+1} \neq 1]$ zur halben Potenz (oder zu einer anderen Potenz kleiner eins) zu erheben; dies schwächt den Effekt, den Faktor „ $\times E[S_{i,t+1}^{t+1} \neq 1]$ “ in [51e] hat, entsprechend ab, möchte man ihn nur anteilig berücksichtigen:

$$[51f] \quad E[\delta_{i,t+1}] = \sqrt[n]{\frac{t \left\{ \frac{G_{i,t}^{t+n} \times f_{i,t}^n \times \left(E[S_{i,t+1}^{t+1} \neq 1]^2 \right)^{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{t+n}}{\sum_{t1}^t G_i} + 1 \right\}}{t+n}}.$$

Die erwartete geometrische Rendite im *F*-Modell, die geschwungene Klammer in Preisgleichung [54], ist in Worten im einfachsten Fall – in $t + [n = 1]$ – eine simple Differenz. Und zwar der zu schätzenden fairen geometrischen Rendite in $t + 1$ multipliziert mit $t + 1$ einerseits sowie der Summe der bis dato angefallenen geometrischen Renditen andererseits. Ist *n* größer eins, ist diese Differenz noch durch *n* zu teilen (und $E[\delta]$ zur Potenz *n* zu erheben).

Da die faire geometrische Rendite im Zeitablauf nicht konstant ist, sondern wächst oder fällt (weil die geometrische Rendite darüber oder darunter rangiert) – es sei denn, es gilt $G = F$, was in der Regel aber nicht der Fall ist –, kann auch die geo-

metrische Rendite nicht sinnvollerweise als konstant angenommen werden. Ergo: *Die erwartete geometrische Rendite muss, zumindest im Regelfall, ungleich sein der aktuellen geometrischen Rendite.* Diese Einsicht ist der Ausgangspunkt aller Überlegungen der vorliegenden Theorie und Masterarbeit.

Dabei ist wichtig: Zufällige oder systematische Abweichungen von dieser Regel – Letzteres: eben $G = F$ – bleiben möglich. Ersteres heißt, dass die geometrische Rendite in konsekutiven Perioden durchaus exakt gleich sein kann, ohne dass deswegen auch Parität zwischen G und F herrschen müsste.⁵⁵ *Umgekehrt kann jedoch ein konstantes G nicht die beste Schätzung für eine beliebige Folgeperiode sein, sofern nicht zugleich gilt: $G = F$.* Und dies ist der springende Punkt.

Die Differenz der erwarteten und der aktuellen geometrischen Rendite soll hier als „Renditesuffix“ bezeichnet werden, kurz α („Alpha“):

$$[55] \quad E[G_{i,t+1}] - G_{i,t} = F_{i,t} \times E[\delta_{i,t+1}] \times [t + 1] - \sum_{t=1}^t G_i - G_{i,t} = \alpha_{i,t+1}.$$

Es ist hiernach im F -Modell die aktuelle geometrische Rendite in t in Bezug auf $t + 1$ (nur) der „Renditestamm“. Renditestamm und Renditesuffix, welches positiv oder negativ sein kann – oder im Grenzfall null, wenn $G = F$ (so dass $f = S = \delta = 1$) –, summieren zusammen zur gesuchten erwarteten geometrischen Rendite; es gilt:

$$[56] \quad E[G_{i,t+1}] = G_{i,t} + [\alpha_{i,t+1} \in \mathbb{R}_0^{\pm}].$$

Möchte man Bewegungswahrscheinlichkeiten in seine Kursprognosen einbeziehen, so ändert sich Preisgleichung [54] in Formel

$$[57] \quad (\text{Bitte umblättern!})$$

⁵⁵ Dieser Fall war in Darstellung 14 (Kapitel 2), Mitte links, simuliert worden.

$$\begin{aligned}
E[P_{i,t+n}|\mathcal{S},p,q] = & P_{i,t} \left\{ p_{E[\emptyset,t\cdots n]} \left[\frac{P_{i,t0} G_{i,t}^{t+n} f_{i,t}^n \left\{ E[S_{i,t+1}^{t+1} = j \in \mathbb{R}^+]^{\frac{1}{k \in \mathbb{R}^+}} \right\}^n}{P_{i,t}} \right. \right. \\
& \left. \left. + \sigma_{\emptyset,0\cdots t} \ln[n-1+e] \right] \right. \\
& \left. + q_{E[\emptyset,t\cdots n]} \left[\frac{P_{i,t0} G_{i,t}^{t+n} f_{i,t}^n \left\{ E[S_{i,t+1}^{t+1} = j \in \mathbb{R}^+]^{\frac{1}{k \in \mathbb{R}^+}} \right\}^n}{P_{i,t}} \right. \right. \\
& \left. \left. - \sigma_{\emptyset,0\cdots t} \ln[n-1+e] \right] \right\}.
\end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeiten p und $q = 1 - p$, [29b], folgen aus \mathcal{S} , [35a, 37]. Der Quotient

$$[58] \quad \frac{P_{i,t0} G_{i,t}^{t+n} f_{i,t}^n \left\{ E[S_{i,t+1}^{t+1} = j \in \mathbb{R}^+]^{\frac{1}{k \in \mathbb{R}^+}} \right\}^n}{P_{i,t}}$$

ist die erwartete Gesamtrendite des Kurses des Assets i zwischen t und $t + n$. F -Ratio und erwartete adjustierte S -Ratio sind zur Potenz n zu erheben, sofern n größer eins ist. Der Term im Zähler stellt den erwarteten Assetpreis in $t + n$ dar. Einen identischen erwarteten Kurs liefert Formel [54]. Dies wird weiter unten noch kurz gezeigt werden. Ausdruck

$$[59] \quad \left\{ E[S_{i,t+1}^{t+1} = j \in \mathbb{R}^+]^{\frac{1}{k \in \mathbb{R}^+}} \right\}^n$$

neutralisiert sich, sofern j gleich eins gewählt wird; k kann bei Bedarf (und sofern $j \neq 1$ ist) größer eins gesetzt werden, analog [51f]. Die logarithmische Fortschreibungsweise der Standardabweichung bei $n > 1$ war in Kapitel 3 im Bereich vorläufige F -Optionspreise vorgeschlagen worden.

8 Prognosebeispiel mit Zahlen: Adobe

Da Formel [57] ein wenig abstrakt wirkt, im Folgenden ein (reales) Zahlenbeispiel. Die Aktie des Softwareherstellers Adobe lieferte Mitte Juni 2017, hier $t = 153$, folgende, mittlmonatliche Inputdaten. Es soll der Kurs in $t + [n = 3]$, Mitte September 2017, prognostiziert werden. Es ist t_0 Mitte September 2004. Hier die Daten:

- $P_{i,t_0} = \$23,72; P_{i,t=153} = \$137,52; S_{i,t=153} = 0,98844; p_{E[t=153]} = 0,5651;$
- $p_{E[\emptyset,t\dots n]} = \frac{p_{E[t]}}{n} + \frac{n-1}{2n} = \frac{0,5651}{3} + \frac{2}{6} = 0,5217;$
- $q_{E[\emptyset,t\dots n]} = 1 - p_{E[\emptyset,t\dots n]} = 0,4783;$
- $j = \frac{\sum_{i=3}^{t=153} S_i^t}{m} = \frac{153,239232}{151} = 1,014829; k = 1;$
- $P_{i,t_0} G_{i,t}^{t+n} f_{i,t}^n \left\{ E[S_{i,t+1}^{t+1} = j \in \mathbb{R}^+]^{\frac{1}{k \in \mathbb{R}^+}} \right\}^n = E[P_{i,t+n}] =$
 $\$23,72 \times 1,011553^{\frac{153+3}{153}=156} \times 0,999485^3_{t=153} \times \left\{ E[S_{i,t+1}^{t+1} = 1,014829]^1 \right\}^3 =$
 $\$23,72 \times [6,001063 \times 0,998456 \times 1,04515] = \$148,54;$
- $\sigma_{\emptyset,0\dots t} \ln[n - 1 + e] = 0,08469 \ln[3 - 1 + e] = 0,1314.$

Eintragen in [57] ergibt einen erwarteten Kurs Mitte September 2017 von 149,32 US-Dollar. Dies entspricht einem – vergleichsweise stattlichen – Dreimonatsplus von 8,58 Prozent:

$$E[P_{i,t+n|S,p,q}] = \$137,52 \left\{ 0,5217 \left[\frac{\$148,54}{\$137,52} + 0,1314 \right] + 0,4783 \left[\frac{\$148,54}{\$137,52} - 0,1314 \right] \right\}$$

$$= \$149,32.$$

$$E[r_{i,t+n|S,p,q}] = \left\{ \frac{E[P_{i,t+n|S,p,q}]}{P_{i,t}} - 1 \right\} \times 100 = \left[\frac{\$149,32}{\$137,52} - 1 \right] \times 100 = 8,58\%.$$

In Opposition hierzu sollte Preisformel [54] zu einem erwarteten Assetpreis von 148,54 Dollar führen, weil Gesamtgleichung [54] und Zähler in [58] im Resultat äquivalent sind (siehe auch obige Auflistung, zweiter Punkt von unten). Und dies ist der Fall.

Zunächst einmal: Wie lautet F s Steigung? Diese kann durch [51e] ermittelt werden ($\sum_{i=1}^t G_i$ entspricht dabei dem Wert 154,847328):

$$E[\delta_{i,t+1}] = \sqrt[n]{\frac{t \left\{ \frac{\left[G_{i,t}^{t+n} \times f_{i,t}^n \times E[S_{i,t+1}^{t+1} \neq 1] \right]^n \times \frac{1}{t+n} \times n}{\sum_{i=1}^t G_i} + 1 \right\}}{t+n}} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{153 \left\{ \frac{\left[1,011553 \times_{t=153}^{153+3=156} 0,999485 \times_{t=153}^3 \times 1,014829 \times 3 \right]^{\frac{1}{153+3=156}} \times 3}{154,847328} + 1 \right\}}{153+3=156}} = \sqrt[3]{\frac{153 \left\{ \frac{1,011829 \times 3}{154,847328} + 1 \right\}}{156}} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{155,9992737}{156}} = 0,99999845.$$

Einsetzen $E[\delta]$ s in [54] schließlich führt – wie intendiert – zu einem prognostizierten Wertpapierkurs von 148,54 Dollar ($F_{i,t}$ lautet hierbei 1,012074041):

$$E[P_{i,t+n}] = P_{i,t0} \times \left\{ \frac{F_{i,t} \times E[\delta_{i,t+1}]^n \times [t+n] - \sum_{i=1}^t G_i}{n} \right\}^{t+n} =$$

$$\$23,72 \times \left\{ \frac{1,012074041 \times 0,99999845^3 \times [156] - 154,847328}{3} \right\}^{156} =$$

$$\$23,72 \times \left\{ \frac{157,882816 - 154,847328}{3} \right\}^{156} = \$23,72 \times \{1,011829\}^{156} = \$148,54.$$

In Kontrast dazu mündet eine konstant gehaltene geometrische Rendite (diese lag in t bei rund 1,16 Prozent) lediglich in einem projizierten Börsenkurs Adobes von 142,35 US-Dollar. Dies entspricht einem Dreimonatsplus von „nur“ rund dreieinhalb Prozent (gegenüber weiter oben: rund achteinhalb Prozent):

$$E[P_{i,t+n|\bar{G}}] = P_{i,t0} \times \bar{G}_{i,t}^{t+n} = \$23,72 \times 1,011553_{i,t=153}^{153+3=156} = \$142,35$$

$$E[r_{i,t+n|\bar{G}}] = \left\{ \frac{E[P_{i,t+n|\bar{G}}]}{P_{i,t}} - 1 \right\} \times 100 = \left[\frac{\$142,35}{\$137,52} - 1 \right] \times 100 = 3,51\%.$$

9 Interpretation und Bezug zu „Shannon-Kelly“

Nun steht Adobes Börsenkurs während dies geschrieben wird, am 8. September 2017, bereits bei 155,34 Dollar. Dies sind

- 12,96 Prozent mehr als noch Mitte Juni 2017 (das heißt in t , Kurs damals: 137,52 Dollar),
- 9,13 Prozent mehr als obige Kursprognose mit *konstanter* geometrischer Rendite sowie
- 4,03 Prozent mehr als vom F -Modell unter Berücksichtigung von Bewegungswahrscheinlichkeiten ermittelt.

Der mittleren der drei Diskrepanzen liegt möglicherweise gerade die Basisidee des Kapitels 7 (eigentlich: der Gesamtarbeit) zugrunde, nämlich dass die als konstant angenommene geometrische Rendite ungeeignet erscheint, die volle Dynamik einer Wertpapierrendite adäquat zu erfassen. Letztere Diskrepanz, rund vier Prozent, liegt nur knapp eine halbe Monats-Standardabweichung (8,47 Prozent, siehe Punktauflistung Kapitel 8, letzter Punkt) vom Börsenpreis vom 8. September 2017 entfernt. Dennoch: Die Schätzung könnte genauer sein. Natürlich sind dies nur Momentaufnahmen, die nichts beweisen und nichts widerlegen. Angenommen trotzdem, es bleibt bei rund 155 Dollar bis 15. September,⁵⁶ und man wollte dies bewerten. – Wie ließe sich die Diskrepanz zwischen Schlusskurs und Vorhersage durch das F -Modell erklären?

Aus Sicht des Verfassers führt diese Frage stellvertretend zurück auf eine höhere, allgemeinere Ebene der Diskussion – zurück zu informationstheoretischen Erwägungen. Genau gesagt: Äquivokation, Rauschen und Kanalkapazität. Shannon und Kelly interessierten sich für das *durchschnittliche* Verhalten von Systemen, nicht für Momentaufnahmen. Jeder Akt von Kommunikation, das heißt Informationsübertragung, kann nach Auffassung der Autoren dargestellt werden als ein stochastischer Prozess. Ja: Er *ist* ein stochastischer Prozess. Semantik spielt auf dieser (rein technischen) Stufe nicht die mindeste Rolle. Diese Erkenntnis war das Neue, das Verblüffende an Claude Shannons Kommunikationstheorie. John Kelly

⁵⁶ Nachtrag: Der Schlusskurs Adobes am US-Markt am 15. September 2017 betrug 154,49 Dollar. (14 Tage später, am 29. September, einem Freitag, lag der Endkurs Adobes schließlich tatsächlich explizit im Bereich der Prognose: bei 149,18 Dollar.)

andererseits zeigte anhand eines fast beliebigen, indes pointierten Beispiels, eben Sportwetten, wie geradezu *universell* anwendbar und übertragbar diese Theorie ist.

Auf welche Weise lässt sich nun das durchschnittliche Verhalten – beispielsweise – der Adobe-Aktie beschreiben? Die (mittlere) dritte F -Ratio war in Kapitel 4 bereits als gleichwertig der shannonschen Informationsentropie H dargestellt worden. Beide Maße bewegen sich numerisch zwischen null und eins (Bit, wenn man so möchte; Begriffsbestimmung: Text-Anhang 6.2), wobei „eins“ maximal mögliche Wahlfreiheit anzeigt. In diesem Fall gilt: $p = q = 50\%$. Für die eine – oder die andere Entscheidung. Immer bezogen auf den nächsten Schritt, den nächsten „Wahlgang“. Es entsteht eine Sequenz aus Nullen und Einsen. Diese Sequenz, die eine Quelle produziert und über einen Sender durch einen Kanal an einen Empfänger zu Händen eines Nachrichtenziels verschickt, ist einem Geräusch ausgesetzt, dem sogenannten Rauschen. Den perfekten Kanal gibt es praktisch nicht.⁵⁷

Wie also lässt sich „Shannon-Kelly“ konkret auf das F -Modell übertragen, um, etwa, mehr über die Dynamik der Adobe-Aktie zu erfahren? – Shannons Fundamentalgleichung zur Übertragungsrate der Information, [38], lautet (siehe Kapitel 4)

$$R = H[x] - H_y[x] = H[y] - H_x[y].$$

Dabei sind (im reduzierten System, vergleiche Darstellung 18, links unten) $H[x]$ und $H[y]$ die Entropie des Senders und des Empfängers sowie $H_y[x]$ und $H_x[y]$ die Entropiewerte der Äquivokation und des Rauschens. R ist die Übertragungsrate der Information. Sie ist identisch mit Kellys maximal möglicher geometrischer Rendite G_{max} .

⁵⁷ Selbst die Dozentin im Hörsaal muss mit ihrer Stimme gegen ein gewisses Gesäusel, verursacht durch die Studierenden, ankämpfen. Die Aufmerksamen unter den Studierenden haben umgekehrt dasselbe Problem: Sie wollen die Dozentin akustisch verstehen. Trotz des Rauschens. Das Postulat des Shannon'schen Kommunikationssystems (grafisch nachvollzogen in Darstellung 18, links unten) ist nachgerade auf jedweden Lebensbereich übertragbar, in dem nur irgendwie kommuniziert wird – sofern, und dies ist wichtig, die *Übertragung* der Kommunikation im Vordergrund steht (implizit Shannon, 1956). Mit dieser Einschränkung im Rückgriff bleibt das Shannon-Modell auch auf die Börsen gut anwendbar, an denen ja tagtäglich News, Gerüchte, Illusionen, Befürchtungen, Prognosen und Schlusskurse gehandelt, ausgetauscht – kommuniziert – werden. Dies ist nunmehr ausreichend klar geworden.

Der Entropiewert des Rauschens ist leicht algebraisch zu ermitteln, sofern die anderen Werte bekannt sind, was hier der Fall ist. Die Entropie des Senders ist im F -Modell schlicht „eins“. Dies ist den Grenzwerten [19] und [31] geschuldet – S -Ratio und mittlere adjustierte S -Ratio gehen in der langen Frist gegen eins. Das bedeutet für die Sicht des Finanzmarktes so viel wie: Die Verteilung der Börsenrenditen ist grundsätzlich fair. Kein Anleger kann ex ante sicher wissen, wie sich die Wertpapiere entwickeln werden. Dies schließt kollektive Episoden nicht aus. Auch macht es den Versuch, Bewegungswahrscheinlichkeiten zu kalkulieren, nicht obsolet. Es heißt nur: Im Grundsatz ist der Markt fair; er sendet völlig arbiträr „Nullen und Einsen“. Dies bedeutet nur eben nicht, dass sich die gesendeten Dualzeichen auch *in der intendierten Reihenfolge* beim Empfänger materialisieren.⁵⁸

Die von $H[x] = 1$ abzuziehende Äquivokation – Missverständlichkeit der gesendeten Zeichen – ist im F -Modell die mittlere dritte F -Ratio, [35b],

$$\hat{s}_{i,t} = \frac{\sum S_{i,t,u} + \sum S_{i,t,d}}{m}.$$

Diese Größe ist die optimale Kandidatin als Entsprechung für die Äquivokation, da sie – wie die Äquivokation – die langfristig-durchschnittliche Abweichung vom Idealwert „eins“ misst. Bei Shannon entspricht eins 1,0 Bit pro Dualzeichen – einer perfekt freien Wahl. Im F -Modell ist eins gleichbedeutend mit $S = S^t = 1$. Auch hier ist der Ausgang des nächsten Wahlganges vollständig ungewiss.⁵⁹ Sowohl $H_y[x]$ als auch $\hat{s}_{i,t}$ bewegt sich im Intervall $[0; 1]$. Dies jeweils mit überproportionaler Tendenz zum Wert eins. Beide Maße sind also nichtlinear.

Als Entropie des Empfängers möchte der Verfasser die mittlere adjustierte zweite F -Ratio beziehungsweise mittlere adjustierte S -Ratio, [30], vorschlagen, und zwar in folgender Schreibweise, damit der numerische Wert stets kleiner (gleich) eins ist:

$$[60] \quad \check{s}_{i,t}^t = \left[\frac{\sum S_{i,t}^t < m}{m} \right] \vee \left[1 / \frac{\sum S_{i,t}^t > m}{m} \right] \leq 1.$$

⁵⁸ Abermals der Hinweis: Vergleiche zum besseren Verständnis dieses (für die Arbeit zentralen) Punktes Fußnote 92, Text-Anhang 3.2.

⁵⁹ Es könnte nach oben gehen, es könnte nach unten gehen, es könnte sich überhaupt keine Änderung ergeben.

Dabei ist wie gehabt S^t die adjustierte S -Ratio in t , m ist die Anzahl der Beobachtungen. Die mittlere adjustierte S -Ratio ist als Äquivalent der Entropie des Empfängers, $H[y]$, deshalb prädestiniert, weil sie, anders als die mittlere dritte F -Ratio, berücksichtigt, inwieweit sich die Abweichungen vom Idealwert „eins“ im Zeitmittel wechselseitig aufheben. Da die Entropie des Empfängers eine Komponente der *Nutzinformation* ist (vergleiche Kapitel 4), sollte diese nicht wesentlich (aber doch ein wenig) weniger Informationsgehalt repräsentieren als die Entropie des Senders. Letztere beträgt, wie gesagt wurde, 1,0 Bit pro Dualzeichen.

Im Idealfall, das heißt, wäre der Übertragungskanal störungsfrei, gälte $H[x] = H[y] = 1$. Doch dies ist nicht realistisch, zumindest nicht für die Börsen oder Glücksspiele (oder das akustische Verstehen im Hörsaal, Fußnote 57). Wie hoch, andererseits, ist dann das Rauschen? Nun: Der Entropiewert des Rauschens, $H_x[y]$, ist stets der Betrag, der Gleichung [38] (wieder) aufgehen lässt, wenn alle anderen Werte bekannt sind.

Darstellung 22 bietet eine Übersicht über die 25 Aktien, die in Kapitel 12 einem F -Modell-Praxistest unterzogen werden. Die Tabelle führt die gerade skizzierten informationstheoretischen Charakteristika aller Wertpapiere auf (plus einige weitere potenziell interessierende Parameter).

Die Werte Adobes lauten Mitte Juni 2017, wenn t_0 Mitte September 2004 ist:⁶⁰

$$\begin{aligned} R &= H[x] - H_y[x] = H[y] - H_x[y] \\ &= 1 - 0,9382 = \left[\frac{1}{1,0148} = 0,9854 \right] - 0,9236 \\ &= 0,0618. \end{aligned}$$

Dabei ist $H[y]$ (die Entropie der empfangenen Zeichen) der Kehrwert der mittleren adjustierten S -Ratio. $H_x[y]$ (das unerwünschte Rauschen) ergibt sich algebraisch, da R bekannt ist. Dies bedeutet – stark idealisiert –, dass eine Anlegerin in Adobe-Anteilen im Schnitt maximal 6,18 Prozent Rendite pro Zeitperiode t erwarten kann. Dazu muss sie entweder – über einen sehr langen Zeitraum – immer wieder das Kelly-Kriterium (l) anwenden. Oder sie setzt als Anlagestrategie das – zeitlich

⁶⁰ Hinweis: Darstellung 22 betrifft endmonatliche Kursdaten. Das erörterte Adobe-Beispiel dagegen ist aus mittmonatlichen Daten abgeleitet. Der Ergebnisunterschied ist marginal, aber zu beachten.

günstigere – Konzept der Fuge an. Auch eine Kombination beider Ansätze ist denkbar.

Eine maximal mögliche geometrische Rendite von im Mittel der 25 Börsentitel 5,4 Prozent pro Monat (siehe Darstellung 22, links unten: \emptyset 0,054) klingt zunächst einmal recht ambitioniert, wenn nicht unrealistisch. In Kapitel 12 wird sich allerdings zeigen, dass dieser erste Eindruck täuscht. Im Gegenteil wird der dortige Praxistest durchschnittliche Renditewerte in der Region fünf bis sechs Prozent durchaus *erlangbar* erscheinen lassen. Das Instrument zur Erreichung von $G_{max} = R$ im F -Modell ist das Fugenkonzept. Es ersetzt den Kodierungsgedanken.

Daten: endmonatlich per August 2017

Symbol	Übertragungsrate der Information	Entropie des Senders	Äquivokation	Entropie des Empfängers	Rauschen	Symbol	Standardabweichung $E[P]$ in $t+1$, wenn G konstant	Mittelwert der Schätzungen	Standardabweichung $E[P]$ in $t+1$; F -Modell mit $E[S^{t+1}]$	Mittelwert der Schätzungen
ACN	0.043	1	0.957	0.995	0.952	ACN*	0.059	1.005	0.060	1.000
ATVI	0.064	1	0.936	0.993	0.929	ATVI†	0.091	1.001	0.092	1.009
ADBE	0.063	1	0.937	0.989	0.926	ADBE	0.088	1.003	0.091	1.008
GOOGL	0.063	1	0.937	0.984	0.921	GOOGL	0.085	0.984	0.091	1.013
AMZN	0.074	1	0.926	0.984	0.910	AMZN*	0.110	1.012	0.112	0.999
AAPL	0.068	1	0.932	0.986	0.918	AAPL	0.092	0.998	0.099	1.009
BRK-B	0.034	1	0.966	0.995	0.961	BRK-B	0.048	1.002	0.049	1.000
CELG	0.062	1	0.938	0.992	0.930	CELG*	0.087	0.998	0.089	1.003
KO	0.031	1	0.969	0.996	0.965	KO*	0.043	0.999	0.043	1.001
LLY	0.038	1	0.962	0.993	0.955	LLY	0.055	1.005	0.057	1.000
EXPE	0.081	1	0.919	0.987	0.906	EXPE*	0.127	1.022	0.130	1.002
FB	0.066	1	0.934	0.966	0.900	FB*	0.120	1.026	0.125	0.985
GS	0.065	1	0.935	0.995	0.930	GS†	0.089	1.001	0.090	1.005
INTC	0.053	1	0.947	0.994	0.941	INTC*	0.070	1.003	0.072	1.005
IBM	0.040	1	0.960	0.993	0.953	IBM†	0.056	1.002	0.057	0.998
JPM	0.057	1	0.943	0.994	0.937	JPM	0.081	1.007	0.083	1.001
JNJ	0.029	1	0.971	0.994	0.965	JNJ	0.039	1.003	0.040	1.001
MCD	0.032	1	0.968	0.996	0.964	MCD*	0.044	1.001	0.046	1.000
MSFT	0.049	1	0.951	0.995	0.946	MSFT	0.068	1.008	0.069	1.003
NFLX	0.104	1	0.896	0.978	0.874	NFLX*	0.161	1.021	0.162	0.999
NKE	0.047	1	0.953	0.992	0.945	NKE*	0.063	1.004	0.064	0.999
SBUX	0.055	1	0.945	0.986	0.931	SBUX	0.081	1.003	0.084	1.005
V	0.047	1	0.953	0.969	0.922	V*	0.063	1.004	0.067	1.005
DIS	0.045	1	0.955	0.993	0.948	DIS	0.062	1.005	0.064	0.999
WFC	0.051	1	0.949	0.994	0.943	WFC	0.088	1.006	0.090	1.000
\emptyset	0.054	1	0.946	0.989	0.935	\emptyset	0.079	1.005	0.081	1.002

Darstellung 22 Links: Die informationstheoretischen Eigenschaften der 25 Großaktien, die in Kapitel 12 einem Praxistest unterzogen werden, erscheinen vergleichsweise homogen. Die mittlere Übertragungsrate der Information respektive maximal mögliche geometrische Rendite beträgt 5,4 Prozent (siehe Wert links unten: \emptyset 0,054). Technologie-Aktien wie Activision Blizzard (ATVI), Adobe (ADBE), Alphabet (ehemals Google, GOOGL), Amazon (AMZN), Apple (AAPL), Expedia (EXPE), Facebook (FB) und Netflix (NFLX) erreichen höhere Werte. Rechts: Schreibt man den Assetpreis mit konstanter geometrischer Rendite fort – wie es im F -Modell nicht sein soll –, liegt die Schätzung $E[P]$ s in $t+1$ im Schnitt um 0,5 Prozent zu niedrig (siehe unten: \emptyset 1,005). Die Schätzung im F -Modell dagegen liegt im Mittel um 0,2 Prozent zu niedrig (\emptyset 1,002). Die mittlere Standardabweichung der Schätzungen rangiert im Rahmen beider Konzepte etwa auf gleicher Höhe: um acht Prozent je Preisschätzung. Bei den Werten mit Sternchen (*) wurde $E[S^t \neq 1]$ zur Potenz „ein halb“ erhoben wird. Bei den anderen Wertpapieren verschleiert dies das Ergebnis leicht oder hat keinen Effekt. Bei Werten mit Dolch (†) führt $E[S^t = 1]$ zum vorteilhaftesten Ergebnis. Die zugrunde liegenden historischen Kursdaten sind endmonatlich, das $t0$ liegt maximal im Jahr 2004.

Bleibt die Frage zur Differenz zwischen Prognose und Schlusskurs Adobes vom 15. September 2017: 149,32 Dollar (Prognose) zu 154,49 Dollar (Schlusskurs). Die Dreimonatsvorhersage liegt um 3,35 Prozent zu niedrig. Dies ist eigentlich ein guter Wert; die Kursprognose mittels „ G konstant“ (142,35 Dollar), zum Vergleich, liegt um 7,86 Prozent zu niedrig.

Aus Sicht des Verfassers hat der Grund für die Vorhersage-Kurs-Differenz – hier, aber auch in vergleichbaren Fällen – mit der mittleren adjustierten S -Ratio zu tun, besser gesagt: *mit deren kurzfristiger Höhe*. Die (mittlere) adjustierte S -Ratio war in Kapitel 4 als ein Maß für die abnormale Rendite beschrieben worden, und zwar sofern $S = S^t = 1$ der Maßstab für faire Preise ist. Die Formel für die mittlere adjustierte S -Ratio lautet: $\hat{S}_{i,t}^t = [\sum S_{i,t}^t]/m$. Dabei entspricht m der Gesamtzahl der Beobachtungen. Es werden also die historischen Werte der adjustierten S -Ratio summiert und durch m geteilt, um den Durchschnittswert zu erfahren. Dieser Mittelwert fließt dann in die Formel für die erwartete Wachstumsrate von F , $E[\delta]$, ein – und hat entsprechend Einfluss auf die Höhe der Kursprognose.

Nun sind amerikanische Technologie-Bluechips, Adobe gehört dazu, seit dem Amtsantritt von US-Präsident Donald Trump im Jänner 2017 vergleichsweise deutlich gestiegen. Facebook, Amazon, Apple, Netflix und Google beispielsweise werteten zwischen Jahresbeginn und Ende August 2017 um (jeweils rund) 50, 31, 42, 41 und 21 Prozent auf. Adobe-Anteile stiegen gar um 51 Prozent. Offenbar ist es die Aussicht auf neoliberale Wirtschaftsreformen in den USA, die die Börsennotierungen (eben besonders von Tech-Werten) derzeit steigen lässt.

Die mittlere adjustierte S -Ratio Adobes lautete Mitte Juni 2017, wenn (wie hier) t_0 Mitte September 2004 ist, „1,014829“. Die Zahl der Beobachtungen liegt in dieser Rechnung bei $m = 150$. Das bedeutet, die monatlichen Kurse Adobes wichen in dem beschriebenen Zeitraum im Durchschnitt um plus 1,48 Prozent von dem Kurs ab, der sich jeweils bei $S = S^t = 1$ eingestellt hätte. Die Aktie zeigte sich anders gesagt bis dato dynamisch.

Ein praktisch identisches Bild ergibt sich, nimmt man *nur die letzten 18 Beobachtungen*, also die S^t -Werte zwischen $t = 136$ (Mitte Jänner 2016) und $t = 153$ (Mitte Juni 2017). Die mittlere adjustierte S -Ratio lautet dann – fast wie zuvor –

„1,014720“. Das heißt, die Kurse übersteuern hier monatlich um rund 1,47 (zuvor: 1,48) Prozent.

Anders sieht es aus – und dies ist der Punkt –, betrachtet man *lediglich die letzten vier Datenpunkte*, $t = 150$ bis $t = 153$. Dies ist ein dreiperiodiger Zeitraum zwischen Mitte März und Mitte Juni 2017. Diese Frist scheint passend, da auch die Vorhersage einen Dreimonatszeitraum betraf. In diesem Fall lautet die mittlere adjustierte S -Ratio auf „1,026993“. Adobes Börsenkurs übersteuert hier also um knapp 2,7 Prozent je Monat. Mit Blick auf die Vergangenheit erscheint dies viel und ist in der Hauptursache sicherlich dem „Trump-Effekt“ geschuldet.

Pflegt man diesen Wert (1,026993 statt 1,014829) in die Formel für die erwartete Wachstumsrate von F ein, ergibt sich ein erwarteter Adobe-Kurs von 154,73 US-Dollar. Diese Prognose liegt nur noch plus 0,16 Prozent entfernt von dem Börsenpreis, der sich am 15. September 2017 tatsächlich ergeben hat: 154,49 US-Dollar.

10 Spekulationsblasen: Einordnung

Lautet „des Rätsels Lösung“ nun, im F -Modell (oder überhaupt) stets dem aktuellen Trend zu folgen? Gewiss nicht. In Fußnote 29, im Rahmen der Diskussion um kollektives Verhalten (Kapitel 3), war bereits angedeutet worden, dass es unmöglich erscheint, *ex ante* wissen zu können, *wie lange* eine kollektive Episode möglicherweise andauert. Und der Trump-Effekt ist Ausdruck zumindest einer Vorstufe zu einer solchen kollektiven Episode. Vernünftiger scheint es, weiter darauf zu setzen, dass mittelfristig immer eine Rückkehr in Richtung $S = 1$ stattfindet. Sei es vorübergehend, sei es punktungenau. Der Verfasser wüsste von keinem riskanten Wertpapier an einem liquiden, fairen Markt, für welches die Langfristkonvergenz der S -Ratio gegen eins unter Schwankungen in der Vergangenheit nicht gegolten hätte. (Natürlich ist dies kein Beweis.)

Insofern bleibt es auch dabei (vergleiche Kapitel 5, gegen Ende): Im F -Modell kann die Volatilität nicht das Risiko sein. Die Kursschwankungen konstituieren vielmehr die maximale Renditeerwartung: $G_{max} = R$. Das Risiko im F -Modell ist im Gegenteil die Gefahr, dass es an den Börsen oder in Bezug auf einzelne Finanztitel – vermeintlich – ausschließlich „in eine Richtung“ geht, nach oben oder nach unten.

Da solche Trends nicht sicher sind – die Kurskorrektur kommt ja, nur eben: wann? –, kann es auch nicht rational, nicht die beste Lösung sein, hier noch in Wertpapiere einzusteigen (Hausse-Fall) respektive Derivate auf fallende Kurse zu kaufen (Baisse-Fall). Dem zyklischen Anleger muss, auf den Punkt gebracht, der Zeitpunkt der Korrektur etwas bedeuten. Der S -Investorin nicht. Sie baut im Rahmen der Korrektur überhaupt erst Positionen auf. Ihre Sorge ist gerade jede Form von Trend, Muster. Es klingt paradox, ist es bei näherem Hinsehen aber gar nicht.

Erkennt das F -Modell also die Existenz von Finanzblasen an, verursacht durch zu viel Trendfolge, anders als Eugene Famas Effiziente-Märkte-Hypothese (Fama, 1970, 1991, 1998; Text-Anhang 4.3)? Nicht so schnell. Was genau passiert auf Unternehmensseite, fließt einer Börsengesellschaft – eben in Form eines überteuert erscheinenden Aktienkurses – „zu viel“ Cash zu? Nun, das Management kann (teils idealisiert) mit dem Extrabetrag (oder Teilen davon) im Wesentlichen sechs Dinge tun. Es kann damit

- wirtschaften,
- Fremdkapital ablösen,
- den Betrag anlegen (etwa durch Aktientausch mit einem – möglichst unterbewerteten – anderen Unternehmen, das interessante Ressourcen besitzt),
- ihn horten,
- ihn erstatten (mittels Dividendenzahlungen und Formen der Mitarbeiterbeteiligung) oder
- eigene Aktien damit zurückkaufen.

Bestenfalls ist es ein Mix. Anders gewendet: Das Unternehmen gewinnt durch Vorstufen zu Manien zunächst einmal Spielräume. Dies ist schwerlich etwas Negatives. Bei all dem sind selbstverständlich bilanz-, handels- und wertpapierrechtliche Aspekte zu berücksichtigen, die je Jurisdiktion erheblich variieren können.⁶¹

Die Bereinigung beginnt – und kann dann sehr schnell Platz greifen –, realisieren die Anleger, dass die tatsächlichen Aussichten des Unternehmens und Qualitäten des Managements ebendiesen Cashtransfer nie rechtfertigten. Es wird klar, dass sich das Unternehmen in der Zukunft maximal noch der Markttrendite, Schlusshöhe ungewiss, würde annähern können (falls es nicht selbst dafür bereits zu spät ist). Und zwar indem es seinerseits in den Markt – das heißt: in andere Werte als den eigenen – investiert. Dies jedoch kann ein Indiz dafür sein, dass das eigene Geschäftsmodell (noch) nicht tragfähig ist. Im Übrigen ist der Anleger selbst dazu in der Lage, in den Gesamtmarkt oder andere Individualgesellschaften zu investieren. Dafür benötigt und entlohnt er dauerhaft keinen Dritten.

Um den Gedanken ein wenig zu vertiefen, er scheint dem Verfasser zentral, nehme man die Dotcomblase. Sie platzte im Jahr 2000, der 11. September 2001 gab ihr den Rest. Es folgte, etwa bis 2005, eine blasswangige Periode der Konsolidierung; hin zurück zu so etwas wie Normalität (respektive, ketzerisch, zur nächsten Spekulationsblase): Nicht mehr jedes Internet-Startup wurde per Mega-Sofortkredit aufgeblasen, IT-Experten mussten lernen, was eine Jobbewerbung

⁶¹ Auch strategische Erwägungen können hier wichtig werden. Ist eine Aktie, wie gesagt wurde, offensichtlich überbewertet, könnte ein Rückkauf eben zu diesem Zeitpunkt Stakeholder verärgern. In einem solchen Fall mag es ratsam sein, gar das Gegenteil zu tun: neue Anteile auszugeben. Rückerworbenen Aktien ist im Übrigen in der Regel kein Stimm- und Dividendenrecht inhärent; der erlaubte Gesamtbestand unterliegt zusätzlich meist einer Limitation. Weiters sind die (jeweiligen) Bilanzrichtlinien zur (Stichtags-)Bewertung des eigenen Kapitals zu beachten (sogenannte Fair-Value-Bewertung).

ist. Kurzum: Qualität zählte wieder etwas. Qualität von Ideen, Bilanzen, Krediten, Akteuren.

Nun braucht es nicht allzu viel Phantasie und ist auch gar nichts Neues, zu erkennen, dass die Dotcomblase auch zu etwas gut war. Nämlich zur Installation der benötigten Breitbandinfrastruktur für schnelles Internet *innerhalb weniger Jahre*. Daran, dass das Internet seinen Siegeszug fortsetzen würde, zweifelte auch zur Jahrtausendwende niemand. Nur *free lunches* würde es bei der Kommerzialisierung nicht geben. Das war nun gewahr.

War der Preis für diese Erkenntnis beziehungsweise für rasch zur Verfügung stehende, adäquate Breitbandnetze zu hoch? Aus Sicht des Verfassers: nein. Die Verdrängung schlechter Manager, Geschäftsideen und, an der Börse, Aktien ist von Zeit zu Zeit notwendig. Was von der Dotcomblase übrig blieb – verkürzt: der lebensfähige Teil der Old Economy „plus Amazon und eBay“ abzüglich (sehr viel) heißer Luft im Kurs⁶², aber dafür mit schnellem Internet –, konnte weiter existieren. Der Rest hatte hierzu kein „Recht“. Nicht an einem fairen Markt. Oder anders, gewiss ein wenig hart: Die Verlierer des Booms hatten ihre Chance – die da war – nicht genutzt. Auf Unternehmens- wie Anlegerseite.

Auch das *F*-Modell kennt Gier und Angst. Es zeigt die Auswirkungen dieser Emotionen anhand der (kurzfristigen) mittleren adjustierten *S*-Ratio, dem Maß für die abnormale Rendite, wenn „*S* = 1“, Grenzwert [19], einen Markov-Prozess erster Ordnung steuert. Da *S*-Investoren bei $S^t < 1$ in Wertpapiere einsteigen und bei $S^t > 1$ aussteigen, erzielen sie während eines Booms weniger Rendite als Hochrisiko-, das heißt Momentuminvestoren, Trendfolger. Im Gegenzug verlieren sie anlässlich des Zusammenbruchs weniger. Der Grund liegt darin, dass die (adjustierte) *S*-Ratio in Boomzeiten weniger oft kleiner eins lautet als zu Normalzeiten. Das heißt: *S*-Investoren sind, kommt der Crash, kaum investiert. Sie verlieren zwangsläufig weniger als zyklische Anleger. Zumal *S*-Investoren stets nur einen Bruchteil ihres Freivermögens anlegen und dieses Freivermögen wiederum nur eine Fraktion des Gesamtvermögens darstellt. Zyklische Anleger dagegen sind maximal investiert – exponiert –, da sie meinen, der Boom setze sich fort. Der Zusammenbruch trifft sie entsprechend hart, er dezimiert ihre Ressourcen.

⁶² Amazon-Anteile beispielsweise werteten im Zuge des Platzens der Blase gegenüber ihrem Hoch im Jahr 2000 um 98,7 Prozent ab (Malkiel, 2015, S. 83).

Die (in gewisser Weise) unterschwellige Liquiditätspräferenz (Keynes, 1930, 1931, 1936; von Hayek, 1931, 1931b, 1932; Hicks, 1935, 1962; Tobin, 1958) des *S*-Investors wirkt auf aggregierter Ebene während des Aktienbooms auf die Kurssteigerungen dämpfend. Umgekehrt fängt der *S*-Investor, gäbe es ihn, überharte Kurskorrekturen nach unten ab, da er zu kaufen beginnt, sind Qualitätstitel wieder günstig.

Die Liquiditätspräferenz – dieser bestimmte, variable Grad an Vorliebe für flüssige Mittel, unverzinstes Geld – kommt im *F*-Modell im *S*-Kriterium (*s*), Gleichung [47], zum Ausdruck, in dessen Motivation, in dessen Anwendung. Die Liquiditätspräferenz, \mathfrak{L} , des *S*-Investors ist präzise gesagt eine Funktion (\mathfrak{f}) der *S*-Ratio und des *S*-Kriteriums.⁶³ Es lässt sich schreiben

$$[61] \quad \mathfrak{L} = \mathfrak{f}[S, s].$$

Bleibt die Frage, ob die Theorie der fairen geometrischen Rendite die Existenz von Spekulationsblasen anerkennt, anders als die Effiziente-Märkte-Hypothese. Sofern ja, wäre es hilfreich, könnte der Verfasser dazusagen, wie man eine solche Blase erkennt. Und zwar vor dem Platzen, nicht, was einfach ist, im Nachhinein. Doch eben an dieser Stelle liegt die – vielleicht unauflösliche – Schwierigkeit. Der Verfasser nimmt nicht für sich in Anspruch, hier eine Lösung parat zu haben.

Wo nun aber kollektives Verhalten an den Märkten eine Tatsache zu sein scheint – der Verfasser vertritt diese Auffassung –, was spricht dann dagegen, die Existenz von Finanzblasen einfach anzuerkennen? Möglicherweise dies: Ist der Preisbildungsprozess, wie vom *F*-Modell angedacht, ein Markov-Prozess erster Ordnung, so ist die Vergangenheit mit jedem neuen Zeitschritt *t* „vergessen“ – und mit ihr auch jede vormalige Kursüber- oder -untertreibung. Dies, wenngleich zunächst ein rein ökonometrisches Argument, passt zu dem Gedankengang von weiter oben, dass ein unerwartet hoher Zufluss von Cash – eben ausgelöst durch einen unerwartet großen Kurszuwachs – nicht zwingend etwas Negatives sei. Das Kapitalplus lässt vielmehr Gestaltungsspielraum entstehen.⁶⁴ Aus dieser Sicht wäre

⁶³ Ein eventueller allgemeiner Marktzinssatz fließt nicht selbstständig in \mathfrak{L} ein. Sichere Staatsanleihen können aber durchaus Teil des Beobachtungsportfolios *m* sein. Ihre Charakteristika kommen dann indirekt, via *s*, in der Liquiditätspräferenz des *S*-Investors zum Ausdruck.

⁶⁴ Es sind bei dieser Argumentation die Fair-Value-Richtlinien der jeweiligen Jurisdiktion zu beachten; das heißt, die Frage, inwieweit der aktuelle Marktwert des Unternehmens (des Eigenkapitals) in die Bilanz einfließen darf oder sogar muss.

genauso eine scharfe Kurskorrektur nach unten nicht notwendig etwas Schlechtes. Sie erhöht in einem ersten Schritt lediglich den Druck auf das Management respektive den Markt, sich an veränderte Rahmenbedingungen anzupassen.

Beide Seiten der Medaille, überraschend starkes Kursplus wie -minus, haben für sich genommen also etwas Positives. Man kann insofern durchaus argumentieren, dass das – rein negative – verhaltensökonomische Konzept der Finanzblasen (etwa Shiller, 2015; Thaler, 2015; vergleiche auch Kahneman, 2011) zu kurz greift. Es berücksichtigt nicht alle Aspekte, die man berücksichtigen könnte, bevor man schlussfolgert.

Ein Beispiel zur Verdeutlichung: Verhaltensökonom Robert Shiller (geboren 1946, Ko-Wirtschaftsnobelpreis 2013) bringt in seinem Bestseller *Irrational Exuberance* (Shiller, 2015) „eToys“ als Beispiel für eine Aktien-Kursblase; eToys war, bis zum Konkurs der Firma 2001, ein Internet-basierter Spielzeuglieferant der zweiten Hälfte der 1990er-Jahre – ein Gewächs des Dotcombooms. Das Beispiel ist besonders treffend für eine Preisblase. Auch Eugene Fama gibt dies in einer ruhigen Minute vielleicht zu.

Das Unternehmen erwirtschaftete 1998, wie Shiller (2015; hier, auch im Folgenden, deutsche Übersetzung: 2015b, S. 274) berichtet, 28,6 Millionen Dollar *Verlust* bei lediglich 30 Millionen Dollar Umsatz. Die Börsenbewertung des Unternehmens lag zu diesem Zeitpunkt⁶⁵ bei knapp acht Milliarden Dollar – dem rund 267-Fachen des Umsatzes. Old-Economy-Wettbewerber „Toys’R’Us“ dagegen kam auf 11,2 Milliarden Dollar Umsatz und 376 Millionen Dollar *Gewinn* (Stuart & Karan, 2003, S. 192: 372 Millionen Dollar). Obschon einstens bereits Zweifel an eToys’ Geschäftsausblick aufkamen, da auch Toys’R’Us inzwischen einen Webshop betrieb – neben all seinen Läden –, blieben weite Teile der Anlegerschaft dem Spielzeug-Newcomer eine beachtliche Zeit treu. Die hohe Marktkapitalisierung hielt sich zunächst (Höchststand: 10,3 Milliarden Dollar, zweieinhalbmal mehr als Toys’R’Us; Stuart & Karan, 2003, S. 192). Im Kontext des Platzens der Internetblase folgten sodann Kurssturz und Insolvenz.

Es ist nicht Shillers Thema, was das eToys-Management hätte besser machen können. Der Autor nimmt rein die Sicht eines dritten Beobachters auf das Verhal-

⁶⁵ 1999, als eToys seine 1998er-Geschäftszahlen präsentierte.

ten der Anleger ein, was für einen Verhaltensökonomem auch angemessen ist. Spannend sind nichtsdestoweniger Fragen wie: Wo ist die Blase, wo die Investoren eToys doch – spät, aber letztlich doch in der geforderten Rationalität – derart maßlos abgestraft haben? War die Blase der Kursanstieg? War sie der Kursabsturz? Wäre die Kursmitte zwischen den zwei Extremen für eToys eine angemessenere Bewertung gewesen?

Für den Verfasser ist der entscheidende Punkt hier, kartellrechtliche Erwägungen zurückgestellt: *eToys hätte sich an Toys'R'Us beteiligen oder das Unternehmen ganz schlucken sollen*. Die finanzielle Möglichkeit dazu war 1999 gegeben. *Dank der „Blase“*. – Spekulationsblasen, entmystifiziert, sind einfach Phasen, in denen Umwälzungen finanzierbar werden. Der Mittelzufluss in den betreffenden Megatrend ist immens und trifft dort auf die notwendigen, neuen Ideen sowie die Bereitschaft zur Veränderung. Doch alte und neue Ökonomie sollten ihre Kräfte bündeln, und das Zeit- und Machbarkeitsfenster für Fusionen und Übernahmen währt nicht ewig. eToys könnte heute womöglich noch existieren, hätte es sich 1999 an der Old Economy, an Toys'R'Us beteiligt. Toys'R'Us' Ressourcen wären rückblickend der Schlüssel für eToys Zukunft gewesen. Toys'R'Us-Aktien waren damals, gemessen an eToys, geradezu enorm günstig.

Professor Shiller bringt in seinem Buch einen weiteren interessanten Punkt (Shiller, 2015b, Kap. 11), der für die Verhaltensökonomik überhaupt exemplarisch ist. Famas Effizienzhypothese (Fama, 1970, 1991, 1998; Text-Anhang 4.3) drückt im Wesentlichen zwei Kerngedanken aus. Zum einen: Anleger können den Gesamtmarkt nicht dauerhaft-systematisch schlagen, das heißt: relativ zu diesem mehr Rendite erzielen. Zum anderen: Die Kurse an den Börsen sind weitestgehend rational, korrekt, fair. Punkt zwei betrifft, wie oben diskutiert, das Thema Finanzblasen. Bezüglich Punkt eins argumentiert Shiller, dass es – mittels Intelligenz, Lernfähigkeit – durchaus möglich sein sollte, die Börsen zu schlagen, zumindest vergleichsweise konstant.

Sowohl Fama als auch Shiller kann seine Position nicht beweisen. Die Tatsache, dass es trotz diametraler Sichtweisen für beide Forscher *zeitgleich* (2013) den Nobelpreis gab, ist nur folgerichtig. Fama und Shiller haben das *zentrale Rätsel* der wissenschaftlichen Finanzwirtschaft zumindest erfasst, wenn auch nicht gelöst. Eben die Frage: Produzieren die Kapitalmärkte faire Preise?

Die Umfangs- und Bearbeitungszeitrestriktion der vorliegenden Masterarbeit lässt es leider nicht zu, Shillers spannenden Punkt eins hier adäquat zu erörtern. Jedoch so viel, weil dies dem Verfasser eine wichtige Einsicht zu sein scheint: Informationstheoretisch könnte – sollte – sehr wohl eine Renditeobergrenze bestehen: $G_{max} = R$. Gälte ebendiese Schwelle prinzipiell für jeden und jede Marktteilnehmerin, so gälte sie dazu auch auf aggregierter, das heißt auf Marktebene. Die Börsen wären dann, von Ausnahmen abgesehen, grundsätzlich nicht schlagbar, und Professor Fama hätte mit seiner Informationseffizienz-Hypothese letztlich tatsächlich recht gehabt. Der Verfasser vertritt diese Auffassung.

Man mache sich den Extremfall klar, obschon dieser vollkommen unrealistisch ist: $G_{max} = R$ wovon? Vom Latané-, vom Optimumportfolio (Begriffsbestimmung: Text-Anhang 3.1). Jener Portfoliokomposition, welche die größte geometrische Rendite verspricht. Im vollständig idealisierten Grenzfall bevorzugen indes *alle* Marktteilnehmer ebendieses Portfolio. Es entsteht ein Ideal- und (damit) Marktportfolio, wenn auch nicht das Sharpe'sche (vergleiche Text-Anhang 4.2). Da die Kovarianz zwischen den Einzelanlagen im F -Modell keine Rolle spielt, weil die Varianz hier, anders als im CAPM, nachgefragt ist, schrumpft das F -Marktportfolio, gäbe es dieses, regelmäßig zu einer einzigen Individualanlage zusammen – derjenigen mit der größten erwarteten geometrischen Rendite. Es ist nicht der Punkt, ob diese Anlage am Ende doch mehrteilig ist oder wie oft sie die Zusammensetzung wechselt (oder gar dass Diversifikation nicht mehr vorteilhaft wäre, was nicht der Fall ist); der Punkt ist, dass die maximal mögliche geometrische Rendite gerade dieser Anlage im fraglichen Moment nicht übertroffen werden kann – durch nichts und niemanden. Der Markt ist hiernach, rein theoretisch, nicht *systematisch* schlagbar. (Fast: ironischerweise) jedenfalls nicht durch Wahl des aussichtsreichsten Investments.

11 Vorhersagbarkeit von Börsenkursen

Bevor es in Kapitel 12 zum empirischen Test des F -Modells kommt, noch einmal kurz zurück zu Kapitel 9: Wissenschaftlich ganz redlich möchte der Verfasser hier gern konstatieren, dass die Prognoseergebnisse ex Darstellung 22, rechts, so akzeptabel – vielleicht: erstaunlich – sie sein mögen, zumindest diejenige Annahme nicht rechtfertigen, das F -Modell führe im Langfristschnitt voraussichtlich zu wesentlich (oder überhaupt) besseren Kursvorhersagen als „ G konstant“. In Text-Anhang 3.3 (dritter Absatz) hieß es bereits (Hervorhebung nur hier):

Andererseits ist auch klar, dass es genaue Vorhersagen von Renditen (und damit Preisen) prinzipiell nicht geben kann, da die Zukunft ja unsicher bleibt. Insofern lässt sich eigentlich nur fragen, ob sich die Ermittlung der erwarteten Rendite optimieren lässt. Falls ja, kann dies wiederum kaum mehr sein als eine graduelle Optimierung; alles andere erscheint unwahrscheinlich. *Möglich ist auch, dass im Durchschnitt gar nichts besser funktioniert, als die alte Entwicklung einfach fortzuschreiben.*

Darstellung 23 verdeutlicht etwas von letzterem Gedanken. Die Tabelle zeigt einige Kurz- und Mittelfristprognosen anhand der (sogenannten) „Fa(a)ng“-Aktien: Facebook, Amazon, Apple, Netflix und Google. Ein Mal wird zum Termin Ende August 2017 prognostiziert, ein Mal (zur Kontrolle) zum Termin Ende Jänner 2018. Die jeweils bessere Kursvorhersage ist farblich hinterlegt: „ G konstant“ grau, F -Modell orange. Dabei ist gut erkennbar, dass das F -Modell nicht systematisch, sondern nur sporadisch zu besseren Kursprognosen führt als „ G konstant“. Im Mittel der beiden Tests sind beide Modelle *gleichwertig* (wie sich leicht abzählen lässt).

Natürlich kommt dies nicht ganz überraschend. Das F -Modell ist unbekannt, und die Anleger richten ihre Investitionsentscheidungen bisher eben gerade nicht an $S = 1$ aus, was die Prognosequalität womöglich anheben würde. Auch kann das Potenzial für Verfeinerungen des Formelwerkes (etwa durch andere Akademiker oder Praktiker) in der vorliegenden Beispielrechnung naturgemäß nicht inbegriffen sein. Solche Verfeinerungen werden vermutlich die Form statistischer Korrekturfaktoren haben. Denkbar ist auch, die Daten und Dynamik der Kontrapunktschar der Fuge zu nutzen, um die erwartete Wachstumsrate von F immer weiter zu verdichten. Auch dies mag indes schlicht zu $E[S] \cong 1$ führen.

Beispiel- aktien	Symbol		FB		AMZN		AAPL		NFLX		GOOGL	
	Kurs Ende August 2017		\$171.97		\$980.60		\$164.00		\$174.71		\$955.24	
	Modelltyp		G konstant	F-Modell	G konstant	F-Modell	G konstant	F-Modell	G konstant	F-Modell	G konstant	F-Modell
Prognosedauer	24 Monate t=08/2015	Prognose \$	176.60	282.14	822.27	1,045.57	225.99	171.91	240.47	374.44	1,025.81	931.91
		Differenz E[P] zu P	2.69%	64.07%	-16.15%	6.63%	37.80%	4.82%	37.64%	114.32%	7.39%	-2.44%
	12 Monate t=08/2016	Prognose \$	177.38	211.86	987.95	1,123.77	145.18	123.21	134.76	154.89	991.31	966.51
		Differenz E[P] zu P	3.15%	23.19%	0.75%	14.60%	-11.48%	-24.87%	-22.87%	-11.35%	3.78%	1.18%
	6 Monate t=02/2017	Prognose \$*	159.08	170.49	956.53	1,016.02	160.88	149.03	168.58	184.03	944.82	929.33
		Differenz E[P] zu P	-7.50%	-0.86%	-2.46%	3.61%	-1.90%	-9.13%	-3.51%	5.34%	-1.09%	-2.71%
	3 Monate t=05/2017	Prognose \$*	164.34	172.04	1,060.30	1,080.49	165.64	158.77	177.78	182.05	1,045.85	1,032.14
		Differenz E[P] zu P	-4.44%	0.04%	8.13%	10.19%	1.15%	-3.19%	1.76%	4.20%	9.49%	8.05%
	1 Monat t=07/2017	Prognose \$*	174.08	170.15	1,008.74	1,029.51	152.72	148.40	187.03	176.28	963.39	949.01
		Differenz E[P] zu P	1.23%	-1.06%	2.87%	4.99%	-6.88%	-9.51%	7.05%	0.90%	0.85%	-0.65%

*F-Modell: Bewegungswahrscheinlichkeiten einbezogen

Beispiel- aktien	Symbol		FB		AMZN		AAPL		NFLX		GOOGL	
	Kurs Ende Jänner 2018		\$186.89		\$1,450.89		\$167.43		\$270.30		\$1,182.22	
	Modelltyp		G konstant	F-Modell	G konstant	F-Modell	G konstant	F-Modell	G konstant	F-Modell	G konstant	F-Modell
Prognosedauer	24 Monate t=01/2016	Prognose \$	232.12	366.98	947.60	1,204.54	185.36	131.54	179.66	249.66	1,219.54	1,161.14
		Differenz E[P] zu P	24.20%	96.36%	-34.69%	-16.98%	10.71%	-21.44%	-33.53%	-7.64%	3.16%	-1.78%
	12 Monate t=01/2017	Prognose \$	179.04	205.98	1,054.66	1,188.49	166.09	143.16	198.26	233.15	1,024.67	999.54
		Differenz E[P] zu P	-4.20%	10.22%	-27.31%	-18.09%	-0.80%	-14.50%	-26.65%	-13.74%	-13.33%	-15.45%
	6 Monate t=07/2017	Prognose \$*	200.36	213.42	1,120.39	1,193.32	174.31	162.79	216.33	230.38	1,058.07	1,048.48
		Differenz E[P] zu P	7.21%	14.20%	-22.78%	-17.75%	4.11%	-2.77%	-19.97%	-14.77%	-10.50%	-11.31%
	3 Monate t=10/2017	Prognose \$*	195.71	200.99	1,178.24	1,191.26	183.17	175.43	214.32	218.96	1,093.48	1,080.07
		Differenz E[P] zu P	4.72%	7.54%	-18.79%	-17.89%	9.40%	4.78%	-20.71%	-18.99%	-7.51%	-8.64%
	1 Monat t=12/2017	Prognose \$*	181.23	187.61	1,194.76	1,234.88	173.76	174.88	197.52	204.09	1,073.43	1,059.00
		Differenz E[P] zu P	-3.03%	0.38%	-17.65%	-14.89%	3.78%	4.45%	-26.93%	-24.50%	-9.20%	-10.42%

*F-Modell: Bewegungswahrscheinlichkeiten einbezogen

Darstellung 23 Einige US-Technologie-Bluechips. Das *F*-Modell (orange) führt nur sporadisch zu besseren Kursprognosen als „*G* konstant“ (grau). Im Mittel des Doppeltests sind beide Prognosemodelle gleichwertig. (Kurse: www.nasdaq.com.)

Umso erstaunlicher ist, wenn auch letztlich logisch, dass es trotzdem dabei bleibt: „*G* konstant“ kann dann nicht *die beste* Schätzung für $t + 1$ sein, gilt in t nicht simultan auch $G = F$. Doch gerade dies ist nun einmal die absolute Ausnahme, so dass im Regelfall eben doch richtig sein muss: $E[G] \neq G$. Und die natürlichste Anschlussfrage ist dann: Wie, wenn nicht „*G* konstant“, lautet die erwartete geometrische Rendite? Die ursprüngliche Motivation der Masterarbeit bleibt also erhalten und, misst man $S = 1$ Bedeutung bei, Formelensemble [51] (zur erwarteten Steigung von F) richtig.

Indessen tritt eine neue, fast existenzialistische Frage hinzu: Aus welchem Grund sollte der Mensch ein hochgradig komplexes, nichtlineares System wie (aber nicht nur wie) eine Börse überhaupt präzise prognostizieren *können*? Welchen Vorteil könnte es evolutorisch bringen, wäre der Mensch hierzu begabt? Womöglich keinen. Es könnte gar kontraproduktiv sein, variationshemmend, Vielfalt-reduzierend.

Natur und Evolution haben eine solche Fähigkeit im Menschen – in dessen Hirn – bislang jedenfalls nicht angelegt oder gar perfektioniert. Paradoxerweise kann der Mensch aufgrund dieser Limitation auch seine eigene Existenz nicht restlos begreifen. Das Hirn stellt ja wiederum ein maximal komplexes, nichtlineares System dar (Singer, 2002, 2007, 2014; vergleiche zu mangelnder Prognostizierbarkeit auch Goldstein & Gigerenzer, 2009; Taleb, Goldstein & Spitznagel, 2009; Makridakis & Taleb, 2009; vergleiche zu Finanzakteuren und -märkten vor dem Hintergrund von Hirn und Evolution Lo, 2017).

Ein Beispiel für ein vollkommen zufälliges, chaotisches System ist das Wetter. Es kann bekanntlich maximal ein bis zwei Wochen im Voraus vergleichsweise zuverlässig vorhergesagt werden. Danach wächst die Unsicherheit des Systems – die Entropie, wenn man so möchte – derart stark an, dass präzise Vorhersagen nicht mehr möglich sind. Das Wetter kann dann alle denkbaren Zustände mit (annähernd) gleicher Wahrscheinlichkeit annehmen: Regen, Sonnenschein, Nebel, Sturm, Windstille und so weiter. Der Punkt ist: Analoge Aussagen sind auch auf den Kapitalmarkt anwendbar. Der Preismechanismus an der Börse „soll“ offenbar weitgehend unprognostizierbar sein. Der Markt ist, was kontraintuitiv ist, gerade dann besonders effizient.

Wo Menschen – Anleger – nun komplexe, nichtlineare Systeme nicht sonderlich gut prognostizieren können, weil niemand die Mathematik kennt, die dazu notwendig wäre, es sie vielleicht nicht geben kann (Singer, 2002, S. 198; 2007; 2014), was können sie ersatzweise tun? Nassim Taleb (geboren 1960; Taleb, 2012, 2015) argumentiert, dass Menschen sich „antifragil“ machen sollten. Das heißt, sie sollten lernen, die unvermeidliche Variabilität und Unordnung der Welt zu akzeptieren und für sich nutzbar zu machen. Der Mensch sollte „Konvexität“ – Wachstum, Reife – suchen, wie der Autor sich ausdrückt. Dazu gehört, Finanzblasen nicht prognostizieren zu wollen; diese sind nach Taleb unprognostizierbar, von ihm sogenannte schwarze Schwäne (Taleb, 2007). Natürlich ist Ersteres, die Antifragilitätsthese, der glatte Gegenentwurf zur Finanzorthodoxie, wie auch der Verfasser einen ähnlichen Gegenansatz vertritt (oder einst, noch einmal anders, Benoît Mandelbrot; vergleiche Einleitung Text-Anhang 4).

Die Orthodoxie setzt Variabilität und Unordnung – Finanzmarktvolatilität – explizit gleich mit Risiko. In Opposition hierzu ist das Risiko riskanter Investments in Alter-

nativansätzen wie der Antifragilitäts- oder der *F*-Theorie oder „Kelly-Latané“ ausschließlich die Gefahr, sein Vermögen oder große Teile davon unwiederbringlich zu verlieren. Im *F*-Modell kommt spezifisch die Gefahr hinzu, dass die Märkte durch Trends verzerrt sind, es also – vermeintlich – nur noch bergauf oder bergab geht. Beide Gefahrenklassen, Totalverlust und kollektives Verhalten, sind ebenso orthodoxen Finanzmodellen inhärent. Zusätzlich zum Volatilitätsrisiko. Alternativansätze wiederum goutieren Volatilität.⁶⁶

⁶⁶ Ein Beispiel ist das, soweit der Verfasser es rekonstruieren konnte, von David Luenberger (geboren 1937) erdachte sogenannte *volatility pumping*. Das Konzept nutzt Kursschwankungen explizit zur Renditegenerierung und -maximierung (Luenberger, 1998; 2014, Kap. 18). Der Ansatz verdient mehr Kredit und Anschlussforschung, als er bisher im Schrifttum erhalten hat.

12 Praxistest: Ein Portfolio aus 25 S&P-500-Aktien

In den vorangegangenen Kapiteln hat der Verfasser versucht zu zeigen, wie Börsenteilnehmer mittels der Theorie der fairen geometrischen Rendite ihr Vermögen systematisch schützen und wachsen lassen können: durch Anwendung des S -Kriteriums sowie des S -Prinzips der Geldanlage, das heißt durch sukzessiv-repetitives günstiges Kaufen und teures Verkaufen. Auch prognosebasiertes Investieren ist im Rahmen des F -Modells durchaus möglich; ein komplettes Formelwerk steht zur Verfügung. Doch konstant präzise Kursvorhersagen scheinen, unabhängig vom Modell, unrealistisch zu sein.

Nun werden in Finanzindustrie, Wissenschaft und Arbeitswelt weitere Prognosen gefragt, ja: tägliches Brot sein. Nicht ausgeschlossen, dass das F -Modell hier in Zukunft Rang und Funktion einer *second* oder zumindest doch *additional opinion* einnehmen kann. Ungleich größeres Potenzial liegt aus Sicht des Verfassers indes in S -Anlagestil und Fugenkonzept, die beide prognosefrei arbeiten. Das vorliegende Kapitel soll ebendieses Potenzial anhand eines Praxistests mit 25 Bluechip-Aktien verdeutlichen.

Der Test ist wie folgt aufgebaut. Alleinig S -Ratio, Konzept der Fuge sowie S -Kriterium steuern die Anlageentscheidungen einer fiktiven Investorin. Zwei Beispieljahre werden betrachtet: zunächst (weil aktueller) 2016, dann 2015. Die verwendeten historischen Kurse – US-Dollar – sind endmonatlich; es kommt (genau) ein Kontrapunkt hinzu: „mittmonatlich“. War der 15. eines betreffenden Monats kein Börsentag, wird ersatzweise der Schlusskurs des letztmöglichen Handelstages davor genommen (das heißt: etwa des 13. oder 14. des Monats). Das t_0 der Wertpapierkurse liegt, bis auf wenige Ausnahmen, im Jahr 2004 (Facebook beispielsweise ging erst 2012 an die Börse).

Der Testinvestorin steht ein Freivermögen von zehn Millionen Geldeinheiten, hier US-Dollar, zur Verfügung, wie schon in Kapitel 5. Sie hat ein Beobachtungsportfolio von 25 US-Großaktien zusammengestellt. Die Auswahl der Titel erfolgte subjektiv; nach welchem Muster, ist nicht bekannt und braucht hier auch keine Rolle zu spielen, da das S -Prinzip der Geldanlage auf jedwede Titelselektion – zufällig wie willkürlich – anwendbar sein muss, möchte es den Anspruch einer gewissen Generalisierbarkeit erheben, was der Fall ist.

Vor dem Hintergrund der vorliegenden Daten ergibt sich ein S -Kriterium von einhunderttausend Dollar; das p wurde, wie bereits in Kapitel 5, mit „ein Sechstel“ festgelegt (was sich weiter unten als gute Wahl erweisen wird):

$$s = \frac{W}{m \times n \times [T + \sum \mathcal{K}] \times \left[p = \frac{1}{6}\right]} = \frac{\$10.000.000}{25 \times 12 \times [1+1] \times \frac{1}{6}} = \frac{\$10.000.000}{100} = \$100.000.$$

Einhunderttausend Dollar sind der Bruchteil des Freivermögens, den die Testanlegerin in jeden Wertpapierankauf und gegebenenfalls, gilt konsekutiv $S < 1|P^-$, -nachkauf einbringt. Auf Handelsgewinne und Dividenden zahlt die Dame 28,4 Prozent Steuern. Handelsverluste und Transaktionskosten, 100 Dollar je An- und je Verkauf, kann sie auf den zu versteuernden Gesamtbetrag anrechnen.

Sofortige Wiederanlage von Gewinnen und Verlusten erfolgt hier, der Einfachheit halber, nicht. Das wichtige Thema wird aber weiter unten noch mehrfach aufgegriffen werden. Zwischen den Anlagejahren 2015 und 2016 erfolgt (wiederum: der Einfachheit halber) ein Bruch, das heißt, es erfolgt kein Übertrag des Wertpapierbestandes des Jahres 2015. Kann eine Gesamttransaktion (das heißt: Ankäufe plus Verkauf) in einem fraglichen Jahr nicht mehr (eben durch Verkauf) abgeschlossen werden, weil S fortwährend kleiner eins lautet, wird der betreffende Aktienbestand mit dem Börsenkurs von Mitte Dezember bewertet (Beispiel: Tabellarischer Anhang 1, Amazon). Beide Anlagejahre, 2015 und 2016, reichen vom letzten Börsentag des vorigen Jahres (also 2014 und 2015) bis zum jeweils 15. Dezember des laufenden Jahres (eben 2015 und 2016).

Die Endergebnisse des Tests sind in Darstellungen 24a (2016) und 24b (2015) erfasst. Die jeweils 25 einzelnen Wertpapier-Accounts finden sich im Tabellari-schen Anhang (Anhang 1: 2016; Anhang 2: 2015). Die Wertpapier-Accounts sind selbsterklärend aufgebaut und (aus rein technischem Grund) ausnahmsweise in englischer Sprache gehalten.

2016 (31.12.2015 - 15.12.2016)										
Name	Symbol	Transaktionen		Ø investiert		Rückfluss			Zum Vergleich: Buy & Hold	
		Kauf à 100k \$	Verkauf	Betrag	Monate	gesamt	pro 100 Tsd. US\$	pro Ø Investition		
Accenture plc.	ACN	9	5	\$180,000.00	1.600	\$48,238.98	\$5,359.89	5.36%	\$9,647.80	19.19%
Activision Blizzard, Inc.	ATVI	5	3	\$166,666.67	1.167	\$11,655.29	\$2,331.06	2.33%	\$3,885.10	-4.44%
Adobe Systems Incorporated	ADBE	9	5	\$180,000.00	1.000	\$22,362.85	\$2,484.76	2.49%	\$4,472.57	11.88%
Alphabet Inc. (formerly Google Inc.)	GOOGL	6	5	\$120,000.00	1.000	\$27,747.41	\$4,624.57	4.63%	\$5,549.48	4.84%
Amazon.com, Inc.	AMZN	5	3	\$166,666.67	2.000	\$15,461.74	\$3,092.35	3.09%	\$5,153.91	12.59%
Apple Inc.	AAPL	7	4	\$175,000.00	1.500	\$46,596.31	\$6,656.62	6.66%	\$11,649.08	10.03%
Berkshire Hathaway Inc.	BRKB	9	4	\$225,000.00	1.625	\$35,034.06	\$3,892.67	3.89%	\$8,758.51	25.51%
Celgene Corporation	CELG	9	4	\$225,000.00	2.000	\$84,900.79	\$9,433.42	9.43%	\$21,225.20	-2.15%
Coca-Cola Company (The)	KO	3	2	\$150,000.00	1.500	\$6,699.33	\$2,233.11	2.23%	\$3,349.66	-3.28%
Eli Lilly and Company	LLY	8	3	\$266,666.67	1.833	\$15,481.26	\$1,935.16	1.94%	\$5,160.42	-15.30%
Expedia, Inc.	EXPE	8	4	\$200,000.00	1.375	\$13,866.23	\$1,733.28	1.73%	\$3,466.56	-5.91%
Facebook, Inc.	FB	7	4	\$175,000.00	1.125	\$59,070.87	\$8,438.70	8.44%	\$14,767.72	15.20%
Goldman Sachs Group, Inc. (The)	GS	6	3	\$200,000.00	2.000	\$6,472.68	\$1,078.78	1.08%	\$2,157.56	34.83%
Intel Corporation	INTC	9	4	\$225,000.00	1.750	\$33,425.66	\$3,713.96	3.71%	\$8,356.42	6.79%
International Business Machines Corporation	IBM	10	4	\$250,000.00	1.750	\$27,623.92	\$2,762.39	2.76%	\$6,905.98	22.09%
J P Morgan Chase & Co	JPM	6	5	\$120,000.00	0.900	\$4,336.22	\$722.70	0.72%	\$867.24	30.24%
Johnson & Johnson	JNJ	2	2	\$100,000.00	0.500	\$10,971.19	\$5,485.60	5.49%	\$5,485.60	12.82%
McDonald's Corporation	MCD	10	4	\$250,000.00	2.250	\$28,752.31	\$2,875.23	2.88%	\$7,188.08	3.57%
Microsoft Corporation	MSFT	6	5	\$120,000.00	1.200	\$34,187.75	\$5,697.96	5.70%	\$6,837.55	12.80%
Netflix, Inc.	NFLX	10	6	\$166,666.67	1.250	\$54,212.95	\$5,421.30	5.42%	\$9,035.49	9.28%
Nike, Inc.	NKE	16	4	\$400,000.00	3.000	\$15,733.42	\$983.34	0.98%	\$3,933.36	-17.94%
Starbucks Corporation	SBUX	10	3	\$333,333.33	2.833	\$19,419.72	\$1,941.97	1.94%	\$6,473.24	-3.86%
Visa Inc.	V	8	4	\$200,000.00	1.625	\$5,820.85	\$727.61	0.73%	\$1,455.21	2.51%
Walt Disney Company (The)	DIS	11	4	\$275,000.00	2.500	\$32,678.78	\$2,970.80	2.97%	\$8,169.69	-0.66%
Wells Fargo & Company	WFC	9	5	\$180,000.00	1.400	\$20,802.13	\$2,311.35	2.31%	\$4,160.43	1.53%
Mittelwert		7.920	3.960	\$202,000.00	1.627	\$27,262.11	\$3,556.34	3.56%	\$6,724.47	7.29%
Standardabweichung		2.827	0.978	\$68,345.19	0.595	\$19,492.99	\$2,320.73	2.32%	\$4,390.21	13.05%
Summe		297				\$681,552.70			Zum Vergleich:	
Transaktionskosten à 100 US\$						-\$29,700.00			S&P 500	10.67%
Dividenden						\$49,422.50			Dow Jones 30	13.93%
Gesamtrückfluss vor Steuern						\$701,275.19			Nasdaq 100	7.41%

Darstellung 24a Praxistest, Teil 2/2, Börsenjahr 2016.

2015 (31.12.2014 - 15.12.2015)										
Name	Symbol	Transaktionen		Ø investiert		Rückfluss			Zum Vergleich: Buy & Hold	
		Kauf à 100k \$	Verkauf	Betrag	Monate	gesamt	pro 100 Tsd. US\$	pro Ø Investition		
Accenture plc.	ACN	6	6	\$100.000,00	0.750	\$30.231.13	\$5.038.52	5.04%	\$5.038.52	19.49%
Activision Blizzard, Inc.	ATVI	6	3	\$200.000,00	1.333	\$50.182.59	\$8.363.77	8.36%	\$16.727.53	92.11%
Adobe Systems Incorporated	ADBE	6	4	\$150.000,00	1.250	\$33.374.16	\$5.562.36	5.56%	\$8.343.54	29.33%
Alphabet Inc. (formerly Google Inc.)	GOOGL	9	4	\$225.000,00	1.375	\$45.826.77	\$5.091.86	5.09%	\$11.456.69	43.23%
Amazon.com, Inc.	AMZN	7	4	\$175.000,00	1.250	\$77.113.39	\$11.016.20	11.02%	\$19.278.35	112.22%
Apple Inc.	AAPL	9	3	\$300.000,00	2.167	\$23.684.73	\$2.631.64	2.63%	\$7.894.91	0.10%
Berkshire Hathaway Inc.	BRKB	12	5	\$240.000,00	1.500	\$14.600.20	\$1.216.68	1.22%	\$2.920.04	-10.17%
Celgene Corporation	CELG	10	6	\$166.666.67	1.333	\$48.959.73	\$4.895.97	4.90%	\$8.159.95	1.14%
Coca-Cola Company (The)	KO	10	7	\$142.857.14	0.857	\$24.379.97	\$2.438.00	2.44%	\$3.482.85	2.01%
Eli Lilly and Company	LLY	8	5	\$160.000,00	1.200	\$36.462.63	\$4.557.83	4.56%	\$7.292.53	23.96%
Expedia, Inc.	EXPE	9	6	\$150.000,00	1.083	\$72.987.28	\$8.109.70	8.11%	\$12.164.55	52.58%
Facebook, Inc.	FB	5	3	\$166.666.67	3.000	\$48.591.53	\$9.718.31	9.72%	\$16.197.18	34.00%
Goldman Sachs Group, Inc. (The)	GS	9	3	\$300.000,00	1.667	\$20.302.58	\$2.255.84	2.26%	\$6.767.53	-6.10%
Intel Corporation	INTC	9	5	\$180.000,00	1.200	\$14.245.09	\$1.582.79	1.58%	\$2.849.02	-3.06%
International Business Machines Corporation	IBM	13	6	\$216.666.67	1.250	\$10.388.42	\$799.11	0.80%	\$1.731.40	-14.12%
J P Morgan Chase & Co	JPM	7	3	\$233.333.33	1.333	\$25.536.44	\$3.648.06	3.65%	\$8.512.15	5.62%
Johnson & Johnson	JNJ	12	6	\$200.000,00	1.167	\$22.504.27	\$1.875.36	1.88%	\$3.750.71	-0.42%
McDonald's Corporation	MCD	7	5	\$140.000,00	1.200	\$14.030.62	\$2.004.37	2.00%	\$2.806.12	24.79%
Microsoft Corporation	MSFT	9	4	\$225.000,00	1.500	\$15.236.78	\$1.692.98	1.69%	\$3.809.19	18.84%
Netflix, Inc.	NFLX	7	4	\$175.000,00	1.125	\$110.849.33	\$15.835.62	15.84%	\$27.712.33	143.03%
Nike, Inc.	NKE	8	5	\$160.000,00	1.000	\$42.761.31	\$5.345.16	5.35%	\$8.552.26	33.76%
Starbucks Corporation	SBUX	4	3	\$133.333.33	0.833	\$22.230.48	\$5.557.62	5.56%	\$7.410.16	46.20%
Visa Inc.	V	9	4	\$225.000,00	1.500	\$47.770.24	\$5.307.80	5.31%	\$11.942.56	19.94%
Walt Disney Company (The)	DIS	6	4	\$150.000,00	1.125	\$31.764.53	\$5.294.09	5.29%	\$7.941.13	19.08%
Wells Fargo & Company	WFC	8	4	\$200.000,00	1.500	\$14.998.65	\$1.874.83	1.88%	\$3.749.66	0.16%
	Mittelwert	8.200	4.480	\$188.580,95	1.340	\$35.960.51	\$4.868.58	4.87%	\$8.659.63	27.51%
	Standardabweichung	2.198	1.194	\$48.941,29	0.451	\$23.702.91	\$3.548.32	3.55%	\$6.115.76	38.52%
	Summe	317				\$899.012,85			Zum Vergleich:	
	Transaktionskosten à 100 US\$					-\$31.700,00			S&P 500	-0.75%
	Dividenden					\$29.089,04			Dow Jones 30	-1.67%
	Gesamtrückfluss vor Steuern					\$896.401,89			Nasdaq 100	8.52%

Darstellung 24b Praxistest, Teil 1/2, Börsenjahr 2015.

Die Interpretation der Ergebnisse startet sich am besten bei den Mittelwerten, unten in der jeweiligen Tabelle. Die zentrale Zahl ist der mittlere Rückfluss pro einhunderttausend Dollar Investition. Dieser Wert lag, vor Steuern und Transaktionskosten, 2016 bei 3,56 Prozent und 2015 bei 4,87 Prozent. Die Anlegerin tätigte im

Durchschnitt der 25 Finanztitel pro betrachtetem Jahr rund vier (genau: 3,96 und 4,48) abgeschlossene An- und Verkaufstransaktionen. Hierbei investierte sie, inklusive Nachkaufen, jeweils rund zweihunderttausend (genau: 202.000,00 und 188.580,95) Dollar. Diese Beträge waren im Schnitt 1,627 respektive 1,34 Monate lang angelegt, bevor sie (eben durch Verkauf der Wertpapiere) wieder liquidiert wurden.

Der Grad der Inanspruchnahme des Freivermögens von zehn Millionen Dollar lag in beiden Börsenjahren zu einem beliebigen Zeitpunkt im Schnitt bei rund 50 Prozent oder fünf Millionen Dollar (wegen $25 \times \sim \$200.000$). Die anderen 50 Prozent waren entsprechend gegen extreme Negativereignisse geschützt, etwa den Kurssturz ins Bodenlose aufgrund eines globalen Schocks. Der Kapitalschutz, den S-Strategie und S-Kriterium herbeiführen, lässt sich auch in Zeitäquivalenten ausdrücken. Sowohl 2016 als auch 2015 blieb das Freivermögen etwas weniger als die Hälfte der gesamten Zeit desinvestiert: $11,5 - 3,96 \times 1,627 \cong 5$ Monate beziehungsweise $11,5 - 4,48 \times 1,34 \cong 5,5$ Monate.

Wie verändert sich die Verzinsung von $s = \$100.000$, bezieht man nachstehende Komponenten ein?

- Steuern (28,4 Prozent) und Transaktionskosten (100 Dollar oder 0,1 Prozent je Trade);
- die Möglichkeit der sofortigen Wiederanlage von Kursgewinnen;
- die Dauer des gesamten Börsenjahres (hier, wegen Jahresende 15. Dezember: 11,5 Monate).

Es bietet sich folgende, einfache Rechnung an, dies zu zeigen (e ist die Euler'sche Zahl 2,718...):

- 2016: $e^{\frac{3,56}{100} \times [1 - 0,284 - 0,001] \times \frac{11,5}{1,627}} = e^{0,1799} = 1,1971 \cong 19,71\%$.
- 2015: $e^{\frac{4,87}{100} \times [1 - 0,284 - 0,001] \times \frac{11,5}{1,340}} = e^{0,2988} = 1,3483 \cong 34,83\%$.

Erst durch diese Zinssätze ist ein Vergleich mit der traditionellen Buy-and-Hold-Strategie – dem Hoffen (streng: der Finanzwette) auf steigende Kurse – sinnvoll. Die Kaufen-und-Halten-Renditen (sowie, zum weiteren Vergleich, einige Indexrenditen) finden sich rechts in Gesamtdarstellung 24. Die 25 Bluechips hätten 2016

und 2015, vor Transaktionskosten und Steuern sowie bei $\frac{1}{25}$ -Gewichtung, 7,29 respektive 27,51 Prozent Rendite gebracht.

Dies klingt zunächst nicht wenig. Doch ein Blick auf die Standardabweichung dieser Renditen, $\pm 13,05\%$ und $\pm 38,52\%$, zeigt den „Preis“ dieser Strategie. Die Streuung der Renditen ist, da die Einzeltitel stark unterschiedlich performten, größer als die Rendite selbst. Negativenfalls ergeben sich bei dieser Dynamik

- $7,29\% - 13,05\% = -5,76\%$ und
- $27,51\% - 38,52\% = -11,01\%$.

Diese Prozentwerte lassen – grob –, auch wenn sie de facto nicht eintraten, erahnen, welche Größenordnung Verlust Buy-and-Hold-Anleger anlässlich eines weniger guten Börsenjahres als 2015 oder 2016 einplanen müssen.

In Opposition hierzu – und dies ist zentral – gilt im Rahmen der *S*-Strategie für den Praxistest: Die mittlere Rendite des Portfolios ist größer als die mittlere Renditestreuung. Im negativen Fall ergeben sich bei identischer Portfolio- und Titeldynamik

- $3,56\% - 2,32\% = 1,24\%$ und
- $4,87\% - 3,55\% = 1,32\%$.

In Kategorien der Finanzorthodoxie entsprächen diese 1,24 und 1,32 Prozent einem Arbitragegewinn, weil diese Prozentsätze nicht das mindeste Risikoäquivalent erkennen lassen.⁶⁷ Die *S*-Investorin erhält diese Rückflüsse quasi ohne Gegenleistung.

Nun kann man einwenden, dass im Falle einiger Portfoliotitel die letzte Transaktion gegen Jahresende offen geblieben ist – teils im Minus. Die Wertpapier-Accounts im Tabellarischen Anhang offenbaren dies. Doch das Argument ist nicht stichhaltig. Auch diese Transaktionen wären nach einigen Wochen abgeschlossen gewesen. Und deren jeweilige Endrendite und Gesamtzeitdauer hätte sich recht exakt im Rahmen der bereits bekannten Mittel- und Streuungswerte bewegt.

⁶⁷ Wäre weiters ein risikoloser Zinssatz erhältlich, der darunter rangierte, läge sogar eine „Geldmaschine“ vor.

Eine Gesamttransaktion dauerte laut Daten ex Darstellung 24 im Schnitt beider Börsenjahre $1,4835 \pm 0,523$ Monate,⁶⁸ also rund ein bis zwei Monate. Die Endrendite betrug $4,215 \pm 2,935\%$,⁶⁹ das heißt 1,28 bis 7,15 Prozent. Der Punkt ist: Auch die noch offenen Transaktionen hätten sich, bei Abschluss, innerhalb dieser Intervalle eingependelt. Das bereits bekannte Gesamtbild (Mittelwerte und Streuungen) hätte sich nicht mehr substantiell verändert.

Gesetzt, die mittlere Portfolio- und Titeldynamik von 2015 und 2016 hält an. Nach welcher Zahl „y“ Börsenjahre (hier: ein Jahr gleich 11,5 Monate) hat die S-Investorin eine Anlagefraktion $s = \$100.000$ nach Handelskosten und Steuern exakt verdoppelt? Dies ermöglichte es ihr beispielsweise, nur noch den Gewinn (eben einhunderttausend Dollar) riskant anzulegen. Den Rest könnte sie, nur noch der Inflation ausgesetzt, auf einem separaten Geldkonto einfach horten, falls sie dies wollte, oder in sichere Staatsanleihen investieren. Folgende Kalkulation zeigt es: Der Zeitpunkt tritt nach drei Jahren ein.

$$e^{\frac{3,56+4,87}{2} \times \frac{1}{100} \times [1-0,284-0,001] \times \frac{11,5}{\frac{1,627+1,34}{2}} \times y} = 2$$

$$e^{\frac{4,215}{100} \times 0,715 \times \frac{11,5}{1,4835} \times y} = e^{0,2336y} = 2$$

$$y = \frac{\ln 2}{0,2336} = 2,97 \approx 3 \text{ Jahre.}$$

Darstellung 22, Kapitel 9, offenbarte, dass das 25er-Portfolio im Lichte des gesamten Kursdatensatzes, das heißt im Mittel, eine maximal mögliche Rendite G_{max} sowie Informationsrate R von 5,4 Prozent pro Monat verspricht. Um diese Zahl ins Verhältnis zum Praxistest zu setzen: Wie lässt sich $G_{max} = R = 0,054$ auf Jahresbasis interpretieren? Unter Berücksichtigung von Steuern und Börsenkosten (informationstheoretisch beides Rauschkomponenten) ergeben sich folgende Werte:

- Bei 11,5 Monaten: $2^{0,054 \times 0,715 \times 11,5} = e^{0,054 \times 0,715 \times 11,5 \times \ln 2} = 1,3604 \equiv 36,04\%$.
- Bei 12 Monaten: $2^{0,054 \times 0,715 \times 12} = e^{0,054 \times 0,715 \times 12 \times \ln 2} = 1,3787 \equiv 37,87\%$.

⁶⁸ Kalkulation: $[1,627 + 1,34]/2 = 1,4835$; $[0,595 + 0,451]/2 = 0,523$.

⁶⁹ Kalkulation: $[3,56 + 4,87]/2 = 4,215$; $[2,32 + 3,55]/2 = 2,935$.

Verdopplung des Kapitaleinsatzes s tritt nach 2,25 Jahren ein (hier: ein Jahr gleich 11,5 Monate):

$$e^{0,054 \times 0,715 \times 11,5 \times \ln 2 \times y} = e^{0,3078y} = 2$$

$$y = \frac{\ln 2}{0,3078} = 2,25 \text{ Jahre.}$$

Vergleicht man nun die mittlere annualisierte Performance *des Praxistests*,

- 26,32 Prozent Renditepotenzial,⁷⁰
- 3 Jahre bis Kapitalverdopplung,

mit der mittleren annualisierten Performance des 25er-Portfolios *unter informationstheoretischem Aspekt* (vergleiche Kapitel 9),

- 36,04 Prozent Renditepotenzial,
- 2,25 Jahre bis Kapitalverdopplung,

wird (endgültig) klar, dass sich $G_{max} = R = 5,4\%$ pro Monat durchaus im Bereich des Realistischen bewegt.

Das Mittel zur Annäherung an $G_{max} = R$ im F -Modell ist das Konzept der Fuge. Via Kontrapunktschar wird die (hier sogenannte) Eigenrendite \mathcal{R} (vergleiche Kapitel 5) der Informationsrate R – so weit es eben geht – angepasst. Auch im Praxistest erscheint eine Erhöhung der Zahl der Kontrapunkte vom Prinzip her geeignet, die End- und Gesamtrendite noch zu erhöhen.⁷¹ Dies zu zeigen, war im vorliegenden Kapitel indes nicht das Ziel gewesen, weil schon das Celgene/IBM-Beispiel aus Kapitel 5 (gegen Ende) offenbarte, dass bereits ein einziger Kontrapunkt den Rendite-Cashflow – und zwar wie gesehen: erheblich – positiv beeinflusst. Zusätzliche Demonstrationen der Vorzüge des Fugenkonzeptes können in separater Anschlussforschung erfolgen. Natürlich bleibt auch eine Falsifizierungsmöglichkeit im Grundsatz weiter erhalten.

⁷⁰ Kalkulation:

$$\frac{\frac{3,56+4,87}{2}}{100} \times [1 - 0,284 - 0,001] \times \frac{11,5}{1,627+1,34} = e^{\frac{4,215}{100} \times 0,715 \times \frac{11,5}{1,4835}} = e^{0,2336} = 1,2632 \equiv 26,32\%.$$

⁷¹ Am Schluss von Kapitel 5 waren überdies weitere mögliche Maßnahmen zur Renditeerhöhung genannt worden, etwa der Einsatz von Derivaten. Infrage kommen beispielsweise spekulative (in Opposition zu rein absichernden) Put-Optionen. Solche Maßnahmen erhöhen indes potenziell auch die Risikostruktur des Anlagestils. Auch dies war gesagt worden.

Abschließend noch einige kurze Bemerkungen. Die Handelskosten-Approximation ist mit 100 Dollar pro Trade bewusst recht hoch angesetzt. Zwar bieten Discount-broker Trades inzwischen viel günstiger an. Doch handeln *S*-Investoren, wie gesehen, explizit Endkurse. Dies ist naturgemäß nur nach Börsenschluss möglich – und damit deutlich teurer als der Tageshandel. Die hohe Kostenansetzung erscheint insofern gerechtfertigt und hebt die Verallgemeinerbarkeit der Testergebnisse. Indes sollte gesehen werden, dass technisch auch gegen Live- oder gar Hochfrequenzhandel im *F*-Modell nichts spricht.

Dividenden erscheinen vor dem Hintergrund erhöhter Börsenkosten allerdings als reiner „Transaktionskosten-Zuschuss“. Die *S*-Anlegerin hat keinen rationalen Grund, Dividendenzahlungen individuell zu honorieren, etwa durch besondere Treue zur Aktiengesellschaft. Sie wird weiter immer und immer wieder billig kaufen und teuer verkaufen – und eine gelegentliche Dividende als „Kostendeckungsbeitrag“ nicht bemäkeln.

Sehr interessant ist schließlich, wie das *F*-Modell im Praxistest das Risiko von Kursverlusten minimiert. Außerhalb der *S*-Strategie gerieten, wie Gesamtdarstellung 24 zeigt, 2016 insgesamt acht Titel auf Jahressicht ins Minus und 2015 fünf Titel. Im Rahmen des *F*-Modells dagegen, betrachtet man weiter explizit nur das Mittel der *abgeschlossenen* Transaktionen, rangieren alle diese Wertpapiere im Plus.

Zwei Beispiele: Eli-Lilly-Anteile werteten 2016 um 15,3 Prozent ab, IBM-Anteile 2015 um 14,12 Prozent (Jahresende ist wie gehabt der 15. Dezember). Da die *S*-Strategie keine Buy-and-Hold-, sondern eine Handelsstrategie ist, lassen sich die Renditen beider Anlagestile nicht unmittelbar miteinander vergleichen. Man kann aber, wie oben schon, folgende Rechnung auf tun; Kosten und Steuern sind dabei berücksichtigt:

- Eli Lilly (2016): 1,94 Prozent pro 1,833 Monate; *annualisiert* damit:

$$e^{\frac{1,94}{100} \times [1 - 0,284 - 0,001] \times \frac{11,5}{1,833}} = 1,0909 \equiv 9,09\%.$$

- IBM (2015): 0,8 Prozent pro 1,25 Monate; *annualisiert* damit:

$$e^{\frac{0,8}{100} \times [1 - 0,284 - 0,001] \times \frac{11,5}{1,25}} = 1,054 \equiv 5,4\%.$$

Für alle anderen Titel, die per Kaufen-und-Halten-Strategie ins Minus fielen, ergeben sich, wird das S -Prinzip der Geldanlage angesetzt, ähnlich interessante Plusrenditen. Dies lässt sich anhand der Daten ex Gesamtdarstellung 24 durch Nachrechnen leicht prüfen.

Zu guter Letzt ist erstaunlich, wie akzeptabel das S -Kriterium seinen Dienst tut, wird p gleich „ein Sechstel“ gesetzt. Die mittlere Inanspruchnahme des Freivermögens lag in beiden Testjahren zu einem beliebigen Zeitpunkt, wie gesehen, bei rund 50 Prozent (beziehungsweise rund der Hälfte der Zeit). Dies ist intuitiv der optimale, richtige Wert: vom Freivermögen nicht zu viel und nicht zu wenig.

13 F-Optionspreise II

Bevor es zu abschließenden Gedanken zum Konzept der Fuge (Kapitel 14) sowie zum Gesamtfazit dieser Arbeit (Kapitel 15) kommt, noch dies: Lassen sich aus $G_{max} = R$ eventuell auch erwartete Renditen und/oder (Options-)Preise ableiten? Unter Rückgriff auf das Adobe-Prognosebeispiel von weiter oben kann man zu dieser Frage folgende Plausibilitätsüberlegungen anstellen. Es war in Kapitel 8 der Aktienkurs Adobes Mitte September 2017 zu prognostizieren. Die zeitliche Basis (t) lautete Mitte Juni 2017. Hier nochmals einige zentrale Ex-ante-Daten (u ist die Steuer- und Börsenkostenapproximation, n die Anzahl der Perioden, \mathcal{T} und \mathcal{K} sind Thema und Kontrapunkt):

- $G_{max} = R = 0,0618$
- $n = 3$
- $\mathcal{T} + \sum \mathcal{K} = 2$
- $u = \frac{28,4\% + 0,1\%}{100} = 0,285.$

Die Informationsrate R kann konzeptionell nicht negativ werden. (Es gibt nur Nicht-, aber keine Minusinformation.) Eine einzelne Investitionsfraktion s sollte daher minimal mit dem Faktor $e^0 = 1$ sowie maximal mit dem Faktor $e^{R(1-u)n \ln 2}$ verzinst werden, wobei letztere Potenz positiv ist. Es lässt sich schon einmal festhalten:

[62a]

$$E[r^+] = e^{M^+} = e^{[R \cong R][1-u]n \ln 2} = e^{0,0618[1-0,285]3 \ln 2} = e^{0,091884} = 1,096238 \equiv 9,62\%.$$

$E[r^+]$ ist die kumulierte Endrendite, mit der S -Fuge-Investoren im vorliegenden Fall Mitte September 2017 maximal hätten rechnen können. Selbstverständlich ist eine solche erwartete Maximalverzinsung nicht sicher; sie kann ex post höher oder niedriger ausfallen. $E[r^+]$ ist das *Positivszenario*, wenn die Eigenrendite R eines betreffenden Assets dessen Informationsrate R maximal angenähert wird. Dies wie gehabt mittels Fuge und – hier, wegen „maximal“: großer – Kontrapunktschar.

Wie sieht es mit einem *Negativszenario* aus? Da die Übertragungsrate der Information, R , nicht negativ werden kann, und da die finanzmarkttypische Kursvariabilität im F -Modell von vornherein nicht das Risiko ist (sondern ganz im Gegenteil),

bleibt nur, den Fall eines ausschließlichen Steigens oder Fallens des interessierenden Assets zwischen t und $t + n$ zu modellieren. Es stehe im Folgenden die Situation eines ständig fallenden Kurses im Vordergrund – wenn also

$$[63] \quad \forall S_{t \dots t+n}: S < 1 | P^-.$$

Der erste Gedanke ist dann vielleicht: $E[r^-] = 1/E[r^+]$. Da Qualitätsassets (das heißt Nichtjunk-Wertpapiere) in der Regel jedoch, bei aller Volatilität, einen positiven Grundtrend aufweisen, wäre dies (orthodox gesehen: im Negativen) ein wenig hoch gegriffen. Besser mit der Marktrealität vereinbar scheint

$$[62b]$$

$$E[r^-] = e^{M^-} = e^{\ln[1 - \{\sqrt{E[r^+]} - 1\}]} = e^{\ln[1 - \{\sqrt{1,096238} - 1\}]} = e^{-0,048155} = 0,953 \equiv -4,7\%.$$

Im Rahmen der Adobe-Kursprognose aus Kapitel 8 war dem Fugenthema genau ein Kontrapunkt beigelegt worden. Anleger hätten hier entsprechend nicht zur Gänze mit einer Rendite von 9,62 Prozent, Formel [62a], rechnen können. Womit dann, lässt sich mittels folgender Kalkulation zeigen:

$$[62c]$$

$$\begin{aligned} E[r] = e^M &= e^{\left[\Re \cong \frac{T+\Sigma K}{\sqrt{2}} \times R \right] [1-u] \frac{n}{T+\Sigma K \sqrt{2}} \ln 2} = e^{\left[\Re \cong \sqrt{\frac{1}{2}} \times 0,0618 = 0,0437 \right] [1-0,285] \frac{3}{\sqrt{2}} \ln 2} \\ &= e^{0,045942} = e^{\ln \sqrt{E[r^+]}} = e^{\ln \sqrt{1,096238}} = e^{0,045942} = 1,047014 \equiv 4,7\%. \end{aligned}$$

S -Fuge-Investoren können anders gesagt *im Grundsatz* mit einer kumulierten Endrendite zwischen wenigstens $E[r]$ und höchstens $E[r^+]$ rechnen. Natürlich sind dies Erwartungswerte; die Gesamtverzinsung, die sich ex post tatsächlich ergibt, kann von diesem Intervall abweichen. Da R nicht negativ werden kann, und weil die Varianz im F -Modell nicht das Risiko ist, ist die S -Fuge-Strategie der Geldanlage vom Prinzip her *risikolos*. In der langen Frist und bei vielen Durchläufen ist eine Endverzinsung von minimal $e^0 = 1$ zu erwarten. Ein Verlust ist unter normalen Umständen nicht zu fürchten. Die (sonst naheliegende) Hinzunahme absichernder Put-Optionen erscheint vor diesem Hintergrund zunächst einmal nicht übermäßig rational. Die Optionskosten drücken das Wertpapierkonto in einem ersten Schritt gar ins Minus. Dies ohne erkennbare Notwendigkeit.

Bedingung für diese Sichtweise – die Sichtweise der (wenn auch zunächst) theoretischen Risikolosigkeit – ist, dass die S -Ratio der interessierenden Assets um den Wert eins schwankt, und zwar möglichst konsequent; oder mit anderen Worten: dass fortdauernd Volatilität vorhanden ist. Gewöhnliche, Börsen-typische Volatilität. Ein Schwanken lediglich ober- oder unterhalb der Eins – oder gar ein *monotones* Steigen oder Fallen der S -Ratio – dagegen ist atypisch. Situationen wie diese stellen im F -Modell das Risiko riskanter Anlagen dar. Ein Schutz gegen solche Risiken erscheint durchaus sinnvoll und sollte folglich auch einen gewissen Geldwert haben.

Angenommen, Fall [63] tritt ein: Die S -Ratio der Adobe-Aktie sinkt zwischen t und $t + n$ *streng monoton*. Dann lässt sich dieser Worst Case wie folgt modellieren. Zunächst einmal sieht die Kurshistorie nun vielleicht dergestalt aus (siehe Darstellung 25a):

Mitte Juni	\$137,52	$S < 1 P^-$
(Ende) Juni	\$136,42	$S < 1 P^-$
Mitte Juli	\$135,33	$S < 1 P^-$
Juli	\$134,25	$S < 1 P^-$
Mitte August	\$133,19	$S < 1 P^-$
August	\$132,12	$S < 1 P^-$
Mitte September	\$131,06	$S < 1 P^-$

Darstellung 25a Ein (Negativ-)Szenario für den Aktienkurs des Softwareherstellers Adobe im Jahr 2017 (vergleiche inhaltlich auch Kapitel 8).

Auf dieser Stufe ist den bisherigen Überlegungen eine Modellannahme hinzuzufügen. Diejenige, dass der günstigstmögliche und der ungünstigstmögliche erwartete Assetpreis in $t + n$ plausiblerweise nicht *wesentlich* abweichen sollte von

$$[64a] \quad E[P^+] = P \times E[r^+] = \$137,52 \times 1,096238 = \$150,76$$

respektive

$$[64b] \quad E[P^-] = P \times E[r^-] = \$137,52 \times 0,953 = \$131,06.$$

Für die S -Fuge-Investorin spielt der Endkurs Adobes ex ante, wenn überhaupt, eine untergeordnete Rolle. Ihr Risiko ist, dass sich die Informationsrate Adobes zwischen t und $t + n$ absenkt. Dies geschieht dann (und nur dann), sinkt die Kursvariabilität der Aktie. Ebendies passiert mit zunehmendem Monotoniegrad der

Fortbewegung des Kurses. Dabei ist es unerheblich, in welche Richtung sich der Adobe-Kurs monoton fortbewegt. Entgegengesetzt für den Buy-and-Hold-Anleger: Sein Risiko ist explizit eine Funktion der Zunahme der Kursvariabilität des fraglichen Assets. *Der Gedanke ist nun, dass das Risiko des einen Anlagestils mit der Rendite des anderen Anlagestils in etwa korrespondiert – und vice versa.* Geht man hiervon aus, werden die Kursszenarien $E[P^+]$ und $E[P^-]$, [64], plausibel.

Es stellen sich jetzt ganz natürlich einige Fragen. Beispielsweise: Wie viele Stücke (x) Adobe welchen Gesamtwertes (y) besitzt die S -Investorin zwischenzeitlich angesichts der Kurshistorie in Darstellung 25a? Nun, die Dame hält am 15. September 2017 rund 5.214 Anteile à 131,06 Dollar. Dies ergibt total rund 683.367 Dollar. Hier die Rechnung:

[65a]

$$x = \frac{\{[T + \sum \mathcal{K}]n + 1\}s}{\sqrt{P \times E[P^-]}} = \sqrt{\frac{s^2}{P \times E[P^-]}} \times \{[T + \sum \mathcal{K}]n + 1\} = \frac{\{[2]3 + 1\}\$100.000}{\sqrt{\$137,52 \times \$131,06}} =$$

$$\sqrt{\frac{\$100.000^2}{\$137,52 \times \$131,06}} \times \{[2]3 + 1\} = 5.214,1527.$$

[65b]

$$y = x \times E[P^-] = 5.214,1527 \times \$131,06 = \$683.366,85.$$

Wegen [63], $S < 1|P^-$ für alle t zwischen t und $t + n$, hat die Investorin bis dato $\{[T + \sum \mathcal{K}]n + 1\}s = \{7\}\100.000 aufgewendet – insgesamt siebenhunderttausend Dollar. Zieht man diesen Betrag von der Wertstellung [65b] ab, ergibt sich, dass das Wertpapierkonto im Minus ist:

$$[65c] \quad \$683.366,85 - \$700.000 = -\$16.633,15.$$

Wie müsste ein Kurs $E[P^0]$ aussehen, der das Wertpapierkonto instantan verlustneutral stellte, das heißt: das Minus auf den Cent wieder ausglich? Nun, dieser Assetpreis ist exakt das geometrische Mittel aus P und $E[P^-]$,

$$[64c] \quad E[P^0] = \sqrt{P \times E[P^-]} = \sqrt{\$137,52 \times \$131,06} = \$134,25.$$

$$\text{Denn: } x \times E[P^0] = 5.214,1527 \times \$134,25 = \$700.000 = \{[T + \sum \mathcal{K}]n + 1\}s.$$

Zu $E[P^0]$ gelangt man auch durch Multiplikation des (Worst-Case-)Kurses $E[P^-]$ mit einem Ausgleichszinssatz $E[r^0]$:

[62d]

$$E[r^0] = e^{M^0} = e^{\ln\{1/\sqrt{E[r^-]}\}} = e^{\ln\{1/\sqrt{0,953}\}} = e^{0,02407} = 1,024362 \equiv 2,44\%.$$

Denn: $E[P^-] \times E[r^0] = \$131,06 \times 1,024362 = \$134,25 = E[P^0]$.

Wie könnte für das vorliegende Worst-Case-Kursszenario der Beispielaktie Adobe (Darstellung 25a) eine Versicherungslösung aussehen? Die Antwort ist einfach: Da die *S*-Fuge-Investorin Cash-Reserven vorhält – sie legt stets nur einen Bruchteil (s) ihres Freivermögens an –, ist sie gewissermaßen ihre eigene Versicherung. Fallen die interessierenden Assets nun streng monoton, hat sie dennoch ein Problem: Sie „muss“ gemäß ihrer eigenen (eben *S*-Fuge-)Strategie ständig nachkaufen. Dies wiederum zehrt an den bewussten Barreserven. Im *F*-Modell ist ein solcher Umstand Facette des Risikos riskanter Anlagen.

Die Lösung ist nun, von der Investitionsfraktion s noch einen Bruchteil v , die Versicherungslösung, abzuziehen:

$$[66a] \quad v = E[r^f] - 1,$$

wobei

[62e]

$$E[r^f] = \sqrt[4]{E[r^+]} = \sqrt{E[r]} = \sqrt[4]{1,096238} = \sqrt{1,047014} = 1,023237 \equiv 2,32\%$$

ein Sicherheitszinssfuß ist. Dieser Sicherheitszinssfuß rangiert leicht niedriger als der Ausgleichszinssatz $E[r^0]$, [62d], und ist – vage – vergleichbar mit dem risikolosen Zinssatz der Orthodoxie. Es ergibt sich

$$v = E[r^f] - 1 = 1,023237 - 1 = 0,023237 \equiv 2,32\%.$$

Mittels der Versicherungslösung v kann die Anlegerin sukzessive eine Sicherheitsrücklage \mathcal{V} bilden. Diese hat, tritt Stück für Stück der Worst Case ein, am 15. September 2017 einen Wert von rund 16.266 Dollar:

[66b] (Bitte umblättern!)

$$\mathcal{V} = \{[\mathcal{T} + \sum \mathcal{K}]n + 1\}s \times v = \{[2]3 + 1\}\$100.000 \times 0,023237 = \$700.000 \times 0,023237 = \$16.265,90.$$

Die Anzahl Stücke Adobe, die die S -Investorin zwischenzeitlich hält, lautet

$$[65d] \quad x_v = \frac{\{[\mathcal{T} + \sum \mathcal{K}]n + 1\}s}{E[P^0] \times E[r^f]} = \frac{\{[2]3 + 1\}\$100.000}{\$134,25 \times 1,023237} = \frac{\$700.000}{\$137,37} = 5.095,7269.$$

Ohne Kapitalrücklage lag der Gesamtbestand noch bei rund 5.214 Stück, vergleiche [65a]. Das Wertpapierkonto ist jetzt nicht mehr im Minus, sondern, bis auf eine Rundungsdifferenz, ausgeglichen:

[65e]

$$x_v \times E[P^-] - x_v \times E[P^0] + \mathcal{V} = \sim 5.096 \times \$131,06 - \sim 5.096 \times \$134,25 + \sim \$16.266 \cong \$667.882 - \$684.138 + \$16.266 = \$10 \cong \$0.$$

Was passiert nun, sinkt der Börsenkurs Adobes auf *weniger* als $E[P^-]$, 131,06 Dollar? – Etwas weiter oben war gesagt worden:

Da R nicht negativ werden kann, und weil die Varianz im F -Modell nicht das Risiko ist, ist die S -Fuge-Strategie der Geldanlage vom Prinzip her *risikolos*. In der langen Frist und bei vielen Durchläufen ist eine Endverzinsung von minimal $e^0 = 1$ zu erwarten. Ein Verlust ist unter normalen Umständen nicht zu fürchten.

Dies, vollständige Risikolosigkeit, bedeutete allerdings, dass *selbst bei einem Fallen des Assetpreises auf null* der Saldo des Wertpapierkontos nicht auf weniger als die „schwarze Null“ in Gleichung [65e] sinken kann. Doch dies ist tatsächlich der Fall: Die schwarze Null bleibt. Denn der Preis einer Put-Option wird, unabhängig vom Finanzmodell, *gleich null sein*, stimmen Ausübungspreis der Option, K , und erwarteter Worst-Case-Kurs des Underlyings, $E[P^-]$, exakt überein. Das Cox-et.-al.-Modell aus Kapitel 3 als Beispiel zeigt es (\mathfrak{P} steht für Put, R_f ist der klassisch-orthodoxe risikolose Zinssatz, q die Eintrittswahrscheinlichkeit für den Worst-Case-Kurs):

$$[67] \quad \mathfrak{P}_t = \frac{1}{R_f} q \{K - E[P^-]\} = 0, K = E[P^-].$$

Nimmt die S -Anlegerin nun zur Sicherheitsrücklage \mathcal{V} (Wert: 16.266 Dollar) $x_v \approx 5.096$ Stück klassische Put-Optionen mit $K = E[P^-]$ (so dass der Put kosten-

los ist) hinzu – und sinkt der Kurs Adobes, aus welchem Grunde auch immer, auf null –, so wird in Kontosaldo [65e],

$$x_v \times E[P^-] - x_v \times E[P^0] + \mathcal{V} = \sim 5.096 \times \$131,06 - \sim 5.096 \times \$134,25 + \\ \sim \$16.266 \cong \$667.882 - \$684.138 + \$16.266 = \$10 \cong \$0,$$

$x_v \times E[P^-]$ gleich null werden, und es kommen hinzu: $x_v \times [K - P^-]$ gleich $5.096 \times [\$131,06 - 0] = \667.882 . Letzterer Betrag entspricht dem Rückfluss der Verkaufsoption bei Ausübung – der Differenz aus Strikepreis K und dem auf null gefallenem Assetpreis P^- . Die Terme $x_v \times P^-$ und $x_v \times [K - P^-]$ gleichen einander perfekt aus, der Kontosaldo ist abermals ausgeglichen:

[65f]

$$x_v \times P^- - x_v \times E[P^0] + \mathcal{V} + x_v \times [K - P^-] = \sim 5.096 \times \$0 - \sim 5.096 \times \\ \$134,25 + \sim \$16.266 + \sim 5.096 \times [\$131,06 - 0] \cong \$0 - \$684.138 + \$16.266 + \\ \$667.882 = \$10 \cong \$0.$$

Ergo: Die S -Fuge-Strategie des F -Modells ist grundsätzlich risikolos. Auch wenn dies zunächst möglicherweise schwierig zu akzeptieren ist. Zusammenfassend lässt sich sagen: Die Investorin, die das F -Modell beherzigt, braucht zwar nicht, aber kann ihr Portfolio durch Bildung von Sicherheitsrücklagen plus dem Kauf von Put-Optionen mit Strikepreis gleich erwartetem Worst-Case-Börsenkurs des Underlyings vollständig absichern. Eine Alternative ist, auf die Sicherheitsrücklage zu verzichten und dem Portfolio lediglich Put-Optionen mit $K = E[P^-]$ beizustellen. Der maximale Verlust liegt dann bei bei

$$x\{K - P^-\} - \{[\mathcal{T} + \sum \mathcal{K}]n + 1\}\mathcal{s} = 5.214,1527 \times \{\$131,06 - \$0\} - \\ \{[2]3 + 1\} \times \$100.000 = \$683.366,85 - \$700.000 = -\$16.633,15,$$

äquivalent mit [65c]. Solche Verkaufsoptionen sind theoretisch kostenlos (die Anlegerin könnte unendlich viele davon „kaufen“, böte sie jemand an) und in der Praxis sehr günstig.

Zur Berechnung eines fairen, F -Modell-konsistenten Putpreises möchte der Verfasser folgende Formel vorschlagen:

$$[68a] \quad \mathfrak{P}_t = \frac{{}^4\sqrt{E[r^-]}\left\{\frac{K - E[P^-]}{2}\right\}}{E[r^f]},$$

wobei – gilt $K = P$ – ebenso richtig ist (Term M stammt aus Formel [62c], für x und ν siehe [65a] und [66b]):

$$[68b] \quad \mathfrak{P}_t = \frac{\{\sqrt{E[r]}-1\}P}{E[r^f]} = \{\sqrt{1+M}-1\}P = \frac{\nu}{x}.$$

In Bezug auf das Adobe-Beispiel ergibt sich auf diese Weise ein Putpreis Mitte Juni 2017 mit Endtermin Mitte September 2017 von 3,12 Dollar:

[68c]

$$\mathfrak{P}_t = \frac{\sqrt[4]{0,953} \left\{ \frac{\$137,52 - \$131,06}{2} \right\}}{1,023237} = \frac{\{\sqrt{1,047014}-1\}\$137,52}{1,023237} = \{\sqrt{1+0,045942}-1\} \times \$137,52 = \frac{\$16.265,90}{5.214,1527} = \$3,12.$$

Der Preis für eine Call-Option (\mathfrak{C}) liegt entsprechend, wird Put-Call-Parität (Begriffsbestimmung: Kapitel 3) angesetzt, bei

$$[69a] \quad \mathfrak{C}_t = P + \mathfrak{P}_t - \frac{K}{E[r^f]} = \$137,52 + \$3,12 - \frac{\$137,52}{1,023237} = \$6,24.$$

In Anlehnung an [68a], den Putpreis, lässt sich auch hier (im Falle des Calls) eine geschlossene Preisformel anbieten – nämlich:

$$[69b] \quad \mathfrak{C}_t = \frac{\sqrt[4]{E[r^-]} \left\{ \frac{E[P^+] - K}{2} \right\}}{E[r^f]^2 = E[r]} = \frac{\nu}{x/2} = \frac{\sqrt[4]{0,953} \left\{ \frac{\$150,76 - \$137,52}{2} \right\}}{1,023237^2 = 1,047014} = \frac{\$16.265,90}{5.214,1527/2} = \$6,24.$$

Nun waren bereits in Kapitel 3 mit [29d] Optionspreisformeln vorgeschlagen worden. Diese beinhalteten drei (wennzwar bescheidene) Neuerungen gegenüber dem Cox-et-al.-Modell: Ist n größer eins, werden p (und damit q), $E[P]$ sowie σ (die geschätzte Standardabweichung zwischen t und $t+n$) alternativ berechnet (und nehmen auch alternative Werte an). – Welche Optionspreise ergeben sich dann? Die folgende Kalkulation zeigt es (Daten ex Kapitel 8, erste Seite):

[70a]

$$\mathfrak{P}_t = \frac{-q \left\{ \frac{E[P]}{P} - 1 - \sigma - \left[\frac{K}{P} - 1 \right] \right\} P}{E[r]} = \frac{-0,4783 \left\{ \frac{\$148,54}{\$137,52} - 1 - 0,1314 - \left[\frac{\$137,52}{\$137,52} - 1 \right] \right\} \$137,52}{1,0858} = \$3,11$$

$$\mathfrak{C}_t = \frac{p \left\{ \frac{E[P]}{P} - 1 + \sigma - \left[\frac{K}{P} - 1 \right] \right\} P}{E[r]} = \frac{0,5217 \left\{ \frac{\$148,54}{\$137,52} - 1 + 0,1314 - \left[\frac{\$137,52}{\$137,52} - 1 \right] \right\} \$137,52}{1,0858} = \$13,98.$$

Als $E[P^-]$ und $E[P^+]$ sind dabei zu interpretieren die Terme

[70b]

$$\left\{ \frac{E[P]}{P} - \sigma \right\} P = \left\{ \frac{\$148,54}{\$137,52} - 0,1314 \right\} \$137,52 = \$130,47 = E[P^-]$$

$$\left\{ \frac{E[P]}{P} + \sigma \right\} P = \left\{ \frac{\$148,54}{\$137,52} + 0,1314 \right\} \$137,52 = \$166,61 = E[P^+].$$

Setzt man diese Werte in die Cox-et-al.-Formeln ein (was nicht ganz korrekt ist und hier nur zu Anschauungszwecken geschieht), ergeben sich ebenfalls 3,12 Dollar für eine Verkaufsoption und 13,98 Dollar für eine Kaufoption:

[71]

$$\mathfrak{P}_t = \frac{1}{R_f = E[r]} q \{K - E[P^-]\} = \frac{1}{1,0858} 0,4783 \{ \$137,52 - \$130,47 \} = \$3,11$$

$$\mathfrak{C}_t = \frac{1}{R_f = E[r]} p \{E[P^+] - K\} = \frac{1}{1,0858} 0,5217 \{ \$166,61 - \$137,52 \} = \$13,98.$$

Vergleicht man jetzt [70] und [71] mit [68] und [69], fällt unmittelbar auf, dass sowohl der Putpreis in t als auch der erwartete Worst-Case-Kurs des Underlyings in $t + n$ in allen Modellansätzen nahezu gleich hoch ausfällt. In Opposition hierzu resultieren stark abweichende – im Rahmen [70] und [71]: viel höhere – Best-Case- und (damit) Callpreise. Wie mag dies zusammenhängen? Zumal es in Kapitel 5 hieß (Hervorhebungen und Einschübe in eckigen Klammern nur hier):

In Fall eins ist das Risiko, dass die Kurse nur noch fallen [bedeutet: $S < 1$ zwischen t und $t + n$ unter der Bedingung, dass Kurs P sinkt]; in Fall zwei, dass sie nur noch steigen [$S > 1$ zwischen t und $t + n$ unter der Bedingung, dass Kurs P steigt]. In keinem der beiden Fälle sind aber die Volatilitätsschwankungen selbst das Risiko – wie dagegen in der Orthodoxie (Begriffsbestimmung: Text-Anhang 4). Im Gegenteil sind die Börsen-typischen Kursschwankungen hier gerade nachgefragt. *Aus diesem Grund können Optionen im F -Modell nicht gleichpreisig sein mit denen der Orthodoxie; sie müssen preiswerter sein.* Andererseits sind Optionen im F -Modell auch nicht „quasi überflüssig“ (Text-Anhang 4.3, gegen Ende – dieser Vorstoß war tatsächlich „etwas kühn“), da ein Schutz gegen Fall eins und Fall zwei im Grundsatz wünschenswert erscheint. *Eine solche Option besitzt in jedem Fall Wert. Die Frage ist, welchen.*

Sind diese Aussagen noch richtig? Für den Putpreis stimmen sie bedingt. Sind die Inputdaten identisch oder zumindest doch ähnlich, resultieren im F -Modell und in

der Orthodoxie rund gleiche Preise für Verkaufsoptionen. Allerdings: *S-Investoren haben keinen rationalen Grund, diese Optionspreise auch zu zahlen*. Ersatzweise legen sie einfach eine Sicherheitsrücklage (V) an und kaufen Put-Optionen mit Ausübungspreis gleich erwartetem Worst-Case-Kurs ($K = E[P^-]$). Solche Verkaufsoptionen sind theoretisch kostenlos und praktisch, eben wegen des niedrigen Strikepreises, sehr günstig. Das betreffende Wertpapierkonto ist damit sicher. Am Ende steht – wenigstens – eine „schwarze Null“. Eine, jedenfalls kostenpflichtige, Put-Option ist „quasi überflüssig“. Das Faktum, nicht so sehr die Aussage ist „kühn“.

Und zum Callpreis: Dieser liegt nach traditionellen Formeln und Ansätzen, verglichen mit [69], deshalb (viel) höher, da diese die Volatilität (σ) des zugrunde liegenden Assets negativ goutieren. Dies trifft letztlich sogar auf die Optionspreisformeln [29d], Kapitel 3, zu, die eigentlich schon zum F -Modell zählen. Der Preis einer Kaufoption basiert in klassischen Finanzmodellen grob auf

- dem Kurs des Underlyings in t
- plus einem Trend – meist positiv (sofern die geometrische Rendite positiv ist) –
- zuzüglich der geschätzten Standardabweichung des zugrunde liegenden Börsenwertes zwischen t und $t + n$.

Ist der Grundtrend des Wertpapiers ohnedies dynamisch – bei Adobe ist dies der Fall –, ist in der Regel auch die zu erwartende Volatilität des Titels hoch. Folglich ergeben sich (1) ein hoher erwarteter Best-Case-Kurs der Aktie (hier: $E[P^+] = \$166,61$) und – damit – (2) ein hoher Callpreis ($\mathfrak{C}_t = \$13,98$).

Die Gewinnschwelle desjenigen Anlegers, der diesen Call besitzt, liegt bei

$$P + \mathfrak{C}_t = \$137,52 + \$13,98 = \$151,50.$$

Das heißt, Adobe-Anteile müssen – punktgenau – am 15. September 2017 wenigstens um 10,17 Prozent, eben auf 151,50 Dollar, gestiegen sein, damit nur die

Kosten des Calls wieder eingespielt sind.⁷² Erst ab dann verdient der Halter dieser Option Geld.

Anders für die *S*-Fuge-Investorin: Auch sie hat sich einen Anlagehorizont Mitte September 2017 gewählt. Doch ist sie, anders als der klassisch-orthodoxe Anleger (der Call-Halter), unabhängig von einem bestimmten Zielkurs ihrer Wunschaktie zu diesem Zeitpunkt. Für sie ist wichtig, dass sich der Kurs Adobes in der Zwischenzeit, das heißt zwischen t und $t + n$, *volatil* zeigt. Dies im Kern deshalb, weil sonst, bei mangelnder Kursvariabilität, die Informationsrate R des Assets sinkt. Und mit ihr, wegen $G_{max} = R$, die maximal mögliche geometrische Rendite, mit der die *S*-Anlegerin im Mittel als Rückfluss der Investition rechnen kann.⁷³

Verglichen mit der Forderung des Call-Halters – der Kurs Adobes möge zum Endtermin der Option stark gestiegen sein (um wenigstens 10,17 Prozent) – erscheint die Anspruchshaltung der *S*-Investorin – kein monotones Steigen oder Fallen des Kurses – deutlich realistischer (und in gewisser Weise bescheidener). *Und eben hierher rührt der Preisunterschied der Kaufoption, letztlich jeder Option, zwischen dem orthodoxen Ansatz und dem F-Modell.*

Wer, auf den Punkt gebracht, die Volatilität per se als Risiko riskanter Anlagen betrachtet, wird, möchte er sich dieses Risikos entledigen, dem Versicherer des Risikos einen Preis *proportional zur Volatilität* zahlen müssen. Daran führt (bei dieser Weltsicht) kein Weg vorbei, und in klassischen Optionspreismodellen, etwa „Cox et al.“, passiert ebendies. In einer Welt dagegen, in der die Volatilität die maximal mögliche Rendite *konstituiert*, im *F*-Modell, kann der Schreiber einer Option, der Versicherer, nicht mehr ohne Weiteres einplanen, dass ihm die volle Volatilitätsersparnis durch den Optionsnehmer auch vergolten wird. Es bricht dann eine neue Zeit heran.

⁷² Sei die Call-Option hier also „europäisch“, das heißt mit automatischer Ausübung beziehungsweise automatischem Verfall (wenn $P_{t+n} < K$) zum Endtermin ohne zwischenzeitliche Ausübungsmöglichkeit (andernfalls läge eine „amerikanische“ Kaufoption vor; der Unterschied war in Text-Anhang 4.3 schon kurz thematisiert worden). Daher „punktgenau“.

⁷³ Shannons Informationsrate und Kellys Maximalrendite sind dann hoch, wenn, wie im Verlauf der Schrift zu sehen war, der zugrunde liegende Prozess, der untersucht wird, von möglichst großer Zufälligkeit – Entropie – geprägt ist. Dabei ist wichtig: Es muss sich um die Entropie des Senders des interessierenden Informationsflusses handeln. Dasjenige Maß an Zufälligkeit, welches dem Sendesignal nachträglich *im Kanal* hinzugefügt wird – das Rauschen –, ist dagegen unerwünscht; es reduziert die Informationsrate. Ist wiederum die Informationsrate klein (oder reduziert), ist auch die Potenz der Euler’schen Zahl e klein (reduziert), mit der sich die kumulierte Endverzinsung in $t + n$ zeigen lässt.

Wie hätte sich die S -Anlegerin übrigens im Rahmen einer *positiven* Kursentwicklung Adobes geschlagen? Man kann sich stellvertretend für positive Kursszenarien im vorliegenden Fall auch die reale Kursentwicklung ansehen. Diese war positiv. Vergleiche Darstellung 25b:

Mitte Juni	\$137,52	$S < 1 P^-$
(Ende) Juni	\$141,44	$S < 1 P^+$
Mitte Juli	\$146,16	$S > 1 P^+$
Juli	\$146,49	$S > 1 P^+$
Mitte August	\$150,36	$S > 1 P^+$
August	\$155,16	$S > 1 P^+$
Mitte September	\$154,49	$S > 1 P^-$

Darstellung 25b Die reale Kursentwicklung Adobes am US-Markt 2017. (Kurse: www.nasdaq.com.)

Die Investorin hätte hier zunächst einmal Mitte Juni gekauft, und zwar für

$$d = s \times [1 - v] = \$100.000 \times [1 - 0,023237] = 0,976763] = \$97.676,30;$$

v ist die Versicherungslösung (der „Put-Ersatz“), [66a]. Die Dame besitzt jetzt

$$\frac{\$97.676,30}{\$137,52} = 710,27$$

Stücke Adobe. Kurs Nummer zwei, 141,44 Dollar, ist assoziiert mit einer S -Ratio kleiner eins, da der Kurs Adobes Ende Mai 2017 relativ zu Kurs Nummer zwei höher lag, bei 141,86 Dollar (nicht in der Tabelle aufgeführt). Da Kurs Nummer zwei gegenüber Kurs Nummer eins jedoch gestiegen ist, kauft die S -Anlegerin hier nicht nach. Kurs Nummer drei löst ein Verkaufssignal aus. Adobe-Anteile sind am Markt gestiegen, und zwar zu einem Grade, der bewirkt: $S > 1$. Die Dame verkauft ihre Wertpapiere. Bis $t + n$ steigt sie nicht erneut in den Titel Adobe ein.⁷⁴ Sie hat Mitte Juli, nach einem Monat, netto (nach Abzug von Steuern und Kosten, u) erlöst:⁷⁵

[72] (Bitte umblättern!)

⁷⁴ Kurs Nummer vier (Juli), nebenbei, weist eine S -Ratio größer eins aus, da dieser Kurs gegenüber Kurs Nummer zwei (Juni) recht beachtlich gestiegen ist, um 3,57 Prozent. Kurse fünf und sechs steigen ebenfalls signifikant. Endkurs sieben sinkt zwar, jedoch nicht in einem solchen Ausmaß, welches die S -Ratio unter den Schwellenwert eins gedrückt hätte, so dass ein neues Kaufsignal entstanden wäre.

⁷⁵ Ein interessanter Seiteneffekt hierbei ist, dass die Sicherheitsrücklage $\mathcal{V} = sv$ in Höhe von 2.323,70 Dollar den „Nachteil“ durch zu zahlende Steuern und Kosten, $c = [d \times \frac{P=\$146,16}{P=\$137,52} - d]u$, überkompensiert: $\mathcal{V} - c = \$2.323,70 - \$1.748,97 = \$574,73$.

$$\left[d \times \frac{P=\$146,16}{P=\$137,52} - d \right] \times [1 - u] + s \times v = [\$97.676,30 \times 1,062827 - \$97.676,30] \times [1 - 0,285 = 0,715] + [\$100.000 \times 0,023237 = \$2.323,70] = \$6.711,46.$$

Dies entspricht, bezogen auf s , einem Plus von 6,71 Prozent. Weil die S -Anlegerin zusätzlich zur Sicherheitsrücklage „kostenlose“ Put-Optionen mit Strikepreis (K) gleich erwartetem Worst-Case-Kurs ($E[P^-]$) hält, war – ist – ihr Portfolio abermals von Beginn an perfekt risikolos. In Opposition hierzu sind die kostenpflichtigen Puts des klassisch-orthodoxen Gegenanlegers mit $K = P = \$137,52$ wertlos verfallen. Der Kurs Adobes ist ja gestiegen.

Bleibt die Frage: Warum dann selbst im F -Modell 6,24 Dollar für eine Call-Option? Allerdings: *S -Investoren brauchen diesen Preis rationalerweise eben nicht zu zahlen.* Wie schon im Fall des Puts zu 3,12 Dollar. Im Fall des Puts erwies es sich als ausreichend, sukzessive eine Sicherheitsrücklage zu bilden, um den kritischen Kursbereich zwischen $E[P^0]$ (134,25 Dollar) und $E[P^-]$ (131,06 Dollar) abzusichern. Gegen ein Sinken des Kurses des Underlyings auf null half eine Verkaufsoption mit $K = E[P^-]$. Diese ist in jedwedem Optionspreismodell (aus rechnerischen Gründen) kostenlos. In der Praxis ist eine solche Verkaufsoption (wegen des niedrigen Ausübungspreises K) sehr günstig.

Im Fall des Calls passiert nun, spiegelbildlich zum Put, exakt dasselbe. Die Verkaufsoption deckt den kritischen Kursbereich zwischen $\sqrt{P \times E[P^+]} = E[P]$ (143,99 Dollar) und $E[P^+]$ (150,76 Dollar) ab. Indes spekulieren S -Investoren im Regelfall nicht auf erwartete Endkurse, obzwar auch dies im F -Modell prinzipiell möglich ist. Das nötige Formelwerk ist vorhanden. S -Anleger interessieren sich vielmehr für die Maximalrendite M – die Potenz der Euler'schen Zahl e in Formelensemble [62]. Diese variiert in ihrer Höhe in Abhängigkeit

- der Eigenrendite \mathcal{R} des fraglichen Assets, hier Adobe, die dessen Informationsrate R angenähert wird,
- des vorherrschenden Steuersatzes und der geschätzten Börsenkosten,
- der Zahl der Zukunftsperioden n sowie
- der Größenordnung der Kontrapunktschar, die dem Fugenthema beigestellt wird.

Die *S*-Beispielanlegerin stellte dem Thema der Fuge, Adobes (end-)monatlicher Kurshistorie, genau einen Kontrapunkt, „Mitte des Monats“, bei. Eins ist die Minimalzahl Antworten (Gegenstimmen), mit der eine Fuge im Rahmen der Kontrapunkttechnik überhaupt gebildet werden kann. In Kapitel 5 war gezeigt worden, dass bereits die Installation einer solchen *Minimalfuge* ausreicht, den Rendite-Cashflow relativ zur Nichtfuge signifikant zu erhöhen. Da die *S*-Fuge-Investorin dem Fugenthema genau einen Kontrapunkt beigelegt hat, konnte sie, unter der Annahme einer Titel-typischen (gewöhnlichen) Volatilität Adobes zwischen t und $t + n$, ex ante mit einer kumulierten Endrendite von $E[r]$ rechnen: 4,70 Prozent, [62c]. Kalkulation [72] zeigt indessen, dass $E[r]$ stets nur ein Richtwert sein kann. Die *S*-Anlegerin hätte real 6,71 Prozent mit Adobe erzielt.

Der Punkt ist nun, dass es für *S*-Fuge-Investoren wenig rational erscheint, für Versicherungs-Dienstleistungen wie Puts und Calls zu zahlen, deren Vorzüge sie sich prinzipiell auch selbst, aus eigener Kraft – „umsonst“ – beibringen könnten. Im vorliegenden Fall hätte die *S*-Anlegerin $E[r^+]$ erreichen können statt $E[r]$. Das heißt 9,62 Prozent, [62a], wiederum ein Richtwert. Dazu hätte sie lediglich die Zahl der Kontrapunkte erhöhen müssen.

Nun ist der Callpreis von 6,24 Dollar rechnerisch-konzeptionell unmittelbar assoziiert mit der fraglichen Spanne zwischen $E[r]$ und $E[r^+]$ (respektive $E[P]$ und $E[P^+]$). Doch diese Differenz ist allein schon durch Vergrößerung der Kontrapunktschar zu erreichen. Dies unabhängig vom Endkurs der Aktie. Einzige Bedingung: Es muss handelsübliche Volatilität (im Kurs des Underlyings) vorhanden sein. Diese treibt im *F*-Modell die Rendite, nicht das Risiko. Sind Volatilität und Risiko in einem Finanzmodell indes nicht dasselbe, können *klassische* Finanzoptionen in ebendiesem Modell keinen Wert haben. In der Orthodoxie sind Optionen der Preis des Risikos, und das Risiko ist der Preis der Rendite. Ist das bewusste Risiko allerdings gar nicht vorhanden – oder präziser: in Wahrheit Konstituente der (End-)Rendite –, muss der Preis einer solchen „Option“ null sein. Sie ist wertlos. Im Grunde in beiden Welten (verwirft man das Dogma „Volatilität gleich Risiko“ generell).

14 Konzept der Fuge II

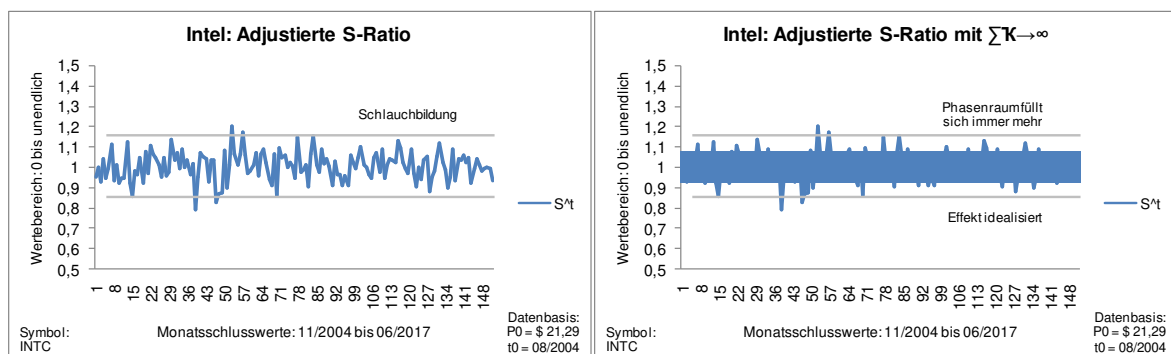
Warum nun „funktioniert“ das Konzept der Fuge? Aus Sicht des Verfassers ist der Grund so einfach wie folgenreich: *Das Konzept der Fuge generiert ein Scharmittel, wo sonst nur ein Zeitmittel wäre.* Und zwar in Bezug auf die adjustierte zweite F -Ratio, S^t . – Nun, was bedeutet dies?

Man kann einen Spielwürfel oder eine Münze n -mal hintereinander werfen und die Ergebnisse mitteln (für gewöhnlich gilt: $n \gg 1$; im Folgenden Hufschmid, 2006, Kap. 12; Hanslmeier, 2014, S. 86). Dies ist das sogenannte Zeitmittel. Alternativ kann man n Personen bitten, gleichzeitig einen Würfel oder eine Münze zu werfen. Mittelt man hier die Ergebnisse, erhält man das sogenannte Schar- oder Ensemblemittel. Zeit- und Scharmittel sind Erwartungswerte. Ersterer Erwartungswert bezieht sich auf den Zeitablauf, letzterer auf die Ausnutzung des Raumes. Ein System ist stationär, hat es im Zeitablauf stets die gleichen statistischen Eigenschaften, das heißt, bleiben Mittelwert und Standardabweichung während des gesamten Beobachtungszeitraumes gleich. Ein System ist ergodisch, fallen zusätzlich zur Stationarität das Zeit- und das Scharmittel des Systems zusammen.

Speziell Letzteres, Ergodizität, ist nicht selbstverständlich. Hinzu kommt, dass, abhängig von der Natur des Systems, neben dem Zeit- nicht notwendig immer auch ein Scharmittel überhaupt zur Verfügung steht, greifbar ist. Peters und Gell-Mann (2016) finden, dass ebendiese Schwierigkeit, das Nichtvorhandensein eines Scharmittels, *insbesondere bei Investments und Glücksspielen* der Fall ist. (Siehe auch Peters, 2011; Peters & Adamou, 2018.) Die Autoren schlagen vor, sich auf das Zeitmittel zu konzentrieren; das heißt: das *Zeit-gemittelte* Vermögenswachstum zu maximieren. Das Zeit-gemittelte Vermögenswachstum ist potenziell ein anderes als ein theoretisches, aber de facto möglicherweise gar nicht vorhandenes (und damit irrelevantes) Ensemble-gemitteltes Vermögenswachstum.

Sei jetzt ein Blick auf Darstellung 26a geworfen. Die linke Grafikhälfte ist aus Kapitel 2 bereits bekannt (vergleiche Darstellung 16, oben rechts). Sie zeigt ein Beispiel für die adjustierte S -Ratio, und zwar anhand der Aktie des US-Chipherstellers Intel. Der Kurvenverlauf wirkt im Zeitablauf eher stationär – in seinen Schwankungen relativ gleichbleibend, wenn auch nicht mechanistisch. Wollte man die Intel-Aktie im Rahmen einer Kelly-Strategie möglichst stark repetitiv bespielen (zuguns-

ten des dann typischen Zinseszinseseffektes), so stellte sich automatisch folgende Frage, die auch in Kapitel 5 (zum Konzept der Fuge) schon relevant geworden war: Wie erreicht man in annehmbarer Zeit eine hohe Transaktionszahl, ohne zugleich die Periodisierung der Kurshistorie zu reduzieren, etwa von monatlich auf börsentäglich? Es ist leicht einzusehen, dass eine Reduktion der Periodisierung desgleichen auch die im Durchschnitt pro Zeitschritt zu erwartende Rendite verringert. Eine Tagesrendite ist für gewöhnlich kleiner als eine Monatsrendite; eine Monatsrendite ist für gewöhnlich kleiner als eine Jahresrendite.



Darstellung 26a Die adjustierte zweite F -Ratio oder kurz adjustierte S -Ratio (S^t) war im Verlauf der Analyse als ein Maß für die abnormale Rendite eines Assets sowie als Informationsmaß beschrieben worden. Rechts im Bild wurde eine sehr große Zahl leicht zeitversetzter S^t -Kurven übereinander gelegt. (Kurse: www.nasdaq.com.)

Darstellung 26a, rechts, zeigt den grafischen Effekt, den die Hinzuziehung einer – hier: extrem großen – Kontrapunktschar zu einem „Thema“ hat. Im statistischen Kernbereich der S^t -Kurve bildet sich ein Block. Dieser Block entsteht, weil der Hauptkurve (der „Hauptstimme“ der Fuge) für das Beispiel eine Vielzahl Gegenkurven ($\sum \mathcal{K}$, „Gegenstimmen“) beige stellt wurde. Mit immer mehr Kurven füllt sich auch der (sogenannte) Phasenraum immer mehr, so dass der Eindruck eines soliden Blockes entsteht. Ein solcher Block bildet sich nicht, wird auf die Kontrapunktschar verzichtet; man könnte noch so viele Kurven des Typs links übereinander legen. In diesem Fall steht nur ein *Zeitmittel* zur Verfügung, auf dessen Basis eine *Schar* Akteure ihre Anlageentscheidungen treffen kann – die Hauptkurve links im Bild.

Anders die Situation, koordiniert die Schar Akteure ihre Anlageentscheidungen kontrapunktisch; oder: koordiniert ein einzelner Akteur seine Anlageentscheidungen kontrapunktisch. Darstellung 26b gibt eine Idee von einem solchen Vorgang. Seien die t endmonatliche Zeitschritte, und liege n , die Zahl der Gegenstimmen

(\mathcal{K}), bei fünf. Die zeitliche Staffelung der Kontrapunktschar ($\Sigma \mathcal{K}$) mag lauten: 5., 10., 15., 20. und 25. des Folgemonats. Ist einer dieser Tage einmal kein Börsen- tag, wird ersatzweise einfach der letztmögliche Handelstag davor genommen. P ist wie gehabt der Wertpapierkurs. „ $P \neq P$ “ soll nur verdeutlichen, dass der individuel- le Kontrapunkt nach vorn zeitversetzte Wertpapierkurse verarbeitet; das heißt: andere als das Fugenthema. Natürlich können Themen- und Kontrapunktkurs ge- legentlich auch zufällig zusammenfallen. (μ ist im Übrigen der griechische Buch- stabe „My“, in den Wissenschaften häufig verwendet, um Mittelwerte zu kenn- zeichnen.)

Fuge								
Zeitpunkt	Thema	Adjustierte zweite F -Ratio (S^t) des Wertpapiere <i>s</i> i						Scharmittel
		Realisierung (\mathcal{T})	Kontrapunktschar					
			$\mathcal{K}_{1,P \neq P}$	$\mathcal{K}_{2,P \neq P}$	$\mathcal{K}_{3,P \neq P}$	\cdots	$\mathcal{K}_{n,P \neq P}$	
t_0	P_{t_0}	keine						
t_1	P_{t_1}	keine						
t_2	P_{t_2}	keine						
t_3	P_{t_3}	$S_{\mathcal{T}}^{t_3}$	$S_{\mathcal{K}_{1,P \neq P}}^{t_3}$	$S_{\mathcal{K}_{2,P \neq P}}^{t_3}$	$S_{\mathcal{K}_{3,P \neq P}}^{t_3}$	\cdots	$S_{\mathcal{K}_{n,P \neq P}}^{t_3}$	$\mu_{S_{\mathcal{T}+\sum \mathcal{K}}^{t_3}}$
t_4	P_{t_4}	$S_{\mathcal{T}}^{t_4}$	$S_{\mathcal{K}_{1,P \neq P}}^{t_4}$	$S_{\mathcal{K}_{2,P \neq P}}^{t_4}$	$S_{\mathcal{K}_{3,P \neq P}}^{t_4}$	\cdots	$S_{\mathcal{K}_{n,P \neq P}}^{t_4}$	$\mu_{S_{\mathcal{T}+\sum \mathcal{K}}^{t_4}}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
T	P_T	$S_{\mathcal{T}}^T$	$S_{\mathcal{K}_{1,P \neq P}}^T$	$S_{\mathcal{K}_{2,P \neq P}}^T$	$S_{\mathcal{K}_{3,P \neq P}}^T$	\cdots	$S_{\mathcal{K}_{n,P \neq P}}^T$	$\mu_{S_{\mathcal{T}+\sum \mathcal{K}}^T}$
Zeitmittel		$\mu_{S_{\mathcal{T}}^{t_3 \cdots T}}$	$\mu_{S_{\mathcal{K}_{1,P \neq P}}^{t_3 \cdots T}}$	$\mu_{S_{\mathcal{K}_{2,P \neq P}}^{t_3 \cdots T}}$	$\mu_{S_{\mathcal{K}_{3,P \neq P}}^{t_3 \cdots T}}$	\cdots	$\mu_{S_{\mathcal{K}_{n,P \neq P}}^{t_3 \cdots T}}$	$\mu_{S_{\mathcal{T}+\sum \mathcal{K}}^{t_3 \cdots T}} = \mu_{S_{\mathcal{T}+\sum \mathcal{K}}^{t_3 \cdots T}}$

Darstellung 26b Die Kontrapunktmatrix einer Fuge im F -Modell. S -Fuge-Investoren gewinnen eine Vielzahl Ein- und Ausstiegsmöglichkeiten in Wertpapiere, ohne dazu die Periodisierung der Kurshis- torie reduzieren zu müssen.

Liege T nun für das Beispiel bei ($t_3 + 5 =$) acht. Dann liegen, bis $T + 1$ eintritt, 36 Realisierungen S^t vor. Diese Realisierungen lassen sich nach der Zeit sowie in Bezug auf die räumliche Ausdehnung mitteln. Alle (horizontalen) \mathcal{K} -Realisie- rungen liegen zwischen zwei konsekutiven Zeitschritten t . Es lässt sich also, wenn auch induziert durch einen Kunstgriff – die Fugen- und Kontrapunkttechnik –, von (Quasi-)Gleichzeitigkeit sprechen. Es entstehen sechs Zeit- und sechs Scharmit- tel. Aus diesen jeweils sechs Zeit- und Scharmitteln lässt sich wiederum jeweils ein Zeit- und ein Scharmittel bilden. Letztere zwei Zentralwerte, in der Matrix unten rechts zu sehen, sind exakt gleich. Das System ist ergodisch.

Darstellung 26c reproduziert das Prinzip mit fiktiven Zahlen, die in der Größenordnung typisch für den Finanzmarkt sind. Der S -Fuge-Effekt tritt indes ebenso und gerade dann ein, verwendet man reale S^t -Werte (etwa, wie oben, die von Intel). Der „ S -Fuge-Effekt“ ist einfach ausgedrückt ein *akzelerierter Zinseszinsseffekt*. Er entsteht durch die Schaffung und Ausnutzung eines (sei es so genannt) polyphosphonisch-ergodischen (Börsenkurs-)Systems. Auch Anwendungen des Prinzips respektive des F -Modells im Ganzen außerhalb der Finanzwirtschaft sind denkbar. Etwa in der Medizin, soll – als Beispiel – bei bestimmten Skalenwerten einem Patienten eine Medikation gegeben, erhöht, reduziert oder entzogen werden.⁷⁶ Bezieht sich das Fugenthema auf den Preisbildungsprozess eines Finanztitels, ist der Zinseszinsseffekt unabhängig von einer bestimmten Entwicklung des zugrunde liegenden Assets. Dies, wie gehabt, solange Börsen-typische Volatilität vorhanden ist; oder präziser: solange die (adjustierte) S -Ratio um den Wert eins schwankt.

Matrix-Darstellung 26c visualisiert farblich die Anlageentscheidungen einer fiktiven Investorin. Die Dame *kauft* beziehungsweise *kauft nach* bei $S^t < 1$, Farbe Grün, und *verkauft* bei $S^t > 1$, Farbe Rot. Nachkäufe finden statt, sofern gilt: $S^t < S^{t-1} < 1$. Es entsteht eine Transaktionen-Trajektorie – von links nach rechts, von oben nach unten. Man kann auch sagen, die Anlageentscheidungen verlaufen „Z-förmig“. Diese Anlagestrategie liegt auch schon den bisherigen Überlegungen der Masterarbeit zugrunde, etwa (Praxistest-)Kapitel 12. Läge, anders als hier, nur ein Zeitmittel vor, das heißt eine Nichtfuge, lautete die Transaktionen-Trajektorie ein-

⁷⁶ Es ist ebenso vorstellbar – wieder anderes Thema –, mittels des F -Formelwerkes eine geschlossene Primzahlformel ersinnen zu wollen. Oder zumindest das Fortschreibungsgesetz der Primzahlen, sofern eines existiert, was wahrscheinlich ist, besser verstehen zu wollen. Da Primzahlen allezeit steigen und niemals fluktuieren (außer in Bezug auf die Größe der Lücke zwischen zwei Primzahlen), konvergiert die S -Ratio der Primzahlen, anders als diejenige fairer Börsenrenditen, nicht eindeutig gegen eins, so dass das $E[\delta]$ einer Primzahl (F s erwartete Steigung) relativ zum $E[\delta]$ einer Finanzrendite problematischer zu ermitteln ist. Die „Prognose“ einer beliebigen konsekutiven Primzahl gestaltet sich insofern, obwohl der Zahlbildungsprozess hier deterministisch ist (beziehungsweise zu sein scheint), schwieriger als die Prognose fairer und damit (mehr oder weniger) zufälliger konsekutiver Wertpapierrenditen. (Aus Sicht des Verfassers ist insbesondere ein Zusammenhang zwischen dem F -Modell der Primzahlen und dem F -Modell der natürlichen Zahlen denkbar.) Ein weiteres, nicht minder spannendes Forschungsfeld, mit dem man das F -Modell möglicherweise verknüpfen könnte, sind die sogenannten Lichtkurven. Eine Lichtkurve stellt grafisch eine Beziehung zwischen der Stärke der Lichtaussendung eines astronomischen Objektes und dem Zeitverlauf her. Aus dieser Beziehung lassen sich Rückschlüsse auf die Charakteristika des Himmelsobjektes selbst ziehen. Ein weiterer interessanter alternativer Anwendungsbereich des F -Modells mag in der Erforschung von (quantifizierten, Bild-unterstützten) Hirnprozessen liegen. – Die F -Theorie bietet wahrlich mannigfaltige Möglichkeiten, sich den Kopf zu zerbrechen. Drei bekannte zeitgenössische Primzahlforscher sind Terence Tao (geboren 1975), Ben Green (geboren 1977) und Yitang „Tom“ Zhang (geboren 1955). Vergleiche Green und Tao (2008, 2010) sowie Zhang (2014). Siehe einführend zu Lichtkurven etwa Sterken und Jaschek (2005) sowie zum Stand der Hirnforschung Singer (2007).

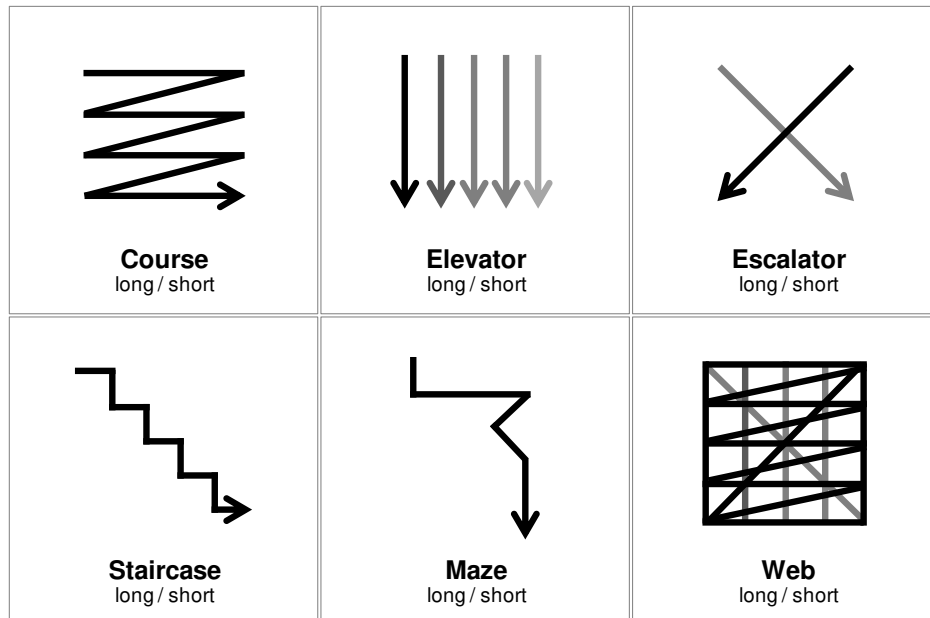
fach: „von oben nach unten“. Interessant ist, dass das Fugenkonzept mehr als nur eine (die Z-förmige) Handelsstrategie zulässt. Darstellung 26d gewährt einen Überblick über die auf der Hand liegenden, wichtigsten Strategien. (Die Z-förmige Strategie sei von nun an *Course* genannt.)

Fuge								
Zeitpunkt	Thema	Adjustierte zweite F -Ratio (S^t) des Wertpapiere <i>s</i> i						Scharmittel
		Realisie- rung (\mathcal{T})	Kontrapunktschar					
			$\mathcal{K}_{1,P \neq P}$	$\mathcal{K}_{2,P \neq P}$	$\mathcal{K}_{3,P \neq P}$	$\mathcal{K}_{4,P \neq P}$	$\mathcal{K}_{5,P \neq P}$	
t_0	P_{t_0}	keine						
t_1	P_{t_1}	keine						
t_2	P_{t_2}	keine						
t_3	P_{t_3}	1.0541	1.0181	1.0328	1.0607	0.9737	0.9839	1.0205
t_4	P_{t_4}	1.0258	0.9615	0.9598	0.9780	0.9814	1.0278	0.9890
t_5	P_{t_5}	1.0157	1.0048	0.9480	0.9396	1.0089	1.1384	1.0092
t_6	P_{t_6}	0.9856	0.9835	1.0398	0.9725	1.0692	1.0365	1.0145
t_7	P_{t_7}	0.9992	0.8791	0.9596	0.9394	1.0215	0.9782	0.9628
T	P_T	0.9147	0.9677	1.1168	1.0871	1.0273	1.0834	1.0328
Zeitmittel		0.9992	0.9691	1.0095	0.9962	1.0137	1.0414	1.0048

Darstellung 26c Ein Beispiel für „Z-förmig“ getroffene Anlageentscheidungen, das heißt: von links nach rechts, von oben nach unten. Die Farbe Grün kennzeichnet Zeitpunkte für (Nach-)Käufe von Wertpapieren, die Farbe Rot für Verkäufe.

Alle Strategien können sowohl *long* als auch *short* angesetzt werden. (Short-Strategien haben fallende Kurse im Blick, Long-Strategien steigende Kurse.) Im Rahmen der Strategie *Maze* agieren Investoren auf der Grundlage von Wahrscheinlichkeits-Schwellen, beispielsweise „ $p \geq \bar{p}$ “ oder (willkürlich) „ $p \geq \frac{2}{3}$ “. Rational-objektive Wahrscheinlichkeiten (p) können im F -Modell durch Formelensemble [37] (Kapitel 4) ermittelt werden. Der Wert p gibt präzise gesagt die Wahrscheinlichkeit wieder, mit der die adjustierte S -Ratio beim Übergang von t zu $t + 1$ zum Skalenmittelwert eins zurückkehrt (wobei die Eins verfehlt werden kann – und meist wird); \bar{p} ist der Durchschnittswert des Assets i im Zeitablauf. Der Durchschnittswert „ \bar{p} “ aller 25 in der vorliegenden Masterarbeit untersuchten US-Großaktien konvergiert (verblüffend genau und mit wenig Varianz) gegen den

Wert fünf Achtel – 62,5 Prozent.⁷⁷ Die Strategie *Web* nutzt diverse Strategien *simultan*. Im Grenzfall bleibt dabei nicht eine Beobachtung ungenutzt, und diverse Beobachtungen werden mehrmalig genutzt.



Darstellung 26d Im *F*-Modell ist eine Vielzahl Handelsstrategien denkbar, nicht lediglich die „Z-förmige“ Strategie *Course*. Die Strategie *Web* ist eine Kombinationsstrategie. „Short“ bedeutet die Möglichkeit eines Setzens auf fallende Kurse. Im Portfoliozusammenhang ist vorstellbar, aber kein Muss, die individuellen Assets *unterschiedlichen* Strategieregimen zu unterwerfen, um die Korrelation der Portfoliotitel untereinander zu minimieren.

⁷⁷ Dies hat folgende, (im Grunde) sehr interessante Bewandtnis. Anhand des dem Praxistest-Kapitel 12 zugrunde liegenden Kursdatensatzes lassen sich relative Häufigkeiten in Bezug auf die adjustierte *S*-Ratio ermitteln. Es liegen Renditedaten 25 repräsentativer (weil hoch liquider Groß-)Aktien vor. Im Mittel jeweils rund 150 Beobachtungen. Da der Praxistest einen Kontrapunkt beinhaltete, lässt sich von insgesamt $\sim 25 \times 150 \times 2 = 7.500$ Beobachtungen ausgehen. Dies ist eine akzeptable Stichprobengröße für erste stochastische Schlüsse. Es lassen sich relative Häufigkeiten bilden. Diese gehen (im Limit) definitionsgemäß gegen die theoretische, „echte“ Wahrscheinlichkeit. Die durchschnittliche relative Häufigkeit, dass die adjustierte *S*-Ratio in $t + 1$ zum Mittel- und Idealwert „eins“ zurückkehrt, sofern sie hiervon zum Zeitpunkt t abgewichen war, liegt deshalb bei $\frac{5}{8} \times 100 = 62,5\%$, weil dieser Wert exakt dem Zentralwert entspricht zwischen zwei weiteren hier wesentlichen relativen Häufigkeiten, nämlich $\frac{3}{4} \times 100 = 75\%$ und $\frac{1}{2} \times 100 = 50\%$. 50 Prozent lautet die relative Häufigkeit, dass gilt: $S_{i,t}^t < 1 \Rightarrow S_{i,t+1}^{t+1} > 1$ respektive $S_{i,t}^t > 1 \Rightarrow S_{i,t+1}^{t+1} < 1$. In 75 Prozent der Fälle dagegen tritt ein, dass ein Wert $S_{i,t}^t < 1$ (oder $S_{i,t}^t > 1$) beim Übergang von t zu $t + 1$ zumindest steigt (fällt), aber nicht notwendig auf größer (kleiner) eins. Ergo: Die Wahrscheinlichkeit, dass die adjustierte *S*-Ratio zwischen t und $t + 1$ *genau* zur „Eins“ zurückkehrt, geht gegen fünf Achtel oder 62,5 Prozent. Möchte man statt des Durchschnittswertes die genaue Wahrscheinlichkeit für ein bestimmtes t wissen, so ist auf das $p_{i,t}$ gemäß Formelensemble [37] zurückzugreifen. Es liefert den individuellen Wert. – Je volatiler sich nun ein Finanztitel i historisch zeigt, so dass auch dessen „ p “ im Mittel hoch rangiert, und je größer gleichzeitig seine erwartete geometrische Rendite ausfällt, desto höher wird auch das in das fragliche Wertpapier investierte Kapital verzinst werden. Der Kreis schließt sich, Professor Henry Latané und Dr. John Kelly hatten recht: Es ist das erwartete geometrische Mittel zu maximieren. In der langen Frist dominiert (wegen des Gesetzes der großen Zahlen) keine andere Strategie, insbesondere „Markowitz-Roy“ nicht. Von nun an sollte vielleicht hinzugefügt werden: *sofern zusätzlich die Volatilität maximiert wird*. Dies auszusprechen trauten sich selbst Kelly und Latané (noch) nicht (oder später Edward Thorp und Thomas Cover, eher schon David Luenberger, jedoch auch dieser nicht konsequent).

15 Fazit

Die vorliegende Masterarbeit stellte es sich zur Aufgabe, ein Finanz-, Risiko- und Investitionsmodell theoretisch zu beschreiben, in dem

- (1) die erwartete geometrische Rendite nicht zwingend gleich ist der aktuellen geometrischen Rendite, in dem
- (2) die Volatilität nicht das Risiko riskanter Anlagen ist und in dem
- (3) ein rascher Zinseszinsseffekt gesucht ist.

Die Forschungsfrage war, da epistemologisch gesehen kein formelles Problem, im Rahmen eines

(Haupt- und Unter-)Zielsystems formeller Teilprobleme

bearbeitet worden. Dies auf der Basis einer spezifischen Ausgangsbeobachtung das geometrische Mittel betreffend:

Konsekutive geometrische Renditen fair (ordnungsgemäß) an Börsen gehandelter Assets stellen sich ex post nahezu allezeit als ungleich heraus.

Der Verfasser schlug zwei Konsequenzen vor, die aus dieser Beobachtung, die täglich am Finanzmarkt zu machen ist, zu ziehen seien:

- (A) $E[G_{i,t+1}] \neq G_{i,t}$ dominiert $E[G_{i,t+1}] = G_{i,t}$. Wie lautet dann $E[G]$? Wann gilt $E[G] = G$?
- (B) Da offenbar Volatilität in G , ist diese im Rahmen einer Konträrstrategie („*Buy low, sell high.*“) nutzbar? Falls ja, wie?

Im Zentrum des vom Masteranden präsentierten Formelwerkes stand – steht – die erwartete geometrische Rendite:

$$[\text{F1a}] \quad E[G_{i,t+n}] = \frac{1}{n} \left\{ \left[F_{i,t} = \frac{\sum_{i=1}^t G_i}{t} \right] \times E[\delta_{i,t+1}]^n \times [t+n] - \sum_{i=1}^t G_i \right\}, n \geq 1.$$

Dabei ist

- F die (der Theorie ihren Namen gebende) „faire geometrische Rendite“,
- $E[\delta]$ ist die erwartete (das heißt: zu schätzende) Steigung F s, und

- n ist die Zahl der interessierenden Zeitschritte ab t , dem aktuellen Zeitpunkt.

Formel [F1a] lässt sich nach $E[\delta]$ umstellen. Da dies eine Gleichung mit zwei Unbekannten ($E[\delta]$ und $E[G]$) bleibt,

$$[F2] \quad E[\delta_{i,t+1}] = \sqrt[n]{t \frac{\left\{ \frac{E[G_{i,t+n}]^n}{\sum_{i=1}^t G_i} + 1 \right\}}{t+n}},$$

ist der Ausdruck weiter zu manipulieren. Theoretisch gut begründen ließ sich folgende Lösung (die weiter verfeinert werden kann, manchmal: muss, um bessere Schätzungen zu erzielen; vergleiche Kapitel 7):

$$[F3] \quad E[\delta_{i,t+1}] = \sqrt[n]{t \frac{\left[\left\{ G_{i,t}^{t+n} \times \left[\frac{G_{i,t}}{F_{i,t}} \right]^n \right\}^{\frac{1}{t+n}} \times n \right]}{\sum_{i=1}^t G_i} + 1}{t+n}}.$$

Diese Formelversion hat den Vorteil – die interessante Eigenschaft –, dass aus ihr

$$E[\delta] = 1$$

folgt, gilt zum aktuellen Zeitpunkt t „ $G = F$ “. Ist Letzteres nicht der Fall (gilt in t also „ $G \neq F$ “), resultiert

$$E[\delta] \neq 1.$$

Aus Fall eins, $E[\delta] = 1$, folgt für [F1a] $E[G] = G$, aus Fall zwei, $E[\delta] \neq 1$, $E[G] \neq G$.

Man kann nun fragen, ob [F1a] überhaupt die „richtige“ Formel für das erwartete geometrische Renditemittel ist. Doch ebendies ist der Fall. Die Ex-post-Stellung der (Ex-ante-)Formel zeigt es (P sind Kurse, r Periodenrenditen):

[F1b]

$$E[G_{i,t+n}] = \frac{1}{n} \left\{ \left[F_{i,t} = \frac{\sum_{i=1}^t G_i}{t} \right] \times E[\delta_{i,t+1}]^n \times [t+n] - \sum_{i=1}^t G_i \right\} = \sqrt[n]{\frac{P_{i,t+n}}{P_{i,t0}}} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{t+n} r_i}.$$

Natürlich gilt, wird die Formel *ex ante* eingesetzt, retrospektiv mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit $E[\delta_{i,t+1}] \neq \delta_{i,t+1}$ (die Schätzung war also falsch). Die Zukunft bleibt ja unsicher. Und mit ihr $E[\delta]$. Der Punkt ist jedoch ein anderer.

Die tatsächliche Steigung F s, $E[\delta]$, ist ex post stets der fehlende – bisher verborgene – Faktor, der

$$G_{i,t} = \sqrt[t]{\frac{P_{i,t}}{P_{i,t0}}} = \sqrt[t]{\prod_{t1}^t r_i} = g_{i,t},$$

die geometrische Rendite (G) und das geometrische Mittel (g), rechnerisch richtig werden lässt. Der Faktor ist dann und nur dann gleich eins (beziehungsweise entfällt), gilt in t „ $G = g = F$ “. Andernfalls ist er ungleich eins – und, für die Zukunft, der einzige Hinweis auf

Variabilität im Kurs,

wird eine Kurshistorie geometrisch (und nicht etwa arithmetisch oder harmonisch) gemittelt. Schließlich gilt ja (Missiakoulis et al., 2007):

$$P_{i,t1} \cdots P_{i,t-1} \notin G_{i,t} = \sqrt[t]{\frac{P_{i,t}}{P_{i,t0}}} = \sqrt[t]{\prod_{t1}^t r_i} = g_{i,t}.$$

Das heißt, die Mittelglieder zwischen (Startkurs) $P_{i,t0}$ und (aktuellem Kurs) $P_{i,t}$ fließen nicht in die Berechnung des geometrischen Renditemittels ein. Auch nicht indirekt als Produkt der zwischenzeitlich angefallenen Periodenrenditen im geometrischen Mittel. Die Informationen, die in die Kurs-Zwischenglieder inkorporiert sind – im Kern: Informationen darüber, wie volatil sich der fragliche Finanztitel im Beobachtungszeitraum zeigte –, gehen verloren.

Formel [F1a] lindert, wenn nicht heilt, dieses Problem.⁷⁸

Wie lässt sich die fragliche Kursvariabilität nun im Rahmen einer konträren Wertpapierstrategie nutzen? – Kurz gesagt:

„durch sukzessiv-repetitives günstiges Kaufen und teures Verkaufen“,

wie es in Kapitel 12 hieß. Doch wann ist ein Asset vergleichsweise günstig und wann teuer? Der grafischen Kursentwicklung, sie mag spektakulär gut oder schlecht, das heißt mit einem Trend behaftet sein, ist dies nicht anzusehen. Allen-

⁷⁸ Es lassen sich, nebenbei bemerkt, jetzt auch präzisere Aussagen zur (erwarteten) Standardabweichung $s = \sqrt{V}$ mit V als Varianz machen. Da ex post gilt $G \cong A - V/2$, lässt sich ex ante konstruieren (durch Bringen A s auf die linke Seite der Gleichung und Multiplizieren beider Seiten mit -2): $E[s] \cong \sqrt{2E[A] - 2E[G]}$. Die erwartete arithmetische Rendite $E[A]$ lässt sich hierzu, ist $E[G]$ ermittelt, leicht aus $E[P]$ ableiten.

falls im Nachhinein. In der Einleitung hieß es hierzu sowie zu einem Lösungsansatz:

[D]er Assetpreis kennt (wie die Kosmonautin im All, falls der etwas schrullige Vergleich erlaubt ist) kein Oben und kein Unten. Wenigstens ex ante nicht. Nur Renditen und von Renditen abgeleitete Metriken kennen ein Oben und ein Unten, ein Teuer und ein Billig. Der Grund: In Opposition zum Börsenkurs besitzen Renditen und Renditemetriken einen (vergleichsweise oder vollendet) konstanten Mittelwert, zu dem sie, unter Schwankungen freilich, immer wieder zurückkehren (sogenannte Mittelwert-Reversion). Das bedeutet im Umkehrschluss: Es erscheint derjenige erwartete Assetpreis in $t + 1$ fair, der mit dem bewussten Mittelwert direkt rechnerisch assoziiert ist. – Welche andere Schätzung sollte warum die bessere sein?

Auf der Grundlage dieser Einsicht über Kurse und Renditen löste der Verfasser zunächst das Problem der zeitpunktbezogenen Wertrelativierung des Assetpreises. Dies in zwei Schritten:

1. Finde Renditemetrik mit Grenzwert eins und überführe Konvergenzprozess (gegen eins) in Mittelwert-reversiven Prozess mit Zentral- und Rückkehrwert eins.
2. Realisiere, dass nunmehr duale Wahl nach Shannon (1948) vorliegt sowie indirekt-simultan: ein Maß für die abnormale Rendite eines Assets gemessen an einer objektiven, fairen Rendite – derjenigen, die mit Zentral- und Rückkehrwert eins direkt rechnerisch assoziiert ist.

Im Anschluss hieran war es (in der Tat) möglich beziehungsweise angezeigt, informations- und F -theoretische Erwägungen zusammenzuführen. Dies gelang nach folgendem Muster:

3. Finde F -Theorie-eigene Äquivalente für Shannons berühmte Informationsfluss-Formel $R = H[x] - H_y[x] = H[y] - H_x[y]$.
4. Ersetze, um Term $\{H[x] - H_y[x]\}$, die Kanalkapazität $C = R$, zu maximieren, den Shannon'schen Kodierungsgedanken, der an der Börse nicht umsetzbar ist, durch geeignete Ersatzoperation.

In drei weiteren Schritten galt es nun, die bisherigen Befunde mit „Kelly-Latané“ zu vereinigen, dem Portfolio- und Gewinnspielansatz, in dessen Zentrum das geometrische Renditemittel steht:

5. Realisiere, dass gilt $G_{max} = R$ (Kelly, 1956) und dass das Asset oder Portfolio mit $G_{max} > G$ stets – wirkt das Gesetz der großen Zahlen, was nur in Ensembles und ergodischen Systemen der Fall ist (Peters & Gell-Mann, 2016) – superior ist (Latané, 1956, 1957, 1959).
6. Stelle Shannons (nicht minder berühmte) Informationsentropie-Formel $H = -[p \log_2 p + q \log_2 q]$ nach der Bewegungswahrscheinlichkeit p um oder finde Approximation.
7. Bringe Bewegungswahrscheinlichkeit und erwartete geometrische Rendite, Formel [F1a], in einen gedanklichen Zusammenhang und realisiere Potenzial für modernes Portfoliomanagement.

Ein letzter Schritt lautete:

8. Definiere Kriterium, welches die Bruchteilshöhe reguliert, die Anlegerinnen und Anleger vom Freivermögen, einer Fraktion des Gesamtvermögens, in jeden einzelnen Wertpapieran- und -nachkauf einbringen sollten, so dass im zeitlichen Mittel rund die Hälfte des Freivermögens investiert und die andere Hälfte gegen eventuelle schwere Schocks geschützt, das heißt desinvestiert ist.

Die den Mittelwert-reversiven Prozess mit Zentral- und Rückkehrwert eins initiiierende Rechenoperation ist die „adjustierte zweite F -Ratio“ oder kurz „adjustierte S -Ratio“,

$$[F4] \quad S_{i,t}^t = \left[\frac{\frac{G_{i,t}}{F_{i,t}}}{\frac{G_{i,t-1}}{F_{i,t-1}}} \right]^t.$$

Das Maß sowie eine darauf aufbauende Anlagestrategie, die S -Strategie, wurden in Kapitel 2 beschrieben.

$S^t < 1$ ist im F -Modell das Kauf- beziehungsweise Nachkaufsignal (Letzteres: sofern $S^t < 1|P^-$), $S^t > 1$ das Verkaufssignal.

Die Prozedur des (Nach-)Kaufens und Verkaufens kann theoretisch ewiglich (präzise: solange Asset i existiert) fortgesetzt werden. Kommt es zur sofortigen Wiederanlage von Handelsgewinnen und -verlusten, hat dies den gewünschten Zinsseszinsseffekt zur Folge.

Wie die erwartete geometrische Rendite beinhaltet auch die adjustierte S -Ratio Term „ F “, die faire geometrische Rendite (oder technisch: das arithmetische Mittel einer Sequenz geometrischer Mittel).

Das Konzept der fairen geometrischen Rendite ist das Verbindungsglied zwischen Theoriestrang (A), der die erwartete geometrische Rendite sucht, und Theoriestrang (B), der das Stück Variabilität, das in der geometrischen Rendite steckt, zur Vermögensmaximierung nutzen möchte.

Aus der adjustierten zweiten F -Ratio, Formel [F4], leitet sich das gesamte weitere Formelwerk ab. Dazu gehören insbesondere die mathematischen Entsprechungen zum Shannon-Modell. Im Vordergrund steht dabei das Gegenstück zur „Äquivokation“, $H_y[x]$, da – äußerlich simpel, aber vor Kelly (1956) unentdeckt – gilt:

$$1 + \{-H_y[x]\} = C = R = G_{max}.$$

Die Entsprechung zur Äquivokation ist im Rahmen der Theorie der fairen geometrischen Rendite die „mittlere dritte F -Ratio“. In Kapitel 4 ließ sich festhalten:

$$[F5] \quad \hat{S}_{i,t} = \frac{\sum[S_{i,t,u}=S_{i,t}^t < 1] + \sum[S_{i,t,d}=1/S_{i,t}^t > 1]}{m} \stackrel{\text{def}}{=} -[p \log_2 p + q \log_2 q] = H_y[x].$$

Hierbei ist

- S die „dritte F -Ratio“,
- S^t die „adjustierte zweite F -Ratio“,
- m die Gesamtzahl der Beobachtungen,
- p die Wahrscheinlichkeit der korrekten Übertragung der Dualzeichen im Shannon-Kanal sowie
- $q = 1 - p$ die Gegenwahrscheinlichkeit.

Claude Shannons *Äquivokation* ist auf den Punkt gebracht „die Ex-post-Unsicherheit am Orte des Empfängers darüber, ob die Nullen und Einsen, die, vom Sender geschickt, empfangen werden, auch als Nullen und Einsen gesendet wurden – und nicht etwa ein Mal so und ein Mal so“, wie es in Kapitel 4 hieß. In Kapitel 9 wurde zur Legitimation der *mittleren dritten F -Ratio* als Ersatz ausgeführt:

Diese Größe ist die optimale Kandidatin als Entsprechung für die Äquivokation, da sie – wie die Äquivokation – die langfristig-durchschnittliche Abweichung vom Idealwert „eins“ misst.

Bei Shannon entspricht eins 1,0 Bit pro Dualzeichen – einer perfekt freien Wahl. Im F -Modell ist eins gleichbedeutend mit $S = S^t = 1$. Auch hier ist der Ausgang des nächsten Wahlganges vollständig ungewiss. Sowohl $H_y[x]$ als auch $\hat{S}_{i,t}$ bewegt sich im Intervall $[0; 1]$. Dies jeweils mit überproportionaler Tendenz zum Wert eins. Beide Maße sind also nichtlinear.

Addiert man nun, wie John Kelly es tat, eine Eins zur Äquivokation – oder hier: mittleren dritten F -Ratio –, hat man den fundamentalen Term $C = R = G_{max}$ bereits gefunden, und es stellt sich die Frage:

Wie ist dieser Wert zu maximieren, sofern, wie im Falle von Börsennotierungen, Kodierung technisch nicht möglich oder potenziell illegal (und damit moralisch ungewollt) ist?

Der Verfasser schlug zur Lösung dieses Problems das der Musiktheorie entlehnte

Konzept der Fuge

vor. In der Einleitung hieß es dazu sinngemäß: „Warum nicht die Kurshistorie des Assets i als Thema (Quelle, Hauptstimme) einer Fuge sehen – und die adjustierte zweite F -Ratio, S^t , als Realisierung?“ Und weiter (desgleichen sinngemäß):

Die „Chorstimmen“ entsprechen in diesem Szenario ebenfalls der adjustierten zweiten F -Ratio, jedoch auf Basis leicht zeitversetzter Börsenkurse. Als vorletzter Schritt ist die Stärke des „Chors“ festzulegen, die Stärke der hier sogenannten Kontrapunktschar, und als letzter Schritt: die zeitliche Taktung der Fuge. Letzteres bedeutet, dass die Frage zu beantworten ist: Terminlich wann zwischen t und $t + 1$, etwa monatlichen Zeitschritten, sollen die „Gegenstimmen“, die S^t -Realisierungen, einsetzen?

In Kapitel 5 konnte anhand einer (wenn auch fürs Erste kleinen) Beispielrechnung gezeigt werden, dass bereits die Installation einer *Minimalfuge* – Thema plus ein einziger Kontrapunkt – den Rendite-Cashflow einer *Nichtfuge mit identischem Umschichtungsrythmus* signifikant positiv übersteigt.

Technisch gesprochen wird durch das Ansetzen der Fuge die (im Schriftverlauf sogenannte) Eigenrendite \mathcal{R} eines Assets dessen Informationsrate R meismöglich angenähert. Zwischen der Größe der Kontrapunktschar, $\sum \mathcal{K}$, und $C = R = G_{max}$ war vom Verfasser ein *quadratisch-konkaver Zusammenhang*, eben Eigenrendite \mathcal{R} , angenommen worden. Dies zu verifizieren oder zu widerlegen bedarf indes der separaten Anschlussforschung.

In Kapitel 14 kam es überdies zu einigen theoretischen Schlussfolgerungen *zur Wirksamkeit* (im Investmentsinn) des Fugenkonzeptes. Im Kern war argumentiert worden, das Konzept der Fuge wandle ein Zeitmittel, hier jenes der adjustierten zweiten F -Ratio, in ein (polyphonisch-)ergodisches System mit korrespondierendem Scharmittel; die Technik begründe auf diese Weise, bei sofortiger Wiederveranlagung von Kursgewinnen und -verlusten, einen „akzelerierten Zinseszinsseffekt“. Auch dieser Gedanke benötigt, wie zuvor schon, konsequente Validierungsforschung.

Wie sieht es nun (vergleiche obige Punkte 6. bis 8.) mit

- Bewegungswahrscheinlichkeiten (der adjustierten S -Ratio),
- der Bedeutung der Befunde für das moderne Portfoliomanagement sowie
- einem Kapital-Bruchteilskriterium

aus? Nun, zur *mittleren* Bewegungswahrscheinlichkeit „ \bar{p} “ S^t s ergab sich, dass diese „verblüffend genau und mit wenig Varianz“, wie in Kapitel 14 gesagt wurde, gegen

fünf Achtel beziehungsweise 62,5 Prozent

konvergiert. Dieser Wert resultierte sowohl aus der Bildung relativer Häufigkeiten als auch aus Formelensemble [37], Kapitel 4. Formelensemble [37] approximiert die *individuelle* Bewegungswahrscheinlichkeit „ p “ S^t s beim Übergang von Zeitpunkt t zu $t + 1$. Auch hier lässt sich, durch Mittelung, ein \bar{p} generieren. Das Testsample umfasste rund 7.500 Beobachtungen (25 US-Großaktien betreffend) und war vom Verfasser (aufgrund der nicht geringen Zahl) als vergleichsweise repräsentativ eingeschätzt worden. In Fußnote 77, Kapitel 14, hieß es zur Erklärung des Befundes:

Die durchschnittliche relative Häufigkeit, dass die adjustierte S -Ratio in $t + 1$ zum Mittel- und Idealwert „eins“ zurückkehrt, sofern sie hiervon zum Zeitpunkt t abgewichen war, liegt deshalb bei $\frac{5}{8} \times 100 = 62,5\%$, weil dieser Wert exakt dem Zentralwert entspricht zwischen zwei weiteren hier wesentlichen relativen Häufigkeiten, nämlich $\frac{3}{4} \times 100 = 75\%$ und $\frac{1}{2} \times 100 = 50\%$. 50 Prozent lautet die relative Häufigkeit, dass gilt: $S_{i,t}^t < 1 \Rightarrow S_{i,t+1}^{t+1} > 1$ respektive $S_{i,t}^t > 1 \Rightarrow S_{i,t+1}^{t+1} < 1$. In 75 Prozent der Fälle dagegen tritt ein, dass ein Wert $S_{i,t}^t < 1$ (oder $S_{i,t}^t > 1$) beim Übergang von t zu $t + 1$ zumindest steigt (fällt), aber nicht notwendig auf größer (kleiner) eins. Ergo: Die Wahrscheinlichkeit, dass die adjustierte S -Ratio zwischen t und

$t + 1$ genau zur „Eins“ zurückkehrt, geht gegen fünf Achtel oder 62,5 Prozent. Möchte man statt des Durchschnittswertes die genaue Wahrscheinlichkeit für ein bestimmtes t wissen, so ist auf das $p_{i,t}$ gemäß Formelensemble [37] zurückzugreifen. Es liefert den individuellen Wert.

Und zur Bedeutung für die Geldanlage war (ebendort) ausgeführt worden:

Je volatil sich nun ein Finanztitel i historisch zeigt, so dass auch dessen „ p “ im Mittel hoch rangiert, und je größer gleichzeitig seine erwartete geometrische Rendite ausfällt, desto höher wird auch das in das fragliche Wertpapier investierte Kapital verzinst werden. Der Kreis schließt sich, Professor Henry Latané und Dr. John Kelly hatten recht: Es ist das erwartete geometrische Mittel zu maximieren. In der langen Frist dominiert (wegen des Gesetzes der großen Zahlen) keine andere Strategie, insbesondere „Markowitz-Roy“ nicht. Von nun an sollte vielleicht hinzugefügt werden: *sofern zusätzlich die Volatilität maximiert wird.*

Drei potenziell fundamentale Beiträge des F -Modells zum modernen Portfoliomanagement einschließlich „Kelly-Latané“ liegen anders gesagt darin, plausible Angaben machen zu können

- zur erwarteten (und nicht lediglich gemittelten) geometrischen Rendite,
- zu Bewegungswahrscheinlichkeiten des Renditeprozesses sowie
- zur Nutzung der charakteristischen Kursschwankungen an fairen Märkten zur Vermögensmaximierung.

Wie hoch sollte „das in das fragliche Wertpapier investierte Kapital“ (siehe Zitat oben) also ausfallen? Bei repetitiven *Spiele*n ist das Kelly-Kriterium $l = [pb - qa]/b$ mit b und $a < b < 1$ als Rückflussszenarien superior. Doch die Kelly-Regel berücksichtigt von sich aus keinen *Portfolio- oder gar Fugenkontext*, und sie ist stets gleich p , geht a gegen null, was die F -Theorie für faire, volatile Kapitalmärkte annimmt (vergleiche zur Begründung Kapitel 13). Der Masterand schlug aus diesen Gründen ein eigenes Kriterium vor, das „ S -Kriterium“ (s):

$$[F6] \quad s = \frac{W}{m \times n \times [\sum \mathcal{K} + 1] \times \left[p = 1 - \frac{5/8 - 1}{3/4 - 6} \right]}.$$

Dabei ist

- W das Freivermögen,
- m die Gesamtzahl der potenziell interessierenden Assets,

- n der vorläufige Anlagehorizont, das heißt die Gesamtzahl der zunächst angedachten Perioden (Beispiel: $T - t = n = 12$ für zwölf Monate),
- $\sum \mathcal{K}$ die Summe der Kontrapunkte und
- p eine Wahrscheinlichkeits-Approximation (die auch anders gewählt werden kann) dafür, dass Term $mn[\sum \mathcal{K} + 1]$ eintritt.

In Kapitel 12, dem zentralen Praxistest des F -Modells der vorliegenden Masterarbeit (anhand von 25 US-Bluechip-Aktien der Börsenjahre 2015 und 2016), zeigte sich, dass $p = 1 - \frac{5/8}{3/4} = \frac{1}{6}$ eine gute Wahl ist. Es ließ sich in Kapitel 12 (sinngemäß) festhalten:

Die mittlere Inanspruchnahme des Freivermögens lag in beiden Testjahren zu einem beliebigen Zeitpunkt bei rund 50 Prozent (respektive rund der Hälfte der Zeit). Dies ist intuitiv der optimale, richtige Wert: *vom Freivermögen nicht zu viel und nicht zu wenig*.

Das Gesamtfazit der Arbeit lässt sich mit der Nennung dreier weiterer fundamentaler Bearbeitungs- und Erkenntnisschritte – vergleiche obige Punktaufzählung 1. bis 8. – abschließen:

9. Realisiere, dass, wenn Quell-Entropie $H[x]$, hier Volatilität, minus unerwünschter Unsicherheit, das heißt Äquivokation $H_y[x]$, „ $C = R = G_{max}$ “ konstituiert, Volatilität nicht das Risiko riskanter Anlagen sein kann. Umgekehrt ist in diesem Fall die *Abwesenheit oder Reduktion* von Volatilität (Quell-Entropie) – das heißt: Monotonie – das Risiko riskanter Anlagen.
10. Realisiere, dass *ein Stück* Rauschen $H_x[y]$, hier abnormale Rendite, phasenweise realwirtschaftlich gewünscht sein kann, um entweder bei Überrendite disruptive Projekte finanzierbar werden zu lassen oder bei Unterrendite Anpassungsbedarf an neue Gegebenheiten, Umwälzungen anzuzeigen. (Werden diese Potenziale indes nicht zeitnah genutzt, etwa durch Kombination beider Extreme, kann es sehr wohl zu Schäden kommen.)
11. Realisiere, dass die im Rahmen des F -Modells präsentierte Anlagestrategie dann *perfekt Downside-risikolos* ist, wird einem riskanten Wertpapier eine Put-Option mit solchem Ausübungspreis beigestellt, der den Putpreis null werden lässt, und wird die Spanne zwischen aktuellem Wertpapierkurs und Ausübungspreis der Option durch Einbehalten von Mitteln (das heißt: Nichtinvestition in den riskanten Finanztitel) autonom versichert.

Tabellarischer Anhang 1: Aktien-Accounts Jahr 2016 (Bezug: Kapitel 12)

Symbol: ACN		Accenture plc.					2016	
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain	
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$		
Transactions								
12/31/2015	957	104.50	100,000.00	107.07	03/15/2016	102,459.33	7.79%	
01/15/2016	1007	99.27	100,000.00	107.07	03/15/2016	107,857.36		
02/12/2016	1056	94.70	100,000.00	107.07	03/15/2016	113,062.30		
	3020		300,000.00			323,378.99		
03/15/2016	-3020		-300,000.00			-300,000.00		
	0		0.00			23,378.99		
04/29/2016	886	112.92	100,000.00	118.97	05/31/2016	105,357.78	5.36%	
	886		100,000.00			105,357.78		
05/31/2016	-886		-100,000.00			-100,000.00		
	0		0.00			5,357.78		
06/30/2016	883	113.29	100,000.00	115.00	08/31/2016	101,509.40	1.73%	
07/29/2016	886	112.81	100,000.00	115.00	08/31/2016	101,941.32		
	1769		200,000.00			203,450.72		
08/31/2016	-1769		-200,000.00			-200,000.00		
	0		0.00			3,450.72		
09/15/2016	903	110.72	100,000.00	122.17	09/30/2016	110,341.40	10.34%	
	903		100,000.00			110,341.40		
09/30/2016	-903		-100,000.00			-100,000.00		
	0		0.00			10,341.40		
10/31/2016	860	116.24	100,000.00	119.43	11/30/2016	102,744.32	2.86%	
11/15/2016	862	115.99	100,000.00	119.43	11/30/2016	102,965.77		
	1722		200,000.00			205,710.10		
11/30/2016	-1722		-200,000.00			-200,000.00		
	0		0.00			5,710.10		
Final Settlement of Year								
						US\$	Total Net Gain	
Realized gains						23,378.99		
						5,357.78		
						3,450.72		
						10,341.40		
						5,710.10		
Dividends	04/13/2016	\$1.10	0			0.00		
	10/19/2016	\$1.21	0			0.00		
Number of transactions	14							
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,400.00		
Taxable income						46,838.98		
Income tax approximation	-28.4%					-13,302.27		
Realized net gain						33,536.71		
Current book gain						0.00		
Number of transactions	0							
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00		
Purchase value of inventory						0.00		
Net account value						33,536.71		

Symbol: ATVI		Activision Blizzard, Inc.					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
01/15/2016	2865	34.91	100,000.00	32.48	03/15/2016	93,039.24	0.61%
01/29/2016	2872	34.82	100,000.00	32.48	03/15/2016	93,279.72	
02/12/2016	3556	28.12	100,000.00	32.48	03/15/2016	115,504.98	
03/15/2016	9293		300,000.00			301,823.95	
	-9293		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			1,823.95	
06/15/2016	2609	38.33	100,000.00	42.20	07/15/2016	110,096.53	10.10%
07/15/2016	2609		100,000.00			110,096.53	
	-2609		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			10,096.53	
08/15/2016	2411	41.48	100,000.00	41.37	08/31/2016	99,734.81	-0.27%
08/31/2016	2411		100,000.00			99,734.81	
	-2411		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			-265.19	
10/14/2016	2289	43.69	100,000.00	36.99	12/15/2016	84,664.68	-8.15%
10/31/2016	2316	43.17	100,000.00	36.99	12/15/2016	85,684.50	
11/15/2016	2595	38.53	100,000.00	36.99	12/15/2016	96,003.11	
11/30/2016	2731	36.61	100,000.00	36.99	12/15/2016	101,037.97	
	9932		400,000.00			367,390.27	
	9932		400,000.00			367,390.27	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						1,823.95	
						10,096.53	
						-265.19	
Dividends	03/28/2016	\$0.26	0			0.00	
Number of transactions	8						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-800.00	
Taxable income						10,855.29	
Income tax approximation	-28.4%					-3,082.90	
Realized net gain						7,772.39	
Current book gain						-32,609.73	
Number of transactions	4						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-400.00	
Purchase value of inventory						400,000.00	
Net account value						374,762.66	-6.31%

Symbol: ADBE		Adobe Systems Incorporated					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
01/15/2016	1121	89.17	100,000.00	86.83	03/15/2016	97,375.80	2.68%
01/29/2016	1122	89.13	100,000.00	86.83	03/15/2016	97,419.50	
02/12/2016	1304	76.67	100,000.00	86.83	03/15/2016	113,251.60	
	3548		300,000.00			308,046.90	
03/15/2016	-3548		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			8,046.90	
04/29/2016	1061	94.22	100,000.00	95.97	05/13/2016	101,857.36	1.86%
	1061		100,000.00			101,857.36	
05/13/2016	-1061		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			1,857.36	
06/30/2016	1044	95.79	100,000.00	97.83	07/15/2016	102,129.66	2.13%
	1044		100,000.00			102,129.66	
07/15/2016	-1044		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			2,129.66	
09/15/2016	1004	99.62	100,000.00	108.54	09/30/2016	108,954.03	8.95%
	1004		100,000.00			108,954.03	
09/30/2016	-1004		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			8,954.03	
10/31/2016	930	107.51	100,000.00	105.10	12/15/2016	97,758.35	0.46%
11/15/2016	965	103.66	100,000.00	105.10	12/15/2016	101,389.16	
11/30/2016	973	102.81	100,000.00	105.10	12/15/2016	102,227.41	
	2868		300,000.00			301,374.91	
12/15/2016	-2868		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			1,374.91	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						8,046.90	
						1,857.36	
						2,129.66	
						8,954.03	
						1,374.91	
Dividends						0.00	
Number of transactions						14	
Cost approximation						\$100.00	
Taxable income						per transaction	
						-1,400.00	
						20,962.85	
Income tax approximation						-28.4%	
Realized net gain						-5,953.45	
						15,009.40	
Current book gain						0.00	
Number of transactions						0	
Cost approximation						\$100.00	
Purchase value of inventory						per transaction	
Net account value						0.00	
						0.00	
						15,009.40	

Symbol: GOOGL		Alphabet Inc. (formerly Google Inc.)					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
01/15/2016	141	710.49	100,000.00	750.57	03/15/2016	105,641.18	5.91%
02/12/2016	141	706.89	100,000.00	750.57	03/15/2016	106,179.18	
03/15/2016	282		200,000.00			211,820.36	
	-282		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			11,820.36	
04/29/2016	141	707.88	100,000.00	748.85	05/31/2016	105,787.70	5.79%
05/31/2016	141		100,000.00			105,787.70	
	-141		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			5,787.70	
06/30/2016	142	703.53	100,000.00	735.63	07/15/2016	104,562.71	4.56%
07/15/2016	142		100,000.00			104,562.71	
	-142		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			4,562.71	
09/15/2016	125	801.23	100,000.00	804.06	09/30/2016	100,353.21	0.35%
09/30/2016	125		100,000.00			100,353.21	
	-125		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			353.21	
11/15/2016	129	775.16	100,000.00	815.65	12/15/2016	105,223.44	5.22%
12/15/2016	129		100,000.00			105,223.44	
	-129		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			5,223.44	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						11,820.36	
						5,787.70	
						4,562.71	
						353.21	
						5,223.44	
Dividends	none					0.00	
Number of transactions	11						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,100.00	
Taxable income						26,647.41	
Income tax approximation	-28.4%					-7,567.86	
Realized net gain						19,079.55	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						19,079.55	

Symbol: AMZN		Amazon.com, Inc.					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2015	148	675.89	100,000.00	577.02	03/15/2016	85,371.88	0.12%
01/15/2016	175	570.18	100,000.00	577.02	03/15/2016	101,199.62	
02/12/2016	197	507.08	100,000.00	577.02	03/15/2016	113,792.70	
	521		300,000.00			300,364.20	
03/15/2016	-521		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			364.20	6.24%
06/15/2016	140	714.26	100,000.00	758.81	07/29/2016	106,237.22	
	140		100,000.00			106,237.22	
07/29/2016	-140		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			6,237.22	
08/31/2016	130	769.16	100,000.00	837.31	09/30/2016	108,860.32	8.86%
	130		100,000.00			108,860.32	
09/30/2016	-130		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			8,860.32	
10/31/2016	127	789.82	100,000.00	761.00	12/15/2016	96,351.07	
11/15/2016	135	743.24	100,000.00	761.00	12/15/2016	102,389.54	
	261		200,000.00			198,740.61	
	261		200,000.00			198,740.61	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						364.20	
						6,237.22	
						8,860.32	
Dividends						0.00	
Number of transactions						8	
Cost approximation						\$100.00 per transaction	
Taxable income						-800.00	
						14,661.74	
Income tax approximation						-28.4%	
Realized net gain						-4,163.93	
						10,497.80	
Current book gain						-1,259.39	4.52%
Number of transactions						2	
Cost approximation						\$100.00 per transaction	
Purchase value of inventory						-200.00	
Net account value						200,000.00	
						209,038.41	

Symbol: AAPL		Apple Inc.					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2015	950	105.26	100,000.00	104.58	03/15/2016	99,353.98	6.10%
01/15/2016	1030	97.13	100,000.00	104.58	03/15/2016	107,670.13	
02/12/2016	1064	93.99	100,000.00	104.58	03/15/2016	111,267.16	
	3044		300,000.00			318,291.27	
03/15/2016	-3044		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			18,291.27	
04/29/2016	1067	93.74	100,000.00	99.86	05/31/2016	106,528.70	8.42%
05/13/2016	1105	90.52	100,000.00	99.86	05/31/2016	110,318.16	
	2172		200,000.00			216,846.86	
05/31/2016	-2172		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			16,846.86	
06/30/2016	1046	95.60	100,000.00	98.78	07/15/2016	103,326.36	3.33%
	1046		100,000.00			103,326.36	
07/15/2016	-1046		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			3,326.36	
11/15/2016	934	107.11	100,000.00	115.82	12/15/2016	108,131.83	8.13%
	934		100,000.00			108,131.83	
12/15/2016	-934		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			8,131.83	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						18,291.27	
						16,846.86	
						3,326.36	
						8,131.83	
Dividends	02/04/2016	\$0.52	1980			1,029.38	
	05/05/2016	\$0.57	1067			608.06	
	08/04/2016	\$0.57	0			0.00	
	11/03/2016	\$0.57	0			0.00	
Number of transactions	11						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,100.00	
Taxable income						47,133.76	
Income tax approximation	-28.4%					-13,385.99	
Realized net gain						33,747.77	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						33,747.77	

Symbol: BRKB		Berkshire Hathaway Inc.					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2015	757	132.04	100,000.00	128.07	02/12/2016	96,993.34	-0.74%
01/15/2016	793	126.14	100,000.00	128.07	02/12/2016	101,530.05	
	1550		200,000.00			198,523.38	
02/12/2016	-1550		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			-1,476.62	
05/13/2016	707	141.40	100,000.00	144.79	06/30/2016	102,397.45	2.84%
05/31/2016	712	140.54	100,000.00	144.79	06/30/2016	103,024.05	
06/15/2016	712	140.45	100,000.00	144.79	06/30/2016	103,090.07	
	2131		300,000.00			308,511.57	
06/30/2016	-2131		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			8,511.57	2.43%
07/29/2016	693	144.27	100,000.00	147.78	08/15/2016	102,432.94	
	693		100,000.00			102,432.94	
08/15/2016	-693		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			2,432.94	
09/15/2016	682	146.66	100,000.00	157.46	11/15/2016	107,363.97	8.52%
09/30/2016	692	144.47	100,000.00	157.46	11/15/2016	108,991.49	
10/14/2016	694	144.18	100,000.00	157.46	11/15/2016	109,210.71	
	2068		300,000.00			325,566.17	
11/15/2016	-2068		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			25,566.17	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						-1,476.62	
						8,511.57	
						2,432.94	
						25,566.17	
Dividends	none					0.00	
Number of transactions	13						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,300.00	
Taxable income						33,734.06	
Income tax approximation	-28.4%					-9,580.47	
Realized net gain						24,153.59	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						24,153.59	

Symbol: CELG		Celgene Corporation					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
01/15/2016	970	103.06	100,000.00	107.34	04/15/2016	104,152.92	6.90%
01/29/2016	997	100.32	100,000.00	107.34	04/15/2016	106,997.61	
03/15/2016	1021	97.98	100,000.00	107.34	04/15/2016	109,552.97	
	2988		300,000.00			320,703.50	
04/15/2016	-2988		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			20,703.50	
05/13/2016	998	100.16	100,000.00	105.52	05/31/2016	105,351.44	5.35%
	998		100,000.00			105,351.44	
05/31/2016	-998		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			5,351.44	
06/15/2016	1000	99.98	100,000.00	102.85	07/15/2016	102,870.57	3.57%
06/30/2016	1014	98.63	100,000.00	102.85	07/15/2016	104,278.62	
	2014		200,000.00			207,149.19	
07/15/2016	-2014		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			7,149.19	
08/31/2016	937	106.74	100,000.00	120.91	11/15/2016	113,275.25	17.23%
09/30/2016	957	104.53	100,000.00	120.91	11/15/2016	115,670.14	
10/14/2016	1015	98.50	100,000.00	120.91	11/15/2016	122,751.27	
	2909		300,000.00			351,696.66	
11/15/2016	-2909		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			51,696.66	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						20,703.50	
						5,351.44	
						7,149.19	
						51,696.66	
Dividends	none					0.00	
Number of transactions	13						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,300.00	
Taxable income						83,600.79	
Income tax approximation	-28.4%					-23,742.62	
Realized net gain						59,858.16	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						59,858.16	

Symbol: KO		Coca-Cola Company (The)					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
01/15/2016	2410	41.50	100,000.00	43.11	02/12/2016	103,879.52	3.88%
	2410		100,000.00			103,879.52	
02/12/2016	-2410		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			3,879.52	
04/29/2016	2232	44.80	100,000.00	45.33	06/30/2016	101,183.04	1.41%
05/31/2016	2242	44.60	100,000.00	45.33	06/30/2016	101,636.77	
	4474		200,000.00			202,819.81	
06/30/2016	-4474		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			2,819.81	
07/29/2016	2292	43.63	100,000.00	41.55	12/15/2016	95,232.64	-1.41%
08/31/2016	2303	43.43	100,000.00	41.55	12/15/2016	95,671.20	
09/15/2016	2361	42.36	100,000.00	41.55	12/15/2016	98,087.82	
09/30/2016	2363	42.32	100,000.00	41.55	12/15/2016	98,180.53	
10/14/2016	2400	41.67	100,000.00	41.55	12/15/2016	99,712.02	
11/15/2016	2413	41.44	100,000.00	41.55	12/15/2016	100,265.44	
11/30/2016	2478	40.35	100,000.00	41.55	12/15/2016	102,973.98	
	16609		700,000.00			690,123.63	
	16609		700,000.00			690,123.63	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						3,879.52	
						2,819.81	
Dividends						0.00	
	03/11/2016	\$0.35	0			0.00	
	06/13/2016	\$0.35	4474			1,566.00	
	09/13/2016	\$0.35	4595			1,608.09	
	11/29/2016	\$0.35	14131			4,945.91	
Number of transactions	5						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-500.00	
Taxable income						14,319.33	
Income tax approximation	-28.4%					-4,066.69	
Realized net gain						10,252.64	
Current book gain						-9,876.37	
Number of transactions	7						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-700.00	
Purchase value of inventory						700,000.00	
Net account value						699,676.27	-0.05%

Symbol: LLY		Eli Lilly and Company					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
01/15/2016	1231	81.24	100,000.00	75.53	04/15/2016	92,971.44	0.11%
01/29/2016	1264	79.10	100,000.00	75.53	04/15/2016	95,486.73	
02/12/2016	1403	71.27	100,000.00	75.53	04/15/2016	105,977.27	
03/15/2016	1404	71.24	100,000.00	75.53	04/15/2016	106,021.90	
	5302		400,000.00			400,457.34	
04/15/2016	-5302		-400,000.00			-400,000.00	5.90%
	0		0.00			457.34	
05/31/2016	1333	75.03	100,000.00	78.75	06/30/2016	104,958.02	
06/15/2016	1357	73.71	100,000.00	78.75	06/30/2016	106,837.61	
	2689		200,000.00			211,795.62	1.61%
06/30/2016	-2689		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			11,795.62	
08/15/2016	1246	80.26	100,000.00	80.26	09/30/2016	100,000.00	
08/31/2016	1286	77.75	100,000.00	80.26	09/30/2016	103,228.30	-2.33%
	2532		200,000.00			203,228.30	
09/30/2016	-2532		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			3,228.30	
10/14/2016	1262	79.27	100,000.00	71.37	12/15/2016	90,034.06	-2.33%
10/31/2016	1354	73.84	100,000.00	71.37	12/15/2016	96,654.93	
11/30/2016	1490	67.12	100,000.00	71.37	12/15/2016	106,331.94	
	4106		300,000.00			293,020.93	
	4106		300,000.00			293,020.93	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						457.34	
						11,795.62	
						3,228.30	
Dividends						1,272.52	
						0.00	
02/10/2016						\$0.51	
05/11/2016						\$0.51	
08/11/2016						\$0.51	
11/10/2016						\$0.51	
						2616	
Number of transactions						11	
Cost approximation						\$100.00 per transaction	
Taxable income						-1,100.00	
						16,987.83	
Income tax approximation						-28.4%	
Realized net gain						-4,824.54	
						12,163.29	
Current book gain						-6,979.07	1.63%
Number of transactions						3	
Cost approximation						\$100.00 per transaction	
Purchase value of inventory						-300.00	
Net account value						300,000.00	
						304,884.22	

Symbol: EXPE		Expedia, Inc.					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2015	805	124.30	100,000.00	104.11	02/29/2016	83,757.04	-3.96%
01/15/2016	973	102.76	100,000.00	104.11	02/29/2016	101,313.74	
01/29/2016	990	101.04	100,000.00	104.11	02/29/2016	103,038.40	
	2767		300,000.00			288,109.18	
02/29/2016	-2767		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			-11,890.82	
04/15/2016	916	109.16	100,000.00	115.77	04/29/2016	106,055.33	6.06%
	916		100,000.00			106,055.33	
04/29/2016	-916		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			6,055.33	
05/31/2016	899	111.24	100,000.00	114.62	07/15/2016	103,038.48	6.45%
06/15/2016	958	104.34	100,000.00	114.62	07/15/2016	109,852.41	
	1857		200,000.00			212,890.88	
07/15/2016	-1857		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			12,890.88	
08/15/2016	855	116.90	100,000.00	116.72	09/30/2016	99,846.02	3.41%
08/31/2016	916	109.12	100,000.00	116.72	09/30/2016	106,964.81	
	1772		200,000.00			206,810.83	
09/30/2016	-1772		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			6,810.83	
11/30/2016	806	124.05	100,000.00	116.96	12/15/2016	94,284.56	-2.86%
12/15/2016	855	116.96	100,000.00	116.96	12/15/2016	100,000.00	
	1661		200,000.00			194,284.56	
	1661		200,000.00			194,284.56	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						-11,890.82	
						6,055.33	
						12,890.88	
						6,810.83	
Dividends	03/08/2016	\$0.24	0			0.00	
	05/24/2016	\$0.24	0			0.00	
	08/23/2016	\$0.26	855			222.41	
	11/15/2016	\$0.26	0			0.00	
Number of transactions	12						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,200.00	
Taxable income						12,888.64	
Income tax approximation	-28.4%					-3,660.37	
Realized net gain						9,228.26	
Current book gain						-5,715.44	
Number of transactions	2						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-200.00	
Purchase value of inventory						200,000.00	
Net account value						203,312.83	1.66%

Symbol: FB		Facebook, Inc.					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2015	955	104.66	100,000.00	112.21	01/29/2016	107,213.84	12.68%
01/15/2016	1053	94.97	100,000.00	112.21	01/29/2016	118,153.10	
	2008		200,000.00			225,366.94	
01/29/2016	-2008		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			25,366.94	
02/29/2016	935	106.92	100,000.00	110.67	03/15/2016	103,507.30	3.51%
	935		100,000.00			103,507.30	
03/15/2016	-935		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			3,507.30	
04/15/2016	912	109.64	100,000.00	119.81	05/13/2016	109,275.81	9.28%
	912		100,000.00			109,275.81	
05/13/2016	-912		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			9,275.81	
05/31/2016	842	118.81	100,000.00	123.94	07/29/2016	104,317.82	6.97%
06/15/2016	873	114.60	100,000.00	123.94	07/29/2016	108,150.09	
06/30/2016	875	114.28	100,000.00	123.94	07/29/2016	108,452.92	
	2589		300,000.00			320,920.83	
07/29/2016	-2589		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			20,920.83	
08/31/2016	793	126.12	100,000.00	120.57	12/15/2016	95,599.43	-0.76%
11/15/2016	853	117.20	100,000.00	120.57	12/15/2016	102,875.43	
	1646		200,000.00			198,474.86	
	1646		200,000.00			198,474.86	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						25,366.94	
						3,507.30	
						9,275.81	
						20,920.83	
Dividends						0.00	
Number of transactions							
Cost approximation						-1,100.00	
Taxable income						57,970.87	
Income tax approximation						-16,463.73	
Realized net gain						41,507.14	
Current book gain						-1,525.14	
Number of transactions							
Cost approximation						-200.00	
Purchase value of inventory						200,000.00	
Net account value						239,782.00	19.89%

Symbol: GS		Goldman Sachs Group, Inc. (The)					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2015	555	180.23	100,000.00	152.03	03/15/2016	84,353.33	-4.64%
01/15/2016	643	155.61	100,000.00	152.03	03/15/2016	97,699.38	
02/12/2016	684	146.13	100,000.00	152.03	03/15/2016	104,037.50	
	1882		300,000.00			286,090.20	
03/15/2016	-1882		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			-13,909.80	
05/13/2016	644	155.34	100,000.00	161.64	07/15/2016	104,055.62	7.32%
06/15/2016	684	146.16	100,000.00	161.64	07/15/2016	110,591.13	
	1328		200,000.00			214,646.75	
07/15/2016	-1328		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			14,646.75	
09/30/2016	620	161.27	100,000.00	170.52	10/14/2016	105,735.72	5.74%
	620		100,000.00			105,735.72	
10/14/2016	-620		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			5,735.72	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						-13,909.80	
						14,646.75	
						5,735.72	
Dividends	02/29/2016	\$0.65	1882			1,223.17	
	05/27/2016	\$0.65	1328			863.16	
	08/30/2016	\$0.65	0			0.00	
	11/29/2016	\$0.65	0			0.00	
Number of transactions	9						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-900.00	
Taxable income						7,659.01	
Income tax approximation	-28.4%					-2,175.16	
Realized net gain						5,483.85	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						5,483.85	

Symbol: INTC		Intel Corporation						2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain	
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$		
Transactions								
12/31/2015	2903	34.45	100,000.00	31.65	03/15/2016	91,872.28	2.91%	
01/15/2016	3360	29.76	100,000.00	31.65	03/15/2016	106,350.81		
02/12/2016	3492	28.64	100,000.00	31.65	03/15/2016	110,509.78		
	9755		300,000.00			308,732.86		
03/15/2016	-9755		-300,000.00			-300,000.00		
	0		0.00			8,732.86		
04/15/2016	3179	31.46	100,000.00	31.59	05/31/2016	100,413.22	3.45%	
04/29/2016	3303	30.28	100,000.00	31.59	05/31/2016	104,326.29		
05/13/2016	3343	29.91	100,000.00	31.59	05/31/2016	105,616.85		
	9825		300,000.00			310,356.36		
05/31/2016	-9825		-300,000.00			-300,000.00		
	0		0.00			10,356.36		
08/15/2016	2865	34.91	100,000.00	35.89	08/31/2016	102,807.22	2.81%	
	2865		100,000.00			102,807.22		
08/31/2016	-2865		-100,000.00			-100,000.00		
	0		0.00			2,807.22		
10/31/2016	2868	34.87	100,000.00	36.79	12/15/2016	105,506.17	5.76%	
11/30/2016	2882	34.70	100,000.00	36.79	12/15/2016	106,023.05		
	5750		200,000.00			211,529.22		
12/15/2016	-5750		-200,000.00			-200,000.00		
	0		0.00			11,529.22		
Final Settlement of Year								
						US\$	Total Net Gain	
Realized gains						8,732.86		
						10,356.36		
						2,807.22		
						11,529.22		
Dividends	02/03/2016	\$0.26	6263			1,628.37		
	05/04/2016	\$0.26	6481			1,685.10		
	08/03/2016	\$0.26	0			0.00		
	11/03/2016	\$0.26	2868			745.63		
Number of transactions	13							
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,300.00		
Taxable income						36,184.76		
Income tax approximation	-28.4%					-10,276.47		
Realized net gain						25,908.29		
Current book gain						0.00		
Number of transactions	0							
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00		
Purchase value of inventory						0.00		
Net account value						25,908.29		

Symbol: IBM		International Business Machines Corporation					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2015	727	137.62	100,000.00	131.03	02/29/2016	95,211.45	2.31%
01/15/2016	769	130.03	100,000.00	131.03	02/29/2016	100,769.05	
01/29/2016	801	124.79	100,000.00	131.03	02/29/2016	105,000.40	
02/12/2016	826	121.04	100,000.00	131.03	02/29/2016	108,253.47	
	3123		400,000.00			409,234.38	
02/29/2016	-3123		-400,000.00			-400,000.00	2.31%
	0		0.00			9,234.38	
04/29/2016	685	145.94	100,000.00	153.74	05/31/2016	105,344.66	5.34%
	685		100,000.00			105,344.66	
05/31/2016	-685		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			5,344.66	
06/30/2016	659	151.78	100,000.00	159.78	07/15/2016	105,270.79	5.27%
	659		100,000.00			105,270.79	
07/15/2016	-659		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			5,270.79	
08/31/2016	629	158.88	100,000.00	158.67	11/15/2016	99,867.82	1.94%
09/15/2016	642	155.66	100,000.00	158.67	11/15/2016	101,933.70	
10/14/2016	647	154.45	100,000.00	158.67	11/15/2016	102,732.28	
10/31/2016	651	153.69	100,000.00	158.67	11/15/2016	103,240.29	
	2570		400,000.00			407,774.09	
11/15/2016	-2570		-400,000.00			-400,000.00	1.94%
	0		0.00			7,774.09	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						9,234.38	
						5,344.66	
						5,270.79	
						7,774.09	
Dividends	02/08/2016	\$1.30	2297			2,986.15	
	05/06/2016	\$1.40	685			959.30	
	08/08/2016	\$1.40	0			0.00	
	11/08/2016	\$1.40	2570			3,597.93	
Number of transactions	14						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,400.00	
Taxable income						33,767.29	
Income tax approximation						-28.4%	-9,589.91
Realized net gain							24,177.38
Current book gain							0.00
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						24,177.38	

Symbol: JPM		J P Morgan Chase & Co					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2015	1514	66.03	100,000.00	57.49	02/12/2016	87,066.48	-6.07%
01/15/2016	1753	57.04	100,000.00	57.49	02/12/2016	100,788.92	
	3268		200,000.00			187,855.40	
02/12/2016	-3268		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			-12,144.60	
02/29/2016	1776	56.30	100,000.00	59.20	03/15/2016	105,150.98	5.15%
	1776		100,000.00			105,150.98	
03/15/2016	-1776		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			5,150.98	
05/13/2016	1634	61.20	100,000.00	65.27	05/31/2016	106,650.33	6.65%
	1634		100,000.00			106,650.33	
05/31/2016	-1634		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			6,650.33	
06/30/2016	1609	62.14	100,000.00	64.18	07/15/2016	103,282.91	3.28%
	1609		100,000.00			103,282.91	
07/15/2016	-1609		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			3,282.91	
09/30/2016	1502	66.59	100,000.00	67.52	10/14/2016	101,396.61	1.40%
	1502		100,000.00			101,396.61	
10/14/2016	-1502		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			1,396.61	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						-12,144.60	
						5,150.98	
						6,650.33	
						3,282.91	
						1,396.61	
Dividends	01/04/2016	\$0.44	1514			666.36	
	04/04/2016	\$0.44	0			0.00	
	07/01/2016	\$0.48	1609			772.45	
	10/04/2016	\$0.48	1502			720.83	
Number of transactions	11						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,100.00	
Taxable income						5,395.87	
Income tax approximation	-28.4%					-1,532.43	
Realized net gain						3,863.44	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						3,863.44	

Symbol: JNJ		Johnson & Johnson					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
01/15/2016	1031	97.00	100,000.00	104.44	01/29/2016	107,670.10	7.67%
	1031		100,000.00			107,670.10	
01/29/2016	-1031		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			7,670.10	
05/31/2016	887	112.69	100,000.00	116.41	06/15/2016	103,301.09	3.30%
	887		100,000.00			103,301.09	
06/15/2016	-887		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			3,301.09	
08/15/2016	818	122.31	100,000.00	115.89	12/15/2016	94,751.04	
08/31/2016	838	119.34	100,000.00	115.89	12/15/2016	97,109.10	
09/15/2016	843	118.63	100,000.00	115.89	12/15/2016	97,690.30	
09/30/2016	847	118.13	100,000.00	115.89	12/15/2016	98,103.78	
10/14/2016	851	117.56	100,000.00	115.89	12/15/2016	98,579.45	
10/31/2016	862	115.99	100,000.00	115.89	12/15/2016	99,913.79	
11/30/2016	898	111.30	100,000.00	115.89	12/15/2016	104,123.99	
	5956		700,000.00			690,271.45	
	5956		700,000.00			690,271.45	-1.39%
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						7,670.10	
						3,301.09	
Dividends	02/19/2016	\$0.75	0			0.00	
	05/20/2016	\$0.80	0			0.00	
	08/19/2016	\$0.80	818			654.08	
	11/18/2016	\$0.80	5058			4,046.23	
Number of transactions	4						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-400.00	
Taxable income						15,271.50	
Income tax approximation	-28.4%					-4,337.11	
Realized net gain						10,934.40	
Current book gain						-9,728.55	
Number of transactions	7						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-700.00	
Purchase value of inventory						700,000.00	
Net account value						700,505.84	0.07%

Symbol: MCD		McDonald's Corporation					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
01/15/2016	868	115.18	100,000.00	123.78	01/29/2016	107,466.57	7.47%
	868		100,000.00			107,466.57	
01/29/2016	-868		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			7,466.57	
02/29/2016	853	117.19	100,000.00	123.43	03/15/2016	105,324.69	5.32%
	853		100,000.00			105,324.69	
03/15/2016	-853		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			5,324.69	
04/29/2016	791	126.49	100,000.00	123.61	07/15/2016	97,723.14	0.57%
05/31/2016	819	122.06	100,000.00	123.61	07/15/2016	101,269.87	
06/30/2016	831	120.34	100,000.00	123.61	07/15/2016	102,717.30	
	2441		300,000.00			301,710.31	
07/15/2016	-2441		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			1,710.31	
07/29/2016	850	117.65	100,000.00	118.32	11/15/2016	100,569.49	2.85%
08/31/2016	865	115.66	100,000.00	118.32	11/15/2016	102,299.84	
09/30/2016	867	115.36	100,000.00	118.32	11/15/2016	102,565.88	
10/14/2016	877	114.09	100,000.00	118.32	11/15/2016	103,707.60	
10/31/2016	888	112.57	100,000.00	118.32	11/15/2016	105,107.93	
	4346		500,000.00			514,250.74	
11/15/2016	-4346		-500,000.00			-500,000.00	
	0		0.00			14,250.74	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						7,466.57	
						5,324.69	
						1,710.31	
						14,250.74	
Dividends	02/26/2016	\$0.89	0			0.00	
	06/02/2016	\$0.89	1610			1,432.76	
	08/30/2016	\$0.89	850			756.48	
	11/29/2016	\$0.94	0			0.00	
Number of transactions	14						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,400.00	
Taxable income						29,541.56	
Income tax approximation	-28.4%					-8,389.80	
Realized net gain						21,151.75	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						21,151.75	

Symbol: MSFT		Microsoft Corporation					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
01/15/2016	1961	50.99	100,000.00	53.59	03/15/2016	105,099.04	5.61%
02/12/2016	1980	50.50	100,000.00	53.59	03/15/2016	106,118.81	
	3941		200,000.00			211,217.85	
03/15/2016	-3941		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			11,217.85	
04/29/2016	2005	49.87	100,000.00	53.00	05/31/2016	106,276.32	6.28%
	2005		100,000.00			106,276.32	
05/31/2016	-2005		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			6,276.32	
06/15/2016	2012	49.69	100,000.00	53.70	07/15/2016	108,070.03	8.07%
	2012		100,000.00			108,070.03	
07/15/2016	-2012		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			8,070.03	
09/15/2016	1749	57.19	100,000.00	59.92	10/31/2016	104,773.56	4.77%
	1749		100,000.00			104,773.56	
10/31/2016	-1749		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			4,773.56	
11/30/2016	1659	60.26	100,000.00	62.58	12/15/2016	103,849.98	3.85%
	1659		100,000.00			103,849.98	
12/15/2016	-1659		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			3,849.98	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						11,217.85	
						6,276.32	
						8,070.03	
						4,773.56	
						3,849.98	
Dividends	02/16/2016	\$0.36	3941			1,418.89	
	05/17/2016	\$0.36	2005			721.88	
	08/16/2016	\$0.36	0			0.00	
	11/15/2016	\$0.39	0			0.00	
Number of transactions	11						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,100.00	
Taxable income						35,228.52	
Income tax approximation	-28.4%					-10,004.90	
Realized net gain						25,223.62	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						25,223.62	

Symbol: NFLX		Netflix, Inc.					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2015	874	114.38	100,000.00	97.86	03/15/2016	85,556.92	
01/15/2016	961	104.04	100,000.00	97.86	03/15/2016	94,059.98	
01/29/2016	1089	91.84	100,000.00	97.86	03/15/2016	106,554.88	
02/12/2016	1144	87.40	100,000.00	97.86	03/15/2016	111,967.96	
	4068		400,000.00			398,139.73	
03/15/2016	-4068		-400,000.00			-400,000.00	-0.47%
	0		0.00			-1,860.27	
04/29/2016	1111	90.03	100,000.00	102.57	05/31/2016	113,928.69	15.32%
05/13/2016	1138	87.88	100,000.00	102.57	05/31/2016	116,715.98	
	2249		200,000.00			230,644.67	
05/31/2016	-2249		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			30,644.67	
06/30/2016	1093	91.48	100,000.00	98.39	07/15/2016	107,553.56	7.55%
	1093		100,000.00			107,553.56	
07/15/2016	-1093		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			7,553.56	
07/29/2016	1096	91.25	100,000.00	97.45	08/31/2016	106,794.52	6.79%
	1096		100,000.00			106,794.52	
08/31/2016	-1096		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			6,794.52	
09/15/2016	1027	97.34	100,000.00	101.47	10/14/2016	104,242.86	4.24%
	1027		100,000.00			104,242.86	
10/14/2016	-1027		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			4,242.86	
11/30/2016	855	117.00	100,000.00	125.00	12/15/2016	106,837.61	6.84%
	855		100,000.00			106,837.61	
12/15/2016	-855		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			6,837.61	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						-1,860.27	
						30,644.67	
						7,553.56	
						6,794.52	
						4,242.86	
						6,837.61	
						0.00	
Dividends	none						
Number of transactions	16						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,600.00	
Taxable income						52,612.95	
Income tax approximation	-28.4%					-14,942.08	
Realized net gain						37,670.87	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						37,670.87	

Symbol: NKE		Nike, Inc.					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2015	1600	62.50	100,000.00	61.40	03/15/2016	98,240.00	4.58%
01/15/2016	1737	57.56	100,000.00	61.40	03/15/2016	106,671.30	
02/12/2016	1772	56.42	100,000.00	61.40	03/15/2016	108,826.66	
	5110		300,000.00			313,737.96	
03/15/2016	-5110		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			13,737.96	
03/31/2016	1627	61.46	100,000.00	57.87	07/15/2016	94,158.80	0.32%
04/15/2016	1681	59.50	100,000.00	57.87	07/15/2016	97,260.50	
04/29/2016	1697	58.94	100,000.00	57.87	07/15/2016	98,184.59	
05/13/2016	1745	57.31	100,000.00	57.87	07/15/2016	100,977.14	
05/31/2016	1811	55.22	100,000.00	57.87	07/15/2016	104,798.99	
06/15/2016	1841	54.31	100,000.00	57.87	07/15/2016	106,554.96	0.32%
	10402		600,000.00			601,934.99	
07/15/2016	-10402		-600,000.00			-600,000.00	
	0		0.00			1,934.99	
07/29/2016	1802	55.50	100,000.00	57.64	08/31/2016	103,855.86	3.86%
	1802		100,000.00			103,855.86	
08/31/2016	-1802		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			3,855.86	
09/15/2016	1803	55.47	100,000.00	51.29	12/15/2016	92,464.40	-0.63%
09/30/2016	1899	52.65	100,000.00	51.29	12/15/2016	97,416.90	
10/14/2016	1937	51.62	100,000.00	51.29	12/15/2016	99,360.71	
10/31/2016	1993	50.18	100,000.00	51.29	12/15/2016	102,212.04	
11/15/2016	1995	50.13	100,000.00	51.29	12/15/2016	102,313.98	
11/30/2016	1997	50.07	100,000.00	51.29	12/15/2016	102,436.59	
	11624		600,000.00			596,204.62	
12/15/2016	-11624		-600,000.00			-600,000.00	
	0		0.00			-3,795.38	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						13,737.96	
						1,934.99	
						3,855.86	
						-3,795.38	
Dividends	03/03/2016	\$0.16	5110			817.56	
	06/02/2016	\$0.16	8560			1,369.64	
	09/01/2016	\$0.16	0			0.00	
	12/01/2016	\$0.18	11624			2,092.35	
Number of transactions	20						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-2,000.00	
Taxable income						4,275.02	
Income tax approximation	-28.4%					-1,214.10	
Realized net gain						3,060.91	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						3,060.91	

Symbol: SBUX		Starbucks Corporation					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2015	1666	60.03	100,000.00	59.08	03/15/2016	98,417.46	2.01%
01/15/2016	1724	58.00	100,000.00	59.08	03/15/2016	101,862.07	
02/12/2016	1790	55.86	100,000.00	59.08	03/15/2016	105,764.41	
	5180		300,000.00			306,043.94	
03/15/2016	-5180		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			6,043.94	
04/29/2016	1778	56.23	100,000.00	57.12	06/30/2016	101,582.78	2.66%
05/13/2016	1791	55.82	100,000.00	57.12	06/30/2016	102,328.91	
05/31/2016	1822	54.89	100,000.00	57.12	06/30/2016	104,062.67	
	5392		300,000.00			307,974.37	
06/30/2016	-5392		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			7,974.37	
08/15/2016	1810	55.25	100,000.00	54.59	11/15/2016	98,805.43	1.35%
09/15/2016	1848	54.11	100,000.00	54.59	11/15/2016	100,887.08	
10/14/2016	1884	53.08	100,000.00	54.59	11/15/2016	102,844.76	
10/31/2016	1884	53.07	100,000.00	54.59	11/15/2016	102,864.14	
	7426		400,000.00			405,401.42	
11/15/2016	-7426		-400,000.00			-400,000.00	
	0		0.00			5,401.42	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						6,043.94	
						7,974.37	
						5,401.42	
Dividends	02/02/2016	\$0.20	3390			677.99	
	05/03/2016	\$0.20	1778			355.68	
	08/02/2016	\$0.20	0			0.00	
	11/15/2016	\$0.25	7426			1,856.57	
Number of transactions	13						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,300.00	
Taxable income						21,009.97	
Income tax approximation	-28.4%					-5,966.83	
Realized net gain						15,043.14	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						15,043.14	

Symbol: V		Visa Inc.					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2015	1289	77.55	100,000.00	71.91	03/15/2016	92,727.27	-1.68%
01/15/2016	1392	71.83	100,000.00	71.91	03/15/2016	100,111.37	
02/12/2016	1420	70.42	100,000.00	71.91	03/15/2016	102,115.88	
	4102		300,000.00			294,954.52	
03/15/2016	-4102		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			-5,045.48	
04/29/2016	1295	77.24	100,000.00	78.94	05/31/2016	102,200.93	2.47%
05/13/2016	1302	76.83	100,000.00	78.94	05/31/2016	102,746.32	
	2596		200,000.00			204,947.26	
05/31/2016	-2596		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			4,947.26	
06/15/2016	1279	78.17	100,000.00	78.05	07/29/2016	99,846.49	2.54%
06/30/2016	1348	74.17	100,000.00	78.05	07/29/2016	105,231.23	
	2628		200,000.00			205,077.71	
07/29/2016	-2628		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			5,077.71	
09/15/2016	1219	82.01	100,000.00	82.70	09/30/2016	100,841.36	0.84%
	1219		100,000.00			100,841.36	
09/30/2016	-1219		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			841.36	
10/14/2016	1213	82.45	100,000.00	79.50	12/15/2016	96,422.07	0.14%
11/15/2016	1273	78.57	100,000.00	79.50	12/15/2016	101,183.66	
11/30/2016	1293	77.32	100,000.00	79.50	12/15/2016	102,819.45	
	3779		300,000.00			300,425.18	
	3779		300,000.00			300,425.18	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						-5,045.48	
						4,947.26	
						5,077.71	
						841.36	
Dividends	02/17/2016	\$0.14	4102			574.24	
	05/11/2016	\$0.14	1295			181.25	
	08/17/2016	\$0.14	0			0.00	
	11/16/2016	\$0.17	2486			410.13	
Number of transactions	12						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,200.00	
Taxable income						5,786.47	
Income tax approximation	-28.4%					-1,643.36	
Realized net gain						4,143.11	
Current book gain						425.18	
Number of transactions	3						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-300.00	
Purchase value of inventory						300,000.00	
Net account value						304,268.30	1.42%

Symbol: DIS		Walt Disney Company (The)					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin			
				US\$			
Transactions							
12/31/2015	952	105.08	100,000.00	98.24	03/15/2016	93,490.67	1.96%
01/15/2016	1065	93.90	100,000.00	98.24	03/15/2016	104,621.94	
02/12/2016	1097	91.15	100,000.00	98.24	03/15/2016	107,778.39	
03/15/2016	3114		300,000.00			305,891.00	
	-3114		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			5,891.00	
04/15/2016	1014	98.59	100,000.00	103.26	04/29/2016	104,736.79	4.74%
04/29/2016	1014		100,000.00			104,736.79	
	-1014		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			4,736.79	
05/31/2016	1008	99.22	100,000.00	99.80	07/15/2016	100,584.56	1.39%
06/15/2016	1018	98.27	100,000.00	99.80	07/15/2016	101,556.93	
06/30/2016	1022	97.82	100,000.00	99.80	07/15/2016	102,024.13	
07/15/2016	3048		300,000.00			304,165.62	
	-3048		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			4,165.62	
07/29/2016	1042	95.95	100,000.00	97.70	11/15/2016	101,823.87	4.47%
08/31/2016	1059	94.46	100,000.00	97.70	11/15/2016	103,430.02	
09/15/2016	1081	92.50	100,000.00	97.70	11/15/2016	105,621.62	
10/14/2016	1095	91.30	100,000.00	97.70	11/15/2016	107,009.86	
11/15/2016	4277		400,000.00			417,885.37	
	-4277		-400,000.00			-400,000.00	
	0		0.00			17,885.37	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						5,891.00	
						4,736.79	
						4,165.62	
						17,885.37	
Dividends	07/07/2016	\$0.71	3048			2,163.90	
Number of transactions	15						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,500.00	
Taxable income						33,342.68	
Income tax approximation	-28.4%					-9,469.32	
Realized net gain						23,873.36	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						23,873.36	

Symbol: WFC		Wells Fargo & Company					2016
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2015	1840	54.36	100,000.00	49.98	03/15/2016	91,942.60	1.62%
01/15/2016	2048	48.82	100,000.00	49.98	03/15/2016	102,376.08	
02/12/2016	2114	47.31	100,000.00	49.98	03/15/2016	105,643.63	
02/29/2016	2131	46.92	100,000.00	49.98	03/15/2016	106,521.74	
	8133		400,000.00			406,484.05	
03/15/2016	-8133		-400,000.00			-400,000.00	3.59%
	0		0.00			6,484.05	
04/15/2016	2073	48.25	100,000.00	49.98	04/29/2016	103,585.49	
	2073		100,000.00			103,585.49	
04/29/2016	-2073		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			3,585.49	5.14%
05/13/2016	2073	48.24	100,000.00	50.72	05/31/2016	105,140.96	
	2073		100,000.00			105,140.96	
05/31/2016	-2073		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			5,140.96	
06/15/2016	2138	46.78	100,000.00	47.71	07/15/2016	101,988.03	1.99%
	2138		100,000.00			101,988.03	
07/15/2016	-2138		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			1,988.03	
09/15/2016	2167	46.15	100,000.00	46.01	10/31/2016	99,696.64	1.80%
09/30/2016	2258	44.28	100,000.00	46.01	10/31/2016	103,906.96	
	4425		200,000.00			203,603.60	
10/31/2016	-4425		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			3,603.60	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						6,484.05	
						3,585.49	
						5,140.96	
						1,988.03	
						3,603.60	
Dividends	02/03/2016	\$0.375	3888			1,457.97	
	05/04/2016	\$0.380	0			0.00	
	08/03/2016	\$0.380	0			0.00	
	11/02/2016	\$0.380	0			0.00	
Number of transactions	14						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,400.00	
Taxable income						20,860.10	
Income tax approximation	-28.4%					-5,924.27	
Realized net gain						14,935.83	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						14,935.83	

Tabellarischer Anhang 2: Aktien-Accounts Jahr 2015 (Bezug: Kapitel 12)

Symbol: ACN		Accenture plc.					2015	
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain	
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$		
Transactions								
01/30/2015	1190	84.03	100,000.00	89.79	02/13/2015	106,854.69	6.85%	
	1190		100,000.00			106,854.69		
02/13/2015	-1190		-100,000.00			-100,000.00		
	0		0.00			6,854.69		
03/13/2015	1138	87.87	100,000.00	93.69	03/31/2015	106,623.42	6.62%	
	1138		100,000.00			106,623.42		
03/31/2015	-1138		-100,000.00			-100,000.00		
	0		0.00			6,623.42		
04/30/2015	1079	92.65	100,000.00	97.02	05/15/2015	104,716.68	4.72%	
	1079		100,000.00			104,716.68		
05/15/2015	-1079		-100,000.00			-100,000.00		
	0		0.00			4,716.68		
06/15/2015	1044	95.79	100,000.00	99.95	07/15/2015	104,342.83	4.34%	
	1044		100,000.00			104,342.83		
07/15/2015	-1044		-100,000.00			-100,000.00		
	0		0.00			4,342.83		
08/31/2015	1061	94.27	100,000.00	98.26	09/30/2015	104,232.52	4.23%	
	1061		100,000.00			104,232.52		
09/30/2015	-1061		-100,000.00			-100,000.00		
	0		0.00			4,232.52		
11/13/2015	969	103.15	100,000.00	106.72	12/15/2015	103,460.98	3.46%	
	969		100,000.00			103,460.98		
12/15/2015	-969		-100,000.00			-100,000.00		
	0		0.00			3,460.98		
Final Settlement of Year								
						US\$	Total Net Gain	
Realized gains						6,854.69		
						6,623.42		
						4,716.68		
						4,342.83		
						4,232.52		
						3,460.98		
Dividends	04/08/2015	\$1.02	0			0.00		
	10/14/2015	\$1.10	0			0.00		
Number of transactions	12							
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,200.00		
Taxable income						29,031.13		
Income tax approximation	-28.4%					-8,244.84		
Realized net gain						20,786.29		
Current book gain						0.00		
Number of transactions	0							
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00		
Purchase value of inventory						0.00		
Net account value						20,786.29		

Symbol: ATVI		Activision Blizzard, Inc.					2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2014	4963	20.15	100,000.00	20.90	01/30/2015	103,697.27	8.17%
01/15/2015	5391	18.55	100,000.00	20.90	01/30/2015	112,641.51	
01/30/2015	10354		200,000.00			216,338.78	
	-10354		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			16,338.78	
03/13/2015	4350	22.99	100,000.00	25.42	05/15/2015	110,569.81	11.21%
03/31/2015	4400	22.73	100,000.00	25.42	05/15/2015	111,859.19	
05/15/2015	8750		200,000.00			222,429.00	
	-8750		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			22,429.00	
06/15/2015	4075	24.54	100,000.00	25.77	07/15/2015	104,991.85	5.71%
06/30/2015	4131	24.21	100,000.00	25.77	07/15/2015	106,422.97	
07/15/2015	8206		200,000.00			211,414.82	
	-8206		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			11,414.82	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						16,338.78	
						22,429.00	
						11,414.82	
Dividends	03/26/2015	\$0.23	4350			1,000.43	
Number of transactions	9						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-900.00	
Taxable income						50,283.03	
Income tax approximation	-28.4%					-14,280.38	
Realized net gain						36,002.65	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						36,002.65	

Symbol: ADBE		Adobe Systems Incorporated					2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2014	1376	72.70	100,000.00	76.51	02/13/2015	105,240.72	7.73%
01/15/2015	1423	70.29	100,000.00	76.51	02/13/2015	108,849.05	
01/30/2015	1426	70.13	100,000.00	76.51	02/13/2015	109,097.39	
	4224		300,000.00			323,187.16	
02/13/2015	-4224		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			23,187.16	
03/31/2015	1352	73.94	100,000.00	76.06	04/30/2015	102,867.19	2.87%
	1352		100,000.00			102,867.19	
04/30/2015	-1352		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			2,867.19	
06/15/2015	1267	78.90	100,000.00	81.01	06/30/2015	102,674.27	2.67%
	1267		100,000.00			102,674.27	
06/30/2015	-1267		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			2,674.27	
08/31/2015	1273	78.57	100,000.00	82.22	09/30/2015	104,645.54	4.65%
	1273		100,000.00			104,645.54	
09/30/2015	-1273		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			4,645.54	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						23,187.16	
						2,867.19	
						2,674.27	
						4,645.54	
Dividends	none					0.00	
Number of transactions	10						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,000.00	
Taxable income						32,374.16	
Income tax approximation	-28.4%					-9,194.26	
Realized net gain						23,179.90	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						23,179.90	

Symbol: GOOGL		Alphabet Inc. (formerly Google Inc.)					2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2014	188	530.66	100,000.00	537.55	01/30/2015	101,298.38	3.98%
01/15/2015	198	504.01	100,000.00	537.55	01/30/2015	106,654.63	
01/30/2015	387		200,000.00			207,953.01	
	-387		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			7,953.01	
03/31/2015	180	554.70	100,000.00	546.49	05/15/2015	98,519.92	-0.24%
04/15/2015	185	541.04	100,000.00	546.49	05/15/2015	101,007.32	
05/15/2015	365		200,000.00			199,527.24	
	-365		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			-472.76	
05/29/2015	183	545.32	100,000.00	583.96	07/15/2015	107,085.75	7.59%
06/15/2015	184	543.00	100,000.00	583.96	07/15/2015	107,543.28	
06/30/2015	185	540.04	100,000.00	583.96	07/15/2015	108,132.73	
07/15/2015	553		300,000.00			322,761.76	
	-553		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			22,761.76	
08/31/2015	154	647.82	100,000.00	693.17	10/15/2015	107,000.40	7.79%
09/30/2015	157	638.37	100,000.00	693.17	10/15/2015	108,584.36	
10/15/2015	311		200,000.00			215,584.76	
	-311		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			15,584.76	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						7,953.01	
						-472.76	
						22,761.76	
						15,584.76	
Dividends	none					0.00	
Number of transactions	13						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,300.00	
Taxable income						44,526.77	
Income tax approximation	-28.4%					-12,645.60	
Realized net gain						31,881.17	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						31,881.17	

Symbol: AMZN		Amazon.com, Inc.					2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2014	322	310.35	100,000.00	354.53	01/30/2015	114,235.54	18.89%
01/15/2015	348	286.95	100,000.00	354.53	01/30/2015	123,551.14	
	671		200,000.00			237,786.68	
01/30/2015	-671		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			37,786.68	
03/13/2015	270	370.58	100,000.00	383.45	04/15/2015	103,472.93	3.47%
	270		100,000.00			103,472.93	
04/15/2015	-270		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			3,472.93	
05/29/2015	233	429.23	100,000.00	461.19	07/15/2015	107,445.89	8.15%
06/15/2015	236	423.67	100,000.00	461.19	07/15/2015	108,855.95	
	469		200,000.00			216,301.84	
07/15/2015	-469		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			16,301.84	
08/31/2015	195	512.67	100,000.00	562.36	10/15/2015	109,692.39	9.78%
09/30/2015	195	511.89	100,000.00	562.36	10/15/2015	109,859.54	
	390		200,000.00			219,551.93	
10/15/2015	-390		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			19,551.93	
12/15/2015	152	658.64	100,000.00	658.64	12/15/2015	100,000.00	0.00%
	152		100,000.00			100,000.00	
	152		100,000.00			100,000.00	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						37,786.68	
						3,472.93	
						16,301.84	
						19,551.93	
Dividends	none					0.00	
Number of transactions	11						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,100.00	
Taxable income						76,013.39	
Income tax approximation	-28.4%					-21,587.80	
Realized net gain						54,425.59	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	1						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-100.00	
Purchase value of inventory						100,000.00	
Net account value						154,325.59	54.33%

Symbol: AAPL		Apple Inc.					2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2014	906	110.38	100,000.00	117.16	01/30/2015	106,142.42	7.91%
01/15/2015	936	106.82	100,000.00	117.16	01/30/2015	109,679.84	
	1842		200,000.00			215,822.25	
01/30/2015	-1842		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			15,822.25	
03/13/2015	809	123.59	100,000.00	126.78	04/15/2015	102,581.11	2.58%
	809		100,000.00			102,581.11	
04/15/2015	-809		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			2,581.11	
06/15/2015	788	126.92	100,000.00	119.50	10/30/2015	94,153.80	
06/30/2015	797	125.43	100,000.00	119.50	10/30/2015	95,276.06	
07/31/2015	824	121.30	100,000.00	119.50	10/30/2015	98,516.08	
08/14/2015	862	116.00	100,000.00	119.50	10/30/2015	103,017.24	
08/31/2015	887	112.76	100,000.00	119.50	10/30/2015	105,977.30	
09/30/2015	907	110.30	100,000.00	119.50	10/30/2015	108,340.89	
	5065		600,000.00			605,281.36	
10/30/2015	-5065		-600,000.00			-600,000.00	
	0		0.00			5,281.36	
11/13/2015	890	112.34	100,000.00	110.49	12/15/2015	98,353.21	-0.82%
12/15/2015	905	110.49	100,000.00	110.49	12/15/2015	100,000.00	
	1795		200,000.00			198,353.21	
	1795		200,000.00			198,353.21	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						15,822.25	7.57%
						2,581.11	
						5,281.36	
Dividends						0.00	
02/05/2015						0.00	
05/07/2015						0.00	
08/06/2015						1,252.99	
11/05/2015						0.00	
Number of transactions							
12							
Cost approximation						-1,200.00	
\$100.00 per transaction						23,737.72	
Taxable income							
Income tax approximation						-6,741.51	
-28.4%						16,996.20	
Realized net gain							
Current book gain						-1,646.79	
Number of transactions							
2							
Cost approximation						-200.00	
\$100.00 per transaction						200,000.00	
Purchase value of inventory							
Net account value						215,149.42	

Symbol: BRKB		Berkshire Hathaway Inc.					2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin			
				US\$			
Transactions							
01/15/2015	678	147.58	100,000.00	147.41	02/27/2015	99,884.81	1.16%
01/30/2015	695	143.91	100,000.00	147.41	02/27/2015	102,432.08	
	1372		200,000.00			202,316.88	
02/27/2015	-1372		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			2,316.88	
03/13/2015	695	143.97	100,000.00	145.26	05/15/2015	100,896.02	1.85%
04/15/2015	701	142.71	100,000.00	145.26	05/15/2015	101,786.84	
04/30/2015	708	141.21	100,000.00	145.26	05/15/2015	102,868.07	
	2103		300,000.00			305,550.93	
05/15/2015	-2103		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			5,550.93	3.54%
06/15/2015	717	139.40	100,000.00	142.61	07/15/2015	102,302.73	
06/30/2015	735	136.11	100,000.00	142.61	07/15/2015	104,775.55	
	1452		200,000.00			207,078.28	
07/15/2015	-1452		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			7,078.28	-0.64%
08/14/2015	701	142.57	100,000.00	133.80	10/15/2015	93,848.64	
08/31/2015	746	134.04	100,000.00	133.80	10/15/2015	99,820.95	
09/15/2015	756	132.26	100,000.00	133.80	10/15/2015	101,164.37	
09/30/2015	767	130.40	100,000.00	133.80	10/15/2015	102,607.36	
	2970		400,000.00			397,441.32	2.21%
10/15/2015	-2970		-400,000.00			-400,000.00	
	0		0.00			-2,558.68	
11/13/2015	758	131.96	100,000.00	134.88	12/15/2015	102,212.79	
	758		100,000.00			102,212.79	
12/15/2015	-758		-100,000.00			-100,000.00	2.21%
	0		0.00			2,212.79	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						2,316.88	
						5,550.93	
						7,078.28	
						-2,558.68	
						2,212.79	
Dividends						0.00	
Number of transactions						17	
Cost approximation						\$100.00 per transaction	
Taxable income						-1,700.00	
						12,900.20	
Income tax approximation						-28.4%	
Realized net gain						-3,663.66	
						9,236.54	
Current book gain						0.00	
Number of transactions						0	
Cost approximation						\$100.00 per transaction	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						0.00	
						9,236.54	

Symbol: CELG		Celgene Corporation					2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2014	894	111.86	100,000.00	118.27	01/15/2015	105,730.38	5.73%
	894		100,000.00			105,730.38	
01/15/2015	-894		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			5,730.38	
02/13/2015	863	115.88	100,000.00	121.53	02/27/2015	104,875.73	4.88%
	863		100,000.00			104,875.73	
02/27/2015	-863		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			4,875.73	
03/13/2015	849	117.73	100,000.00	114.44	05/29/2015	97,205.47	0.79%
03/31/2015	867	115.28	100,000.00	114.44	05/29/2015	99,271.34	
04/30/2015	925	108.06	100,000.00	114.44	05/29/2015	105,904.13	
	2642		300,000.00			302,380.94	
05/29/2015	-2642		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			2,380.94	
06/15/2015	901	111.00	100,000.00	131.39	07/15/2015	118,369.37	18.37%
	901		100,000.00			118,369.37	
07/15/2015	-901		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			18,369.37	
08/14/2015	774	129.19	100,000.00	122.71	10/30/2015	94,984.13	4.12%
08/31/2015	847	118.08	100,000.00	122.71	10/30/2015	103,921.07	
09/30/2015	924	108.17	100,000.00	122.71	10/30/2015	113,441.80	
	2545		300,000.00			312,347.01	
10/30/2015	-2545		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			12,347.01	
11/13/2015	930	107.49	100,000.00	113.14	12/15/2015	105,256.30	5.26%
	930		100,000.00			105,256.30	
12/15/2015	-930		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			5,256.30	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						5,730.38	
						4,875.73	
						2,380.94	
						18,369.37	
						12,347.01	
						5,256.30	
Dividends	none					0.00	
Number of transactions	16						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,600.00	
Taxable income						47,359.73	
Income tax approximation	-28.4%					-13,450.16	
Realized net gain						33,909.56	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						33,909.56	

Symbol: KO	Coca-Cola Company (The)						2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory Margin	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		US\$			
Transactions							
12/31/2014	2369	42.22	100,000.00	42.38	01/15/2015	100,378.97	0.38%
	2369		100,000.00			100,378.97	
01/15/2015	-2369		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			378.97	
01/30/2015	2429	41.17	100,000.00	43.30	02/27/2015	105,173.67	5.17%
	2429		100,000.00			105,173.67	
02/27/2015	-2429		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			5,173.67	
03/13/2015	2506	39.91	100,000.00	40.40	04/15/2015	101,227.76	1.23%
	2506		100,000.00			101,227.76	
04/15/2015	-2506		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			1,227.76	
04/30/2015	2465	40.56	100,000.00	41.52	05/15/2015	102,366.86	2.37%
	2465		100,000.00			102,366.86	
05/15/2015	-2465		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			2,366.86	
06/15/2015	2526	39.59	100,000.00	41.13	07/15/2015	103,889.87	4.37%
06/30/2015	2549	39.23	100,000.00	41.13	07/15/2015	104,843.23	
	5075		200,000.00			208,733.10	
07/15/2015	-5075		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			8,733.10	
08/14/2015	2424	41.25	100,000.00	40.12	09/30/2015	97,260.61	1.17%
08/31/2015	2543	39.32	100,000.00	40.12	09/30/2015	102,034.59	
09/15/2015	2597	38.50	100,000.00	40.12	09/30/2015	104,207.79	
	7565		300,000.00			303,502.99	
09/30/2015	-7565		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			3,502.99	
11/13/2015	2417	41.38	100,000.00	42.62	11/30/2016	102,996.62	3.00%
	2417		100,000.00			102,996.62	
11/30/2016	-2417		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			2,996.62	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						378.97	
						5,173.67	
						1,227.76	
						2,366.86	
						8,733.10	
						3,502.99	
						2,996.62	
Dividends	03/12/2015	\$0.33	0			0.00	
	06/11/2015	\$0.33	0			0.00	
	09/11/2015	\$0.33	4967			1,639.27	
	11/27/2015	\$0.33	2417			797.49	
Number of transactions	17						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,700.00	
Taxable income						25,116.72	
Income tax approximation	-28.4%					-7,133.15	
Realized net gain						17,983.57	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						17,983.57	

Symbol: LLY		Eli Lilly and Company					2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
01/15/2015	1434	69.74	100,000.00	72.00	01/30/2015	103,240.61	3.24%
	1434		100,000.00			103,240.61	
01/30/2015	-1434		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			3,240.61	
02/27/2015	1425	70.17	100,000.00	72.65	03/31/2015	103,534.27	3.74%
03/13/2015	1431	69.89	100,000.00	72.65	03/31/2015	103,949.06	
	2856		200,000.00			207,483.34	
03/31/2015	-2856		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			7,483.34	
04/30/2015	1391	71.87	100,000.00	78.90	05/29/2015	109,781.55	9.78%
	1391		100,000.00			109,781.55	
05/29/2015	-1391		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			9,781.55	
08/14/2015	1192	83.91	100,000.00	83.69	09/30/2015	99,737.81	0.68%
08/31/2015	1214	82.35	100,000.00	83.69	09/30/2015	101,627.20	
	2406		200,000.00			201,365.02	
09/30/2015	-2406		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			1,365.02	
10/15/2015	1252	79.86	100,000.00	85.52	12/15/2015	107,087.40	7.30%
11/13/2015	1257	79.55	100,000.00	85.52	12/15/2015	107,504.71	
	2509		200,000.00			214,592.12	
12/15/2015	-2509		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			14,592.12	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						3,240.61	
						7,483.34	
						9,781.55	
						1,365.02	
						14,592.12	
Dividends						0.00	
	02/11/2015	\$0.50	0				
	05/14/2015	\$0.50	1391			695.70	
	08/12/2015	\$0.50	0			0.00	
	11/10/2015	\$0.50	1252			626.10	
Number of transactions	13						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,300.00	
Taxable income						36,484.42	
Income tax approximation	-28.4%					-10,361.58	
Realized net gain						26,122.85	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						26,122.85	

Symbol: EXPE		Expedia, Inc.					2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2014	1172	85.36	100,000.00	89.49	02/13/2015	104,832.47	6.63%
01/15/2015	1212	82.53	100,000.00	89.49	02/13/2015	108,427.24	
	2383		200,000.00			213,259.71	
02/13/2015	-2383		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			13,259.71	
03/13/2015	1095	91.35	100,000.00	97.96	04/15/2015	107,230.43	7.23%
	1095		100,000.00			107,230.43	
04/15/2015	-1095		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			7,230.43	
04/30/2015	1061	94.23	100,000.00	103.41	05/15/2015	109,742.12	9.74%
	1061		100,000.00			109,742.12	
05/15/2015	-1061		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			9,742.12	
06/30/2015	914	109.35	100,000.00	121.44	07/31/2015	111,056.24	12.04%
07/15/2015	931	107.45	100,000.00	121.44	07/31/2015	113,020.01	
	1845		200,000.00			224,076.25	
07/31/2015	-1845		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			24,076.25	
08/31/2015	870	114.99	100,000.00	125.18	10/15/2015	108,861.64	8.86%
	870		100,000.00			108,861.64	
10/15/2015	-870		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			8,861.64	
11/13/2015	799	125.20	100,000.00	130.24	12/15/2015	104,025.56	4.91%
11/30/2016	812	123.11	100,000.00	130.24	12/15/2015	105,791.57	
	1611		200,000.00			209,817.13	
12/15/2015	-1611		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			9,817.13	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						13,259.71	
						7,230.43	
						9,742.12	
						24,076.25	
						8,861.64	
						9,817.13	
Dividends						0.00	
	03/06/2015	\$0.18	0			0.00	
	05/26/2015	\$0.18	0			0.00	
	08/25/2015	\$0.24	0			0.00	
	11/17/2015	\$0.24	799			191.69	
Number of transactions							
	15						
Cost approximation						-1,500.00	
	\$100.00	per transaction					
Taxable income						71,678.98	
Income tax approximation						-20,356.83	
Realized net gain						51,322.15	
Current book gain						0.00	
Number of transactions							
	0						
Cost approximation						0.00	
	\$100.00	per transaction					
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						51,322.15	

Symbol: FB		Facebook, Inc.					2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2014	1282	78.02	100,000.00	82.71	04/15/2015	106,004.87	8.85%
01/15/2015	1350	74.05	100,000.00	82.71	04/15/2015	111,688.05	
	2632		200,000.00			217,692.92	
04/15/2015	-2632		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			17,692.92	
04/30/2015	1270	78.77	100,000.00	85.77	06/30/2015	108,880.28	8.88%
	1270		100,000.00			108,880.28	
06/30/2015	-1270		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			8,880.28	
08/14/2015	1059	94.42	100,000.00	101.97	10/30/2015	107,996.19	11.01%
08/31/2015	1118	89.43	100,000.00	101.97	10/30/2015	114,022.14	
	2177		200,000.00			222,018.33	
10/30/2015	-2177		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			22,018.33	
11/30/2016	959	104.24	100,000.00	104.55	12/15/2015	100,297.39	0.30%
	959		100,000.00			100,297.39	
	959		100,000.00			100,297.39	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						17,692.92	
						8,880.28	
						22,018.33	
Dividends	none					0.00	
Number of transactions	8						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-800.00	
Taxable income						47,791.53	
Income tax approximation	-28.4%					-13,572.79	
Realized net gain						34,218.74	
Current book gain						297.39	
Number of transactions	1						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-100.00	
Purchase value of inventory						100,000.00	
Net account value						134,416.13	34.42%

Symbol: GS		Goldman Sachs Group, Inc. (The)					2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
01/15/2015	560	178.49	100,000.00	189.00	02/13/2015	105,888.29	7.76%
01/30/2015	580	172.41	100,000.00	189.00	02/13/2015	109,622.41	
02/13/2015	1140		200,000.00			215,510.70	
	-1140		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			15,510.70	
03/13/2015	528	189.34	100,000.00	201.10	04/15/2015	106,211.05	6.60%
03/31/2015	532	187.97	100,000.00	201.10	04/15/2015	106,985.16	
04/15/2015	1060		200,000.00			213,196.21	
	-1060		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			13,196.21	
07/31/2015	488	205.07	100,000.00	187.50	10/30/2015	91,432.19	-1.68%
08/14/2015	495	202.02	100,000.00	187.50	10/30/2015	92,812.59	
08/31/2015	530	188.60	100,000.00	187.50	10/30/2015	99,416.76	
09/15/2015	533	187.45	100,000.00	187.50	10/30/2015	100,026.67	
09/30/2015	576	173.76	100,000.00	187.50	10/30/2015	107,907.46	
10/30/2015	2622		500,000.00			491,595.67	
	-2622		-500,000.00			-500,000.00	
	0		0.00			-8,404.33	
12/15/2015	549	182.01	100,000.00	182.01	12/15/2015	100,000.00	0.00%
	549		100,000.00			100,000.00	
	549		100,000.00			100,000.00	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						15,510.70	
						13,196.21	
						-8,404.33	
Dividends						0.00	
02/26/2015						\$0.60	
05/28/2015						\$0.65	
08/28/2015						\$0.65	983
11/30/2015						\$0.65	0
Number of transactions						12	
Cost approximation						\$100.00	per transaction
Taxable income						-1,200.00	
						19,741.29	
Income tax approximation						-28.4%	
Realized net gain						-5,606.53	
						14,134.77	
Current book gain						0.00	
Number of transactions						1	
Cost approximation						\$100.00	per transaction
Purchase value of inventory						-100.00	
Net account value						100,000.00	
						114,034.77	14.03%

Symbol: INTC		Intel Corporation					2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2014	2756	36.29	100,000.00	36.19	01/15/2015	99,724.44	-0.28%
	2756		100,000.00			99,724.44	
01/15/2015	-2756		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			-275.56	
01/30/2015	3027	33.04	100,000.00	33.25	02/27/2015	100,635.59	0.64%
	3027		100,000.00			100,635.59	
02/27/2015	-3027		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			635.59	
03/13/2015	3233	30.93	100,000.00	32.83	04/15/2015	106,142.90	6.14%
	3233		100,000.00			106,142.90	
04/15/2015	-3233		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			6,142.90	
06/15/2015	3186	31.39	100,000.00	29.73	09/15/2015	94,711.69	-0.11%
06/30/2015	3288	30.42	100,000.00	29.73	09/15/2015	97,747.82	
07/15/2015	3368	29.69	100,000.00	29.73	09/15/2015	100,134.73	
07/31/2015	3454	28.95	100,000.00	29.73	09/15/2015	102,694.30	
08/31/2015	3504	28.54	100,000.00	29.73	09/15/2015	104,169.59	
	16800		500,000.00			499,458.13	
09/15/2015	-16800		-500,000.00			-500,000.00	
	0		0.00			-541.87	
11/13/2015	3114	32.11	100,000.00	34.77	11/30/2016	108,284.02	8.28%
	3114		100,000.00			108,284.02	
11/30/2016	-3114		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			8,284.02	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						-275.56	
						635.59	
						6,142.90	
						-541.87	
						8,284.02	
Dividends	02/04/2015	\$0.24	3027			726.39	
	05/05/2015	\$0.24	0			0.00	
	08/05/2015	\$0.24	13296			3,191.03	
	11/04/2015	\$0.24	0			0.00	
Number of transactions	14						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,400.00	
Taxable income							16,762.51
Income tax approximation	-28.4%						-4,760.55
Realized net gain							12,001.96
Current book gain							0.00
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory							0.00
Net account value							12,001.96

Symbol: IBM		International Business Machines Corporation					2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2014	623	160.44	100,000.00	154.57	01/15/2015	96,341.31	-3.66%
	623		100,000.00			96,341.31	
01/15/2015	-623		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			-3,658.69	
01/30/2015	652	153.31	100,000.00	160.40	02/13/2015	104,624.62	4.62%
	652		100,000.00			104,624.62	
02/13/2015	-652		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			4,624.62	
03/13/2015	648	154.28	100,000.00	164.13	04/15/2015	106,384.50	6.38%
	648		100,000.00			106,384.50	
04/15/2015	-648		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			6,384.50	
05/29/2015	589	169.65	100,000.00	168.53	07/15/2015	99,339.82	1.44%
06/15/2015	601	166.26	100,000.00	168.53	07/15/2015	101,365.33	
06/30/2015	615	162.66	100,000.00	168.53	07/15/2015	103,608.75	
	1806		300,000.00			304,313.90	
07/15/2015	-1806		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			4,313.90	
07/31/2015	617	161.99	100,000.00	150.09	10/15/2015	92,653.87	-0.85%
08/14/2015	642	155.75	100,000.00	150.09	10/15/2015	96,365.97	
08/31/2015	676	147.89	100,000.00	150.09	10/15/2015	101,487.59	
09/15/2015	678	147.53	100,000.00	150.09	10/15/2015	101,735.24	
09/30/2015	690	144.97	100,000.00	150.09	10/15/2015	103,531.77	
	3303		500,000.00			495,774.44	
10/15/2015	-3303		-500,000.00			-500,000.00	1.47%
	0		0.00			-4,225.56	
10/30/2015	714	140.08	100,000.00	137.79	12/15/2015	98,365.22	
11/13/2015	759	131.75	100,000.00	137.79	12/15/2015	104,584.44	
	1473		200,000.00			202,949.66	
12/15/2015	-1473		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			2,949.66	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						-3,658.69	
						4,624.62	
						6,384.50	
						4,313.90	
						-4,225.56	
						2,949.66	
Dividends	02/06/2015	\$1.30	652			847.96	
	05/06/2015	\$1.30	0			0.00	
	08/06/2015	\$1.30	617			802.52	
	11/06/2015	\$1.30	714			928.04	
Number of transactions	19						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,900.00	
Taxable income						11,066.94	
Income tax approximation						-3,143.01	
Realized net gain						7,923.93	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						7,923.93	

Symbol: JPM		J P Morgan Chase & Co					2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
01/15/2015	1819	54.99	100,000.00	59.67	02/13/2015	108,510.64	9.12%
01/30/2015	1839	54.38	100,000.00	59.67	02/13/2015	109,727.84	
	3657		200,000.00			218,238.48	
02/13/2015	-3657		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			18,238.48	
03/31/2015	1651	60.58	100,000.00	64.21	04/15/2015	105,992.08	5.99%
	1651		100,000.00			105,992.08	
04/15/2015	-1651		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			5,992.08	
08/14/2015	1473	67.89	100,000.00	64.25	10/30/2015	94,638.39	0.33%
08/31/2015	1560	64.10	100,000.00	64.25	10/30/2015	100,234.01	
09/15/2015	1573	63.58	100,000.00	64.25	10/30/2015	101,053.79	
09/30/2015	1640	60.97	100,000.00	64.25	10/30/2015	105,379.69	
	6246		400,000.00			401,305.88	
10/30/2015	-6246		-400,000.00			-400,000.00	
	0		0.00			1,305.88	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						18,238.48	
						5,992.08	
						1,305.88	
Dividends	01/02/2015	\$0.40	0			0.00	
	04/01/2015	\$0.40	1651			660.28	
	07/01/2015	\$0.44	0			0.00	
	10/02/2015	\$0.44	6246			2,748.24	
Number of transactions	10						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,000.00	
Taxable income						27,944.96	
Income tax approximation						-7,936.37	
Realized net gain						20,008.59	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						20,008.59	

Symbol: JNJ		Johnson & Johnson					2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2014	956	104.57	100,000.00	102.51	02/27/2015	98,030.03	0.83%
01/15/2015	976	102.49	100,000.00	102.51	02/27/2015	100,019.51	
01/30/2015	999	100.14	100,000.00	102.51	02/27/2015	102,366.69	
02/13/2015	1004	99.62	100,000.00	102.51	02/27/2015	102,901.02	
	3934		400,000.00			403,317.25	
02/27/2015	-3934		-400,000.00			-400,000.00	1.40%
	0		0.00			3,317.25	
03/13/2015	1008	99.21	100,000.00	100.60	04/15/2015	101,401.07	
	1008		100,000.00			101,401.07	
04/15/2015	-1008		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			1,401.07	3.12%
04/30/2015	1008	99.20	100,000.00	102.30	05/15/2015	103,125.00	
	1008		100,000.00			103,125.00	
05/15/2015	-1008		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			3,125.00	
06/15/2015	1026	97.49	100,000.00	100.42	07/15/2015	103,005.44	3.02%
06/30/2015	1026	97.46	100,000.00	100.42	07/15/2015	103,037.14	
	2052		200,000.00			206,042.58	
07/15/2015	-2052		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			6,042.58	
08/14/2015	1012	98.81	100,000.00	97.15	10/15/2015	98,320.01	1.92%
08/31/2015	1064	93.98	100,000.00	97.15	10/15/2015	103,373.06	
09/30/2015	1071	93.35	100,000.00	97.15	10/15/2015	104,070.70	
	3147		300,000.00			305,763.77	
10/15/2015	-3147		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			5,763.77	2.85%
11/30/2016	988	101.24	100,000.00	104.13	12/15/2015	102,854.60	
	988		100,000.00			102,854.60	
12/15/2015	-988		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			2,854.60	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						3,317.25	
						1,401.07	
						3,125.00	
						6,042.58	
						5,763.77	
						2,854.60	
Dividends	02/20/2015	\$0.70	3934			2,754.09	
	05/21/2015	\$0.75	0			0.00	
	08/21/2015	\$0.75	1012			759.03	
	11/20/2015	\$0.75	0			0.00	
Number of transactions	18						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,800.00	
Taxable income						24,217.40	
Income tax approximation						-6,877.74	
Realized net gain						17,339.66	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						17,339.66	

Symbol: MCD	McDonald's Corporation						2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2014	1067	93.70	100,000.00	91.38	01/15/2015	97,524.01	-2.48%
	1067		100,000.00			97,524.01	
01/15/2015	-1067		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			-2,475.99	
01/30/2015	1082	92.44	100,000.00	95.65	02/13/2015	103,472.52	3.47%
	1082		100,000.00			103,472.52	
02/13/2015	-1082		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			3,472.52	
03/13/2015	1038	96.35	100,000.00	98.04	05/15/2015	101,754.02	1.75%
	1038		100,000.00			101,754.02	
05/15/2015	-1038		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			1,754.02	
05/29/2015	1042	95.93	100,000.00	99.07	07/15/2015	103,273.22	4.17%
06/15/2015	1060	94.30	100,000.00	99.07	07/15/2015	105,058.32	
	2103		200,000.00			208,331.54	
07/15/2015	-2103		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			8,331.54	
08/14/2015	1007	99.27	100,000.00	98.53	09/30/2015	99,254.56	1.47%
08/31/2015	1052	95.02	100,000.00	98.53	09/30/2015	103,693.96	
	2060		200,000.00			202,948.52	
09/30/2015	-2060		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			2,948.52	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						-2,475.99	
						3,472.52	
						1,754.02	
						8,331.54	
						2,948.52	
Dividends	02/26/2015	\$0.85	0			0.00	
	05/28/2015	\$0.85	0			0.00	
	08/28/2015	\$0.85	1007			856.25	
	11/27/2015	\$0.89	0			0.00	
Number of transactions	12						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,200.00	
Taxable income						13,686.87	
Income tax approximation	-28.4%					-3,887.07	
Realized net gain						9,799.80	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						9,799.80	

Symbol: MSFT	Microsoft Corporation						2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2014	2153	46.45	100,000.00	43.85	02/27/2015	94,402.58	-0.21%
01/15/2015	2199	45.48	100,000.00	43.85	02/27/2015	96,416.01	
01/30/2015	2475	40.40	100,000.00	43.85	02/27/2015	108,539.60	
02/27/2015	6827		300,000.00			299,358.19	
	-6827		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			-641.81	
03/13/2015	2417	41.38	100,000.00	42.26	04/15/2015	102,114.55	3.03%
03/31/2015	2460	40.66	100,000.00	42.26	04/15/2015	103,935.56	
04/15/2015	4876		200,000.00			206,050.10	
	-4876		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			6,050.10	
05/29/2015	2134	46.86	100,000.00	46.70	07/31/2015	99,658.56	2.71%
06/15/2015	2199	45.48	100,000.00	46.70	07/31/2015	102,693.79	
06/30/2015	2265	44.15	100,000.00	46.70	07/31/2015	105,775.76	
07/31/2015	6598		300,000.00			308,128.11	
	-6598		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			8,128.11	
08/31/2015	2298	43.52	100,000.00	44.26	09/30/2015	101,700.37	1.70%
09/30/2015	2298		100,000.00			101,700.37	
	-2298		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			1,700.37	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						-641.81	
						6,050.10	
						8,128.11	
						1,700.37	
Dividends	02/17/2015	\$0.31	6827			2,116.33	
	05/19/2015	\$0.31	0			0.00	
	08/18/2015	\$0.31	0			0.00	
	11/17/2015	\$0.36	0			0.00	
Number of transactions	13						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,300.00	
Taxable income						16,053.10	
Income tax approximation	-28.4%					-4,559.08	
Realized net gain						11,494.02	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						11,494.02	

Symbol: NFLX		Netflix, Inc.					2015	
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain	
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$		
Transactions								
12/31/2014	2049	48.80	100,000.00	63.11	01/30/2015	129,328.77	32.89%	
01/15/2015	2162	46.25	100,000.00	63.11	01/30/2015	136,459.11		
01/30/2015	4211		200,000.00			265,787.87		
	-4211		-200,000.00			-200,000.00		
	0		0.00			65,787.87		
03/13/2015	1597	62.63	100,000.00	67.92	04/15/2015	108,453.47	11.28%	
03/31/2015	1680	59.53	100,000.00	67.92	04/15/2015	114,104.01		
04/15/2015	3277		200,000.00			222,557.48		
	-3277		-200,000.00			-200,000.00		
	0		0.00			22,557.48		
08/31/2015	869	115.03	100,000.00	108.38	10/30/2015	94,218.90	1.76%	
09/15/2015	1008	99.16	100,000.00	108.38	10/30/2015	109,298.10		
10/30/2015	1878		200,000.00			203,517.00		
	-1878		-200,000.00			-200,000.00		
	0		0.00			3,517.00		
11/13/2015	965	103.65	100,000.00	123.33	11/30/2016	118,986.98	18.99%	
11/30/2016	965		100,000.00			118,986.98		
	-965		-100,000.00			-100,000.00		
	0		0.00			18,986.98		
Final Settlement of Year								
						US\$	Total Net Gain	
Realized gains						65,787.87		
						22,557.48		
						3,517.00		
						18,986.98		
Dividends	none					0.00		
Number of transactions	11							
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,100.00		
Taxable income						109,749.33		
Income tax approximation						-28.4%	-31,168.81	
Realized net gain						78,580.52		
Current book gain						0.00		
Number of transactions	0							
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00		
Purchase value of inventory						0.00		
Net account value						78,580.52		

Symbol: NKE		Nike, Inc.					2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2014	2080	48.08	100,000.00	48.56	02/27/2015	101,008.84	4.11%
01/15/2015	2155	46.41	100,000.00	48.56	02/27/2015	104,643.90	
01/30/2015	2168	46.13	100,000.00	48.56	02/27/2015	105,279.13	
02/13/2015	2173	46.02	100,000.00	48.56	02/27/2015	105,519.34	
	8576		400,000.00			416,451.21	
02/27/2015	-8576		-400,000.00			-400,000.00	4.11%
	0		0.00			16,451.21	
04/30/2015	2023	49.42	100,000.00	52.49	05/15/2015	106,212.06	6.21%
	2023		100,000.00			106,212.06	
05/15/2015	-2023		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			6,212.06	
06/13/2015	1935	51.68	100,000.00	54.01	06/30/2015	104,518.63	4.52%
	1935		100,000.00			104,518.63	
06/30/2015	-1935		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			4,518.63	
08/31/2015	1790	55.88	100,000.00	61.49	09/30/2015	110,040.27	10.04%
	1790		100,000.00			110,040.27	
09/30/2015	-1790		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			10,040.27	
11/13/2015	1641	60.93	100,000.00	64.31	12/15/2015	105,539.14	5.54%
	1641		100,000.00			105,539.14	
12/15/2015	-1641		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			5,539.14	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						16,451.21	
						6,212.06	
						4,518.63	
						10,040.27	
						5,539.14	
Dividends	02/26/2015	\$0.28	8576			2,401.28	
	05/28/2015	\$0.28	0			0.00	
	09/03/2015	\$0.28	1790			501.12	
	12/07/2015	\$0.16	1641			262.60	
Number of transactions	13						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,300.00	
Taxable income						28,175.10	
Income tax approximation	-28.4%					-8,001.73	
Realized net gain						20,173.37	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	0						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				0.00	
Purchase value of inventory						0.00	
Net account value						20,173.37	

Symbol: SBUX		Starbucks Corporation					2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory Margin	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$				US\$	
Transactions							
12/31/2014	2438	41.03	100,000.00	43.77	01/30/2015	106,678.85	8.33%
01/15/2015	2513	39.79	100,000.00	43.77	01/30/2015	109,989.95	
01/30/2015	4951		200,000.00			216,668.80	
	-4951		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			16,668.80	
03/31/2015	2112	47.35	100,000.00	48.14	04/15/2015	101,668.43	1.67%
04/15/2015	2112		100,000.00			101,668.43	
	-2112		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			1,668.43	
08/31/2015	1828	54.71	100,000.00	56.84	09/30/2015	103,893.26	3.89%
09/30/2015	1828		100,000.00			103,893.26	
	-1828		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			3,893.26	
11/13/2015	1674	59.74	100,000.00	59.98	12/15/2015	100,401.74	0.40%
	1674		100,000.00			100,401.74	
	1674		100,000.00			100,401.74	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						16,668.80	
						1,668.43	
						3,893.26	
Dividends	02/03/2015	\$0.32	0			0.00	
	05/05/2015	\$0.16	0			0.00	
	08/04/2015	\$0.16	0			0.00	
	11/09/2015	\$0.20	0			0.00	
Number of transactions	7						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-700.00	
Taxable income						21,530.48	
Income tax approximation						-6,114.66	
Realized net gain						15,415.83	
Current book gain						401.74	
Number of transactions	1						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-100.00	
Purchase value of inventory						100,000.00	
Net account value						115,717.57	15.72%

Symbol: V	Visa Inc.						2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2014	1526	65.55	100,000.00	67.41	02/13/2015	102,833.71	4.68%
01/15/2015	1580	63.28	100,000.00	67.41	02/13/2015	106,518.39	
	3106		200,000.00			209,352.10	
02/13/2015	-3106		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			9,352.10	
03/13/2015	1509	66.26	100,000.00	69.57	05/15/2015	104,999.43	5.68%
03/31/2015	1529	65.41	100,000.00	69.57	05/15/2015	106,359.88	
	3038		200,000.00			211,359.32	
05/15/2015	-3038		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			11,359.32	
06/15/2015	1458	68.57	100,000.00	70.02	07/15/2015	102,114.63	3.19%
06/30/2015	1489	67.15	100,000.00	70.02	07/15/2015	104,274.01	
	2948		200,000.00			206,388.64	
07/15/2015	-2948		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			6,388.64	
08/31/2015	1403	71.30	100,000.00	75.34	10/15/2015	105,666.20	6.89%
09/15/2015	1418	70.51	100,000.00	75.34	10/15/2015	106,850.09	
09/30/2015	1436	69.66	100,000.00	75.34	10/15/2015	108,153.89	
	4256		300,000.00			320,670.18	
10/15/2015	-4256		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			20,670.18	
12/15/2015	1272	78.62	100,000.00	78.62	12/15/2015	100,000.00	0.00%
	1272		100,000.00			100,000.00	
	1272		100,000.00			100,000.00	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						9,352.10	
						11,359.32	
						6,388.64	
						20,670.18	
Dividends	02/11/2015	\$0.12	3106			372.69	
	05/13/2015	\$0.12	3038			364.57	
	08/12/2015	\$0.12	0			0.00	
	11/10/2015	\$0.14	0			0.00	
Number of transactions	13						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,300.00	
Taxable income						47,207.51	
Income tax approximation	-28.4%					-13,406.93	
Realized net gain						33,800.57	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	1						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-100.00	
Purchase value of inventory						100,000.00	
Net account value						133,700.57	33.70%

Symbol: DIS		Walt Disney Company (The)					2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
01/30/2015	1099	90.96	100,000.00	104.17	02/13/2015	114,522.87	14.52%
	1099		100,000.00			114,522.87	
02/13/2015	-1099		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			14,522.87	
03/31/2015	953	104.89	100,000.00	108.72	04/30/2015	103,651.44	3.65%
	953		100,000.00			103,651.44	
04/30/2015	-953		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			3,651.44	
05/29/2015	906	110.37	100,000.00	114.14	06/30/2015	103,415.78	3.50%
06/15/2015	908	110.18	100,000.00	114.14	06/30/2015	103,594.12	
	1814		200,000.00			207,009.90	
06/30/2015	-1814		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			7,009.90	
08/14/2015	933	107.16	100,000.00	107.89	10/15/2015	100,681.22	3.29%
08/31/2015	982	101.88	100,000.00	107.89	10/15/2015	105,899.10	
	1915		200,000.00			206,580.32	
10/15/2015	-1915		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			6,580.32	
11/30/2016	881	113.47	100,000.00	112.16	12/15/2015	98,845.51	-0.58%
12/15/2015	892	112.16	100,000.00	112.16	12/15/2015	100,000.00	
	1773		200,000.00			198,845.51	
	1773		200,000.00			198,845.51	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						14,522.87	
						3,651.44	
						7,009.90	
						6,580.32	
Dividends						0.00	
						625.72	
Number of transactions						10	
Cost approximation						\$100.00 per transaction	-1,000.00
Taxable income							31,390.25
Income tax approximation						-28.4%	-8,914.83
Realized net gain							22,475.42
Current book gain							-1,154.49
Number of transactions						2	
Cost approximation						\$100.00 per transaction	-200.00
Purchase value of inventory							200,000.00
Net account value							221,120.93
							10.56%

Symbol: WFC		Wells Fargo & Company					2015
Date of Transaction	US\$ 100,000.00 per Transaction	Share's Purchase Price	Purchase Value of Inventory	Share's Current Price	Current Date	Current Value of Inventory	Gross Gain
	Number of Pieces	US\$		Margin		US\$	
Transactions							
12/31/2014	1824	54.82	100,000.00	55.33	02/13/2015	100,930.32	5.01%
01/15/2015	1972	50.72	100,000.00	55.33	02/13/2015	109,089.12	
	3796		200,000.00			210,019.43	
02/13/2015	-3796		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			10,019.43	
03/13/2015	1807	55.34	100,000.00	55.10	04/30/2015	99,566.32	0.43%
03/31/2015	1838	54.40	100,000.00	55.10	04/30/2015	101,286.76	
	3645		200,000.00			200,853.08	
04/30/2015	-3645		-200,000.00			-200,000.00	
	0		0.00			853.08	
06/30/2015	1778	56.24	100,000.00	57.78	07/15/2015	102,738.26	2.74%
	1778		100,000.00			102,738.26	
07/15/2015	-1778		-100,000.00			-100,000.00	
	0		0.00			2,738.26	
08/14/2015	1744	57.33	100,000.00	54.14	10/30/2015	94,435.72	0.46%
08/31/2015	1875	53.33	100,000.00	54.14	10/30/2015	101,518.84	
09/30/2015	1947	51.35	100,000.00	54.14	10/30/2015	105,433.30	
	5567		300,000.00			301,387.87	
10/30/2015	-5567		-300,000.00			-300,000.00	
	0		0.00			1,387.87	
12/15/2015	1821	54.91	100,000.00	54.91	12/15/2015	100,000.00	0.00%
	1821		100,000.00			100,000.00	
	1821		100,000.00			100,000.00	
Final Settlement of Year							
						US\$	Total Net Gain
Realized gains						10,019.43	
						853.08	
						2,738.26	
						1,387.87	
Dividends						1,328.52	
	02/04/2015	\$0.35	3796				
	05/06/2015	\$0.375	0			0.00	
	08/05/2015	\$0.375	0			0.00	
	11/04/2015	\$0.375	0			0.00	
Number of transactions	12						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-1,200.00	
Taxable income						15,127.17	
Income tax approximation	-28.4%					-4,296.12	
Realized net gain						10,831.05	
Current book gain						0.00	
Number of transactions	1						
Cost approximation	\$100.00	per transaction				-100.00	
Purchase value of inventory						100,000.00	
Net account value						110,731.05	10.73%

Text-Anhang 1: Ausblick auf den Gang der Arbeit

Mit dem Aufkommen der Portfoliotheorie (Markowitz, 1952; Roy, 1952) in den frühen 1950er-Jahren hat es sich eingebürgert, bei der Zusammenstellung von Assets zu einem Portfolio lediglich drei Variablen zu berücksichtigen: die erwartete Rendite, die Varianz und die Kovarianz. Die Strategie lautet verkürzt: Wähle das Portfolio mit der größten erwarteten Rendite bei kleinstmöglicher Varianz und Kovarianz. Die erwartete Rendite ist hierbei das arithmetische Mittel der in der Vergangenheit angelaufenen Renditen.

Wenig präsent in der Finanzpraxis ist jedoch, dass es auch noch einen anderen Weg gibt, Portfolios und Anlagestrategien zu beurteilen. Der Autor Henry Latané (Latané, 1956, 1957, 1959) schlägt vor, einfach dasjenige Portfolio zu wählen, das die größte *geometrische* Rendite verspricht, und weitere Parameter, etwa die Varianz, zu vernachlässigen. Latané kann zeigen, dass ein solches Portfolio statistisch langfristig tatsächlich das gewinnträchtigste ist. Kurzfristig ist die Strategie allerdings, genau wie die Portfoliotheorie, risikobehaftet. Ein Anleger sollte also nicht auf einen Schlag sein gesamtes Kapital in das Latané-Portfolio investieren. Er sollte einen Betrag in Reserve behalten. Eine interessante Formel, welche genaue Fraktion seines Vermögens ein Investor einsetzen sollte, und zwar viele Anlageperioden in Folge (wegen des Zinseszins-effektes), stammt von John Kelly (Kelly, 1956).

Der Kelly-Latané-Ansatz verrät andererseits – wie die Portfoliotheorie – nicht viel darüber, wie man die erwartete (geometrische) Rendite analytisch ableiten könnte. Ersatzweise wird in Theorie wie Praxis meist schlicht der Mittelwert der vergangenen („historischen“) Renditen gebildet – das arithmetische Mittel. Der Rahmen ist dann die Portfoliotheorie. Oder aber: Es wird die *aktuelle* geometrische Rendite herangezogen. Für „Kelly-Latané“.

Obwohl dieses Vorgehen unbefriedigend erscheint, da ja eigentlich – in beiden Fällen – die *erwartete* (zukünftige) Rendite interessiert, existiert trotzdem nur wenig Forschung zur Ermittlung der „wahren“ erwarteten Rendite von Assets. Auf diese Forschungslücke weist etwa Fischer Black (Black, 1993) hin. Weitere Probleme sind, dass Mittelwerte je Mittelwerttyp unterschiedlich groß ausfallen, so

dass unklar ist, welches Mittel das „richtige“ ist, und dass speziell das geometrische Mittel, das für „Kelly-Latané“ benötigt wird, nicht „maximal“ informativ ist.

Das geometrische Mittel berücksichtigt de facto nicht alle Glieder einer fraglichen Sequenz von Zahlen, hier Börsenkurse, sondern nur das Anfangs- und das Endglied sowie die Gesamtzahl der Glieder. Die Zwischenglieder fließen nicht in die Berechnung ein, obwohl auch in ihnen potenziell wertvolle Informationen enthalten sind. Das arithmetische Mittel andererseits gibt bei volatiler Kurshistorie mitunter widersprüchliche Durchschnittsrenditen zurück und eignet sich per definitionem, anders als das geometrische Mittel, auch nicht zur Beurteilung mehrperiodiger Anlagehorizonte.

Der vorliegende Text-Anhang möchte diese Probleme sowie die bestehende Literatur diskutieren und auf einen Lösungsansatz hinarbeiten. Dieser Lösungsansatz wird dann im Hauptteil des eigentlichen Fließtextes dieser Masterarbeit endgültig vorgestellt werden – in Form der Theorie der fairen geometrischen Rendite.

Die Theorie der fairen geometrischen Rendite, kurz „*F*-Theorie“ oder auch „*F*-Modell“, beinhaltet im Wesentlichen drei (selbstverständlich: bescheidene) finanzökonomische Neuerungen: jeweils eine neuartige

- Renditegleichung,
- Preisgleichung sowie
- antizyklische Investitionsstrategie.

Was all dies genau bedeutet und was eine „faire geometrische Rendite“ überhaupt ist, wird im Verlauf der Gesamtschrift eingehend erörtert werden. Der Text-Anhang macht den Anfang.

Dazu gehört zentral die Hinführung zu einem speziellen Risikobegriff, der sich vom Risikobegriff der klassischen Finanztheorie,

„Risiko gleich Volatilität“,

maßgeblich unterscheidet. Im *F*-Modell sind die Börsen-typischen Kursschwankungen – ist die Volatilität – *explizit nachgefragt* und Teil der kumulierten Endrendite eines Wertpapiers. Diese Eigenart nimmt wiederum Einfluss auf die Zusam-

mensetzung und Höhe von Optionspreisen. Auch hierzu werden im Rahmen der Masterarbeit daher Ideen präsentiert werden.

Eine weitere Besonderheit: Der Ansatz greift, wie schon Kelly (1956), extensiv auf Claude Shannons – bis heute: bahnbrechendes – Konzept der Informationsentropie zurück (Shannon, 1948). Die Informationsentropie – präzise: die „Äquivokation“ (Mehrdeutigkeit) – misst einfach gesagt im Prozess der digitalen (binären, dualen) Informationsübertragung das Risiko der Falschübertragung.

Das zunächst rein (nachrichten-)technische Konzept wirkt beim ersten Kennenlernen recht abstrakt, und man mag sich fragen: Was hat dies mit *finance* zu tun? Oder ganz konkret: Was hat dies mit erwarteten Börsenrenditen zu tun? Sind Grundbegriffe und Basismathematik des Ansatzes indessen erst einmal geklärt, wird Stück für Stück ebendies klar – und das Shannon-Maß, die Informationsentropie, geradezu zum „Finanzrisiko-Maß“ der Wahl. Auch wenn dies von Shannon ursprünglich gar nicht beabsichtigt war (Shannon, 1956).

Die Ausführungen des Text-Anhanges beginnen mit einer Einführung in die für das *F*-Modell relevanten Mittelwerte. Die Feinstruktur des Text-Anhanges lässt sich dem Inhaltsverzeichnis entnehmen. Selbstverständlich kann selektiv gelesen werden. Ein Lesen zumindest der Textabschnitte

- 3.2 (Kelly-Kriterium),
- 5.2 (Ökonomik der fairen geometrischen Rendite) und
- 6.2 (Shannon'scher Informationsbetrag)

erleichtert das Verständnis der Gesamtarbeit allerdings erheblich. Der eigentliche Fließtext der Masterarbeit (Kapitel 1 bis 15) schließt mit Kapitel 2, die Einleitung nicht mitgerechnet, gedanklich nahtlos an den Text-Anhang an.

Text-Anhang 2: Grundlagen I: Das arithmetische und das geometrische Mittel

Mittelwerte, auch Lagemaße oder Verteilungsmaßzahlen genannt, bilden im Wesentlichen einfach das numerische Zentrum einer Verteilung. Eine Verteilung ist zum Beispiel die Zahlensequenz 13, 13, 13. Der Mittelwert dieser Sequenz ist wiederum 13, unabhängig, welcher Mittelwerttyp zur Rechnung herangezogen wird. Dies liegt daran, dass die Zahlen gleich sind. Sind die Zahlen einer Zahlensequenz ungleich, fällt ihr Lagemaß je Mittelwerttyp unterschiedlich groß aus. Die zwei am häufigsten genutzten Mittelwerte in Finanztheorie und -praxis sind das arithmetische Mittel – häufig auch nur „Durchschnitt“ genannt – sowie das geometrische Mittel.⁷⁹

Das arithmetische Mittel, a , lautet

$$a = [1/n] \times [x_1 + x_2 + \dots + x_n] = [1/n] \times \sum_{i=1}^n x_i, x_i \in \mathbb{R}.$$

Hierbei steht n für die Anzahl der Beobachtungen, alle x (die Beobachtungen selbst) sind einfach beliebige reelle Zahlen. Das arithmetische Mittel summiert alle Beobachtungen, um was es auch immer geht,⁸⁰ und teilt den Wert durch die Anzahl der Beobachtungen oder nimmt ihn, wie in der obigen Formelschreibweise, mal ein n -tel, was dasselbe ist.⁸¹ Das arithmetische Mittel eignet sich gut zur Beschreibung von Zufallsprozessen mit konstantem Mittelwert, etwa dem wiederholten Münzwurf oder verschiedenen Fragen der statistischen Physik.

Das geometrische Mittel, g , ist grundsätzlich ein wenig kleiner als das arithmetische Mittel, bis auf eine Ausnahme: Die Zahlensequenz, aus der der Mittelwert gebildet werden soll, enthält nur gleiche Zahlen (etwa wie oben 13, 13, 13); dann ist $g = a$. Das geometrische Mittel, synonym, wenn es um Finanzen geht, auch „geometrische Rendite“ (G), eignet sich gut zur Beschreibung von Wachstumsprozessen, also Zeitreihen mit nichtkonstantem Mittelwert. Beispiele sind Börsen-

⁷⁹ Andere Lagemaße sind etwa Modus und Median sowie das harmonische und das quadratische Mittel. Vergleiche für Näheres zum Beispiel Ferschl (1978, Kap. 3).

⁸⁰ Beispiele: Schulnoten, Aktienrenditen, Körpergrößen.

⁸¹ Sind den Beobachtungen Häufigkeiten (ω) zugeordnet, ändert sich die Formel in (hier Kurzschreibweise) $a = \sum \omega x / \sum \omega$.

kurshistorien oder das Wachstum von Pilzkulturen in der biologischen Forschung. Die Formel lautet:⁸²

$$g = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \cdots \times x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}, x_i \in \mathbb{R}^+.$$

Das geometrische Mittel, anders als das arithmetische Mittel, liefert nur für positive reelle Zahlen sinnvolle Ergebnisse.

Die Ungleichheit von a und g , die sogenannte A-G-Ungleichung, hat systematische Gründe; hier ein kurzer Beweis (nach Korowkin, 1965, S. 12-13)⁸³: Aus dem geometrischen Mittel g lässt sich ganz grundsätzlich (zu Anschauungszwecken) auch konstruieren

$$[1] \quad 1 = \sqrt[n]{\frac{x_1}{g} \times \frac{x_2}{g} \times \cdots \times \frac{x_n}{g}},$$

woraus folgt

$$[2] \quad \frac{x_1}{g} \times \frac{x_2}{g} \times \cdots \times \frac{x_n}{g} = 1.$$

Ebenso gilt (Korowkin, 1965, S. 9, danach wieder S. 12-13): Wenn das Produkt n positiver Zahlen gleich eins ist, ist die Summe dieser Zahlen mindestens gleich n . Die Summe ist genauer gesagt größer oder gleich n , wenn die Zahlen x alle gleich sind; sie ist größer n , wenn die Zahlen ungleich sind.⁸⁴

Da [2] gleich eins ist, kann die Summe der x nicht kleiner n sein, das heißt, es gilt

$$[3] \quad \frac{x_1}{g} + \frac{x_2}{g} + \cdots + \frac{x_n}{g} \geq n.$$

Durch Multiplikation beider Seiten mit g und Division durch n ergibt sich die A-G-Ungleichung:

⁸² Sind den Beobachtungen Häufigkeiten zugeordnet, ändert sich die Formel in $g = [\prod x^\omega]^{1/\sum \omega}$.

⁸³ Siehe alternativ zum Beispiel Hlawka (1990, S. 34-35). Ein Gesamtstandardwerk zu mathematischen Ungleichungen ist Mitrinović und Vasić (1970). Vergleiche dort zur A-G-Ungleichung Abschnitt 2.1. Der Beweis beinhaltet das harmonische Mittel (h) und ist komplizierter. Es gilt, sind die x -Glieder nicht alle gleich: $h < g < a$. Interessant im vorliegenden Zusammenhang: Das geometrische Mittel ist gleich der n -ten Wurzel des Produkts aus arithmetischem und harmonischem Mittel, $g = \sqrt[n]{ah}$ (Maor & Jost, 2014, S. 31). Das harmonische Mittel lässt sich schreiben: $h = n \prod_1^n x / \sum_1^n x$.

⁸⁴ Ein Beispiel: Seien die x gegeben durch $\{1,2,1,2\}$, so dass $n = 4$. Dann sind Produkt gleich vier und Summe gleich sechs, das heißt, die Summe ist größer n .

$$[4] \quad a = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \geq g.$$

Gleichheit von a und g besteht also nur dann, wenn gilt $x_1/g = x_2/g = \dots = x_n/g = 1$, das heißt, wenn $x_1 = x_2 = \dots = x_n = g$ ist. Sind die Zahlen x ungleich, ist a stets größer g .

Warum sich Wachstumsprozesse besser mit g als mit a beschreiben lassen (sie können zusätzlich Zufallsprozesse sein), zeigt ein Zahlenbeispiel (Wong, 2011, S. 116-117). Sei ein Aktienkurs im Zeitablauf, etwa Jahren, gegeben durch die Dollarbeträge 100, 150, 75, 90 und 72. Dann hat sich das Wertpapier wie folgt bewegt: 50%, -50%, 20% und -20%. Das arithmetische Mittel dieser Werte lautet null (Prozent), was unmittelbar klar ist, weil sich die Zahlen 50, -50, 20 und -20 gegenseitig aufheben und null geteilt durch vier null ergibt. Allerdings ist „genau null Prozent“ eine sonderbare Durchschnittsrendite für eine Aktie, die gesunken ist (deutlich von 100 auf 72 Dollar). Das geometrische Mittel dagegen liefert eine plausiblere Durchschnittsrendite:

$$g = \left[\sqrt[4]{1,5 \times 0,5 \times 1,2 \times 0,8} - 1 \right] \times 100 = -7,88\%.$$

Zieht man vom Anfangskurs der Aktie, 100 Dollar, viermal hintereinander 7,88 Prozent ab, findet man sich korrekt bei 72 Dollar wieder, dem Aktienkurs nach vier Perioden.

Das folgende (Text-Anhangs-)Kapitel 3 wird sich mit zwei im Schrifttum klassisch gewordenen Anwendungen des geometrischen Mittels beziehungsweise der geometrischen Rendite befassen:

- Henry Latané's *Criteria for Choice Among Risky Ventures* (Latané, 1959) und
- John Kelly's *A New Interpretation of Information Rate* (Kelly, 1956).

Weiters wird es um das grundsätzliche Problem der Ableitung der *erwarteten* geometrischen Rendite gehen.

Text-Anhang 3: Grundlagen II: Das Schrifttum um die (erwartete) geometrische Rendite (G)

In der Finanzliteratur findet sich nur wenig Forschung zur Ermittlung der „wahren“ erwarteten Rendite von Assets. In der Regel wird als Schätzer für die erwartete Rendite einfach die durchschnittliche Rendite der Vergangenheit genommen. Dies ist aus zwei Gründen unbefriedigend. Zum einen sind historische Schätzer bekanntermaßen nicht sehr zuverlässig, was sich am „Tage X“ häufig zeigt (in der Form, dass die Prognose falsch war). Zum anderen erscheint der Rückgriff auf Durchschnittsrenditen wenig analytisch. Er verkennet, dass die Durchschnittsrendite in $t + n$ (der Zukunft) sehr wahrscheinlich eine andere sein wird als die in t (der Gegenwart). Der Grund für die differierende Rendite ist offensichtlich: Die Zukunft ist unsicher.

Wäre sie es nicht, müssten sich alle (rationalen) Marktteilnehmer eigentlich nur auf das Asset oder Portfolio mit der größten – dann: sicheren – erwarteten Rendite stürzen (und der Preis würde wohl ins Unermessliche steigen). Ein solches Szenario ist natürlich nicht realistisch. Doch mag es die Autoren Henry Latané und John Kelly (unabhängig voneinander; Kelly, 1956; Latané, 1956, 1957, 1959) in den 1950er-Jahren auf eine Idee gebracht haben: Wenn das Portfolio (bei Kelly: Glücksspiel) mit der größten historischen Rendite (Gewinnchance) schon nicht *sicher* auch in der Zukunft das gewinnträchtigste ist – wie lautet dann die Wahrscheinlichkeit, dass dies aber eben doch so sein wird? Die Antwort mag verblüffen: Die Wahrscheinlichkeit nähert sich 100 Prozent *beliebig nahe* an (Kelly, 1956, S. 920; Latané, 1959, S. 147). In der sehr langen Frist.

Der Kelly-Latané-Ansatz und das Schrifttum zur erwarteten geometrischen Rendite werden im Folgenden detailliert vorgestellt werden. Die Theorie Latanés macht den Anfang (Abschnitt 3.1). Es folgen das sogenannte Kelly-Kriterium (Abschnitt 3.2) und die Literatur zur erwarteten geometrischen Rendite (Abschnitt 3.3).

Text-Anhang 3.1: Die Theorie der Maximierung von G

Latané befasste sich genau gesagt mit dem Problem der rationalen Wahl unter riskanten Anlagealternativen. Nach Latané (1959, S. 144) lässt sich das Problem

in drei Schritte zerlegen, wobei Schritt eins sein Fokus ist: (1) Wahl eines Ziels und Definition von Kriterien zur Wahl unter Alternativen. (2) Erstellung einer Ergebnismatrix. (3) Wahl einer Strategie unter Berücksichtigung der Schritte eins und zwei. – Das Ziel aus Schritt eins wird in eine Zielhierarchie untergliedert: (1) das Gesamtziel, (2) ein Unterziel und (3) ein Kriterium zur Wahl zwischen gleich guten Alternativen. Die Ergebnismatrix (vergleiche Darstellung 2), bestehend aus den möglichen Ergebnissen und ihren Eintrittswahrscheinlichkeiten, lässt sich in subjektiven oder objektiven Werten ausdrücken, das heißt in Nutzeneinheiten oder Geld- beziehungsweise Renditewerten (Latané, 1959, S. 145). Das Gesamtziel des Entscheiders ist, diejenige Strategie zu wählen, die ihm das maximal mögliche (das heißt das bestmögliche) Ergebnis liefert. Für den Fall, dass aber mehrere Alternativen gleich gut sind, benötigt er ein Unterziel.

Portfolio	Mögliche Ergebnisse				
	Zustand 1	...	Zustand j	...	Zustand y
Portfolio 1	Rendite 1; 1	...	Rendite 1; j	...	Rendite 1; y
⋮	⋮	...	⋮	...	⋮
Portfolio k	Rendite k ; 1	...	Rendite k ; j	...	Rendite k ; y
⋮	⋮	...	⋮	...	⋮
Portfolio x	Rendite x ; 1	...	Rendite x ; j	...	Rendite x ; y
Eintrittswahrscheinlichkeit	p_1	...	p_j	...	p_y

Darstellung 2 Variante der Latané'schen Ergebnismatrix. (Darst. ex Latané, Tuttle & Jones, 1975, S. 617.)

Dieses Unterziel besteht in der klassischen Ökonomik üblicherweise in der Maximierung des erwarteten Nutzens.⁸⁵ Latané (1959, S. 145) indes schlägt ein anderes Unterziel vor, und zwar unter folgenden Bedingungen: Die Wahl des Entscheiders ist repetitiv, das heißt nicht einmalig, und sie ist kumulativ. Letzteres bedeutet, dass Gewinne (auch negative) reinvestiert werden. Weiters muss das Gesamtziel des Entscheiders die Maximierung seines Anfangsvermögens über eine „große Zahl“ (Latané, 1959, S. 145) von Einzelentscheidungen sein. Latané schlägt als Unterziel vor, diejenige Strategie zu wählen, die die relativ (zu allen anderen Alternativen) größte Wahrscheinlichkeit besitzt, das Vermögen des Entscheiders maximal zu mehrten. Latané nennt dieses Ziel das P' -Unterziel (P' *sub-goal*).

⁸⁵ Zu Nutzenerwägungen vergleiche zentral von Neumann und Morgenstern (1947). Weitere Literaturhinweise finden sich in Abschnitt 4.1; dort wird das Thema noch einmal aufgegriffen.

Das P' -Unterziel ist operationalisierbarer als das aus der klassischen Ökonomik bekannte Ziel der Maximierung des erwarteten Nutzens (Latané, 1959, S. 145). Der empfundene Nutzen einer Person entzieht sich weitgehend einer exakten Messung (etwa Fabozzi, Markowitz & Gupta in: Fabozzi, Hg., 2008, S. 11-12) und dürfte im Zeitablauf auch kaum konstant sein (etwa Markowitz, 2010, S. 6). Noch schwieriger wird es, wenn der Nutzen von Personengruppen, etwa Unternehmen, veranschlagt werden soll (Latané, 1959, S. 145; implizit auch Markowitz, 1990, S. 100).

Der Endzweck des Portfoliomanagements nach Latané ist, ein Portfolio zu wählen, das das Vermögen am Ende einer Periode von n Jahren maximiert (Latané, 1959, S. 146). Sei zum Beispiel W_i^n der Endwert eines Dollars investiert in Portfolio i , wenn die Renditen n -mal reinvestiert werden. Dann ist das Ziel des Portfoliomanagements, das Optimumportfolio zu wählen, für das gilt $W_{opt}^n \geq W_i^n$ mit $i = 1, \dots, t$.

Diese Zielsetzung kann nach Latané als Basis für die Wahl zwischen Portfolios aber nicht angesetzt werden, weil ex ante nicht bekannt ist, welches Portfolio das Optimumportfolio sein wird. Latané's P' -Portfolio dagegen ist das Portfolio, für das gilt, dass es mit der größten relativen Wahrscheinlichkeit die anderen möglichen Portfolios schlagen oder zumindest mit ihnen gleichlaufen wird. Voraussetzung ist, dass n groß ist. Es zeigt sich, dass das P' -Portfolio dasjenige Portfolio ist, dessen geometrische Rendite relativ zu den anderen Portfolios die höchste ist (Latané, 1959, S. 146-147). Der Grund, warum dies so ist, das heißt, warum Wahrscheinlichkeit und geometrische Rendite bei großem n zusammenhängen, liegt im Gesetz der großen Zahlen (Latané, 1959, S. 147) und ist unbestritten (etwa Samuelson, 1969, S. 246; Markowitz, 1970, S. 116-119).

Beim Werfen einer regulären Münze lautet die theoretische Wahrscheinlichkeit bekanntlich „50 Prozent Zahl, 50 Prozent Kopf“ (im Folgenden ähnlich Wallis & Roberts, 1969, S. 94-95). Es ist aber stets möglich, dass es zu (kleineren) Abweichungen von dieser Regel kommt, unabhängig, ob viel oder wenig geworfen wird. Die Grundlage des Gesetzes der großen Zahlen liegt in den Begriffen „absolut“ und „relativ“. Die Zahl der Abweichungen von der 50-50-Regel für eine faire Münze wird sich mit der Zahl der Versuche absolut immer weiter erhöhen – aber relativ sinken. Die Zahl der Abweichungen mag sich absolut summieren, mit immer mehr

Versuchen wird sich das Verhältnis Zahl zu Kopf aber (eben relativ) der theoretischen Wahrscheinlichkeit „50 Prozent Zahl, 50 Prozent Kopf“ annähern.

Das „zentrale Faktum“ (Latané, 1959, S. 147) der Theorie Latanés ist nun Folgendes: Sei das Beispielportfolio von oben, i , zu Beginn mit genau einem Dollar bepreist. Und liege der Geldwert des Portfolios nach einem Jahr bei einem der möglichen Werte $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ik}$ mit den Eintrittswahrscheinlichkeiten p_1, p_2, \dots, p_k . Dann wird, sofern die Gewinne (und Verluste) n -mal reinvestiert wurden und n hoch ist, W_i^n (das Vermögen) gegen die Größe $G_i^n = a_{i1}^{p_1 \times n} \times a_{i2}^{p_2 \times n} \times \dots \times a_{ik}^{p_k \times n}$ konvergieren, „die n -te Potenz des geometrischen Mittels der Wahrscheinlichkeitsverteilung der jährlichen Renditen des Portfolios“ (Latané, 1959, S. 147; Übersetzung D.S.).

Dies kommt zustande, weil jedes mögliche α -Ergebnis (siehe oben) dazu tendiert, $n \times p$ -mal einzutreten, wenn n groß ist – das Gesetz der großen Zahlen. Mit anderen Worten: Das Portfolio mit der größten geometrischen Rendite ist langfristig „fast sicher“ (Latané, 1959, S. 147) wertvoller als jedes andere Portfolio, dessen G signifikant anders lautet. Daher, so Latané, kann G als rationales Kriterium zur Wahl unter Portfolios angesehen werden.

Die Theorie der Maximierung von G kommt ohne klassische Nutzenfunktionen aus. Das heißt, ein Anleger muss sich nicht fragen, welchen subjektiven Nutzen ihm ein bestimmtes Portfolio bringt; es reicht der objektive Geldwert (Latané, 1959, S. 150). Latané zeigt dies im Mittelteil seines Aufsatzes anhand von Bernoulli (1954; Übersetzung von 1738) sehr ausführlich. Latanés Theorie ist grundsätzlich aber auch mit der Bernoulli-Nutzenfunktion vereinbar (Latané, 1959, S. 150). Letztere besagt, dass der Nutzen für eine Person mit jedem kleinen Zuwachs Vermögen um den Kehrwert dessen steigt, was die Person zuvor schon besessen hat (Bernoulli, 1954, S. 25).

Dann allerdings, so Latané, variieren die Renditen mit ihren Logarithmen, da man „ $\log W$ “ erhält, wenn man „ $1/W$ “ (Bernoullis Kehrwertoperation) integriert, so dass umso mehr die Größe G anstatt des erwarteten Nutzens als Kriterium für die Wertermittlung von Portfolios verwendet werden kann (Latané, 1959): „Das arithmetische Mittel der Logarithmen (des Nutzens) der Renditen wird maximiert, wenn G maximiert wird.“ (S. 151; Übersetzung D.S.) Dies wird klar, wenn man bedenkt,

dass der Logarithmus des geometrischen Mittels gleich dem arithmetischen Mittel der Logarithmen der Einzelwerte ist, $\log G = [1/n] \times [\log x_1 + \log x_2 + \dots + \log x_n]$.

Latanés Theorie steht in direkter Konkurrenz zur modernen Portfoliotheorie, entwickelt von Markowitz (1952) und Roy (1952). Die Portfoliotheorie besagt grob, dass ein Anleger dasjenige Portfolio wählen sollte, das bei gegebener Rendite die kleinste Varianz aufweist beziehungsweise bei gegebener Varianz die größte Rendite (Markowitz, 1952, S. 82). Von diesen „effizienten“ Portfolios, wie sie genannt werden, existieren mehrere. Doch, wie Latané (1959, S. 153) anmerkt, macht Markowitz keine Angaben darüber, auf welche Weise ein Entscheider unter den effizienten Portfolios rational wählen könnte.

Markowitz überlässt es der individuellen Risikoneigung des Anlegers, welches Portfolio dieser wählt (Markowitz, 1970, S. 274-303). Hiernach ist das Problem⁸⁶ nur über eine individuelle Nutzenfunktion lösbar, die indes sicherlich nicht jeder Investor von sich kennt (etwa Markowitz, 1991, S. 476).⁸⁷ Latané sucht deshalb gerade ein *objektives* Kriterium zur Auswahl von Portfolios und zitiert pointiert Roy (1952), einen Gegner (Levy, 2016, S. 6) der Nutzentheorie: „Jemand, der Rat zu seinen Anlageentscheidungen sucht, wird kaum dankbar sein für den Tipp, er solle den erwarteten Nutzen maximieren.“ (S. 433; Übersetzung D.S.)

Roy (1952) schlägt in der Tat ein zur Nutzenfunktion alternatives Auswahlkriterium vor. Optimal ist hiernach dasjenige Portfolio, welches die Division $[E - M] / S$ maximiert.⁸⁸ Dabei ist E die erwartete Portfoliorendite, M eine subjektiv festgelegte Minimumrendite, die der Anleger mindestens wünscht, und S die geschätzte Portfolio-Standardabweichung. Das Pendant zur individuellen Nutzenfunktion ist im Roy'schen Portfolio-Selektionsmodell also M . Roy teilt mit Markowitz den Gedanken, dass die Standardabweichung beziehungsweise deren Quadrat, die Varianz, das Risiko riskanter Anlagen sei. Roys (sogenanntes „*Safety First*“-)Kriterium sagt aus, dass zwischen der Rendite-Risiko-Dynamik der zur Auswahl stehenden Portfolios, erfasst durch E und S , und der subjektiv festgelegten Minimumrendite M

⁸⁶ Ein Beispiel: Es stehen zwei Portfolios, a und b , zur Auswahl; die erwartete Rendite ist E , die Varianz V . Gilt $E_a < E_b$, $V_a < V_b$, das heißt, sind die Portfolios trotz differierender Rendite und Varianz gleichwertig, dann steht der oder die Anlegerin vor einem Auswahl dilemma (Thorp, 1969, S. 291).

⁸⁷ Vergleiche aber, das Problem des Nichtkennens der Nutzenfunktion relativierend, Levy und Markowitz (1979) sowie Markowitz (2010, S. 6).

⁸⁸ Roy nutzt andere Symbole.

eine Art Sicherheitsabstand liegt – und dass dieser möglichst groß sein sollte. Daher wird die Division maximiert, das heißt: das Portfolio gewählt, das den größten Quotienten Q aufweist. Die erwartete Rendite ist bei Roy, wie bei Markowitz, das arithmetische Mittel der in der Vergangenheit angelaufenen Renditen.

Der große Unterschied zwischen „Latané“ und „Markowitz“ liegt tatsächlich in der Frage, ob ein rationaler Investor eine Nutzenfunktion braucht oder nicht. Der Latané-Investor braucht sie der Theorie nach nicht. Sind seine Vorstellungen von der Wahrscheinlichkeitsverteilung „korrekt“ (Latané, 1959, S. 155), ist n groß und lässt er „Alles oder nichts“-Entscheidungen aus dem Spiel, ist nicht nur ein Ruin unmöglich (Latané, 1959, S. 155), auch sein Portfolio wird das gewinnträchtigste sein (Latané, 1959, S. 147).⁸⁹ Das ist der Appeal der Theorie.

Der Markowitz-Investor dagegen benötigt nicht nur „korrekte“ Vorstellungen von der Wahrscheinlichkeitsverteilung der zur Auswahl stehenden Anlagen, er muss sich auch über seine Risikoneigung intensiv Gedanken machen und eine Nutzenfunktion zumindest „imitieren“ (Markowitz, 1970, S. 285). Nimmt man den (neben Rendite und Varianz) eigentlichen Kern von „Markowitz-Roy“ hinzu – die Kovarianz zwischen allen Einzelanlagen im Portfolio –, wird es für den Anleger noch weit komplizierter. Für ein Portfolio der Größe n (Aktien) sind nicht nur jeweils n erwartete Renditen und Varianzen zu ermitteln, sondern auch $n \times [n - 1]/2$ Kovarianzen – eine Zahl, die groß werden kann (zum Beispiel Elton, Gruber, Brown & Goetzmann, 2007, 131-132).

Umfasst ein Portfolio beispielsweise 25, 50 oder 100 Aktien, liegt die Zahl der zu ermittelnden Kovarianzen bereits bei 300, 1.225 beziehungsweise 4.950. Die Zahl

⁸⁹ Die Superiorität des Latané-Portfolios lässt sich mathematisch wie folgt zeigen (Latané, 1959, S. 147; hier nach Markowitz, 1976, S. 1273-1274): Laute ein Anfangsvermögen W_0 , und seien t und T die Investitionsperioden und die Endperiode (bei Latané „ n “ genannt). Dann lautet das Endvermögen $W_T = W_0 \times \prod_{t=1}^T [1 + r_t]$; r_t ist die Rendite des Portfolios in t . Term W_0 lässt sich auf die linke Seite der Gleichung bringen. Durch Logarithmieren beider Seiten ergibt sich $\ln[W_T/W_0] = \sum_{t=1}^T \ln[1 + r_t]$. Das Gesetz der großen Zahlen bewirkt nun mit einer Wahrscheinlichkeit von eins (100 Prozent) $\lim_{T \rightarrow \infty} 1/T \times \ln[W_T/W_0] = E\{\ln[1 + r]\}$. Die rechte Seite der Gleichung entspricht der erwarteten Logrendite des Portfolios. Das Gesetz der großen Zahlen sorgt weiters dafür, dass, wenn $E\{\ln[1 + r]\}_a > E\{\ln[1 + r]\}_b$, dann $W_{a,T}/W_{b,T} \rightarrow \infty$. Das heißt, geht T gegen unendlich, wird Portfolio a mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit *unendlich viel wertvoller* sein als Portfolio b . Ergo: Zu wählen ist das Portfolio mit der größten erwarteten Logrendite; dieses ist langfristig das wertvollste Portfolio – Latané’s Punkt. (Da die Logrendite, die die Latané-Investorin wählt, naturgemäß positiv ist, und da die Investorin – offenbar – niemals ihr gesamtes Vermögen einsetzt, ist ferner ein Ruin unmöglich. Letztere Strategie, ausnahmslos nur einen Bruchteil seines Kapitals einzusetzen, ist in der Regel gleichbedeutend mit der Anwendung des „Kelly-Kriteriums“. Dieses wird in Abschnitt 3.2 diskutiert werden.)

der Kovarianzen ist dabei nicht nur groß, sie steigt exponentiell mit der Größe des Portfolios. Erschwerend kommt hinzu, dass Portfolios mit geringer Innenkovarianz schwierig zu finden sind – Aktien laufen am Markt für gewöhnlich in *dieselbe* Richtung (etwa Brealey, Myers & Allen, 2014, S. 178).

Vor diesem Hintergrund ist es ein wenig verwunderlich, dass sich der Latané-Ansatz in der Praxis nicht gegen „Markowitz“ durchgesetzt hat. Ein schlichter Grund könnte sein, dass das geometrische Mittel in der praktischen Anwendung weniger intuitiv erscheint als das arithmetische Mittel (der „Durchschnitt“ also). Die Portfoliotheorie, die dominierende der beiden Theorien, wird als explizites Einperiodenmodell (etwa Merton, 1973b, S. 867) indes eher mit dem arithmetischen Mittel verbunden.⁹⁰

Gemein ist beiden Modellen, dass sie eher einen (idealen) Prozess beschreiben, als dass sie numerische Ergebnisse zu liefern suchten, etwa erwartete Assetpreise. Dies wiederum erklärt die relativ zur Portfoliotheorie größere Bedeutung der Asset-Pricing-Modelle in der Praxis (etwa, implizit, Brealey et al., 2014, S. 209, erster Satz).⁹¹ Es zeugt in jedem Fall von Uneitelkeit, dass Markowitz die Theorie Latanés, außer beim Thema Nutzenfunktionen, sogar unterstützt (Markowitz, 1976).

In der Forschung (im Gegensatz zu großen Teilen der Praxis) wird die Theorie Latanés bis heute durchaus aufgegriffen, erreicht aber auch hier nicht die Bedeutung der Portfoliotheorie. Wichtige Arbeiten, die den Ansatz zum Teil fortentwickeln, stammen von

- Latané und Tuttle (1967; Präsentation von Kriterien zur Zusammenstellung von Latané-Portfolios),
- Latané und Young (1969, 1971; empirische Tests von Latané-Portfolios sowie „Reply“ auf Jones, 1971, eine Kritik an Latané & Young, 1969),
- Young und Trent (1969; Thematisierung des Zusammenhanges zwischen dem geometrischen Renditemittel und den ersten vier Momenten: arithmetisches Renditemittel, Varianz, Schiefe und Kurtosis),

⁹⁰ Beachte aber Markowitz (1970, S. 116-125; 1976). Der Autor äußert sich hier zur Portfoliotheorie in der langen Frist mit G anstelle des arithmetischen Mittels.

⁹¹ Das bekannteste Asset-Pricing-Modell, das „CAPM“, wird in Abschnitt 4.2 vorgestellt werden. Vergleiche zur mathematischen Einführung in die Asset-Pricing-Modelle etwa Cochrane (2005).

- Samuelson (1969, 1971, 1979; Kritikschriften des prominentesten Gegners des Kelly-Latané-Ansatzes; beachte aber auch Samuelsons Respektsbekundung für Latané und seine Theorie in Trent & Kemp, 1984, S. 172; beachte ebenfalls Samuelson & Merton, 1974, eine weitere Kritik an „Kelly-Latané“),
- Hakansson und Liu (1970; „Generalisierung“ des Latané-Ansatzes; Bezug auch auf Breiman, 1961, eine Fortentwicklung von Kelly, 1956),
- Roll (1973; empirischer Test des Latané-Modells),
- Fama und MacBeth (1974; Gegenüberstellung „Markowitz“ und „Latané“),
- Merton und Samuelson (1974; Kritik an „Kelly-Latané“),
- Elton und Gruber (1974; „Beweis“, dass das Maximum- G -Portfolio auf der markowitzschen Effizienzkurve liegt),
- Markowitz (1976; wohlwollende Gegenüberstellung von „Kelly-Latané“ und „Markowitz“, Bezug: die lange Frist),
- Vander Weide, Peterson und Maier (1977; Vorschlag für eine Umsetzungsstrategie des Latané-Ansatzes) sowie
- Latané (1978, 1979; Generelles zu „Latané“ sowie „Reply“ auf Ophir, 1978, eine Kritik am Latané-Ansatz).

Umfangreiche Literaturarbeiten zu „Kelly-Latané“ kommen von Christensen (in: Györfi, Ottucsák & Walk, Hg., 2012) und Estrada (2010).

Professor Henry Latané starb 1984. Er war rund 20 Jahre als Wertpapieranalyst für Bankers Trust und Lionel D. Edie tätig. Später lehrte er an der Universität North Carolina als „Meade H. Willis, Sr. Professor of Investment Banking“. Latané's Werk wird in Trent und Kemp (1984) diskutiert; dort findet sich auch eine Kurzbiografie.

Professor Harry Markowitz, geboren 1927, ist bis heute (2018) als Akademiker und Unternehmer aktiv. Er lehrt an der University of California San Diego. Sein Unternehmen, eine Finanzberatung, heißt Harry Markowitz Company. Im Jahr 1990 erhielt Markowitz den Wirtschaftsnobelpreis.

Professor Andrew Roy, der sich im Anschluss an Roy (1952, 1956) anderen ökonomischen Themen zuwandte (Markowitz, 1999, S. 6), starb 2003. Sein Safety-first-Kriterium, ein in Roy (1952) vorgestelltes Portfolio-Auswahlkriterium, wird bis

heute zitiert (vergleiche stellvertretend Spremann, 2006, S. 99-115, oder Elton et al., 2007, S. 225-228). Biografisches zu Roy findet sich in Sullivan (2011).

Text-Anhang 3.2: Das Kelly-Kriterium

Latané stellte seine Ideen zu „geometrischen“ Portfolios erstmals 1956 öffentlich auf einer Veranstaltung der Cowles Foundation (einer Yale-Institution) vor (Latané, 1956; 1978, S. 395). Im gleichen Jahr veröffentlichte John Kelly, ein Bell-Labs-Physiker, ein Gedankenexperiment (Kelly, 1956). Warum nicht Sportwetten, überhaupt Wetten, unter Gesichtspunkten der Informationstheorie (zentral Shannon, 1948) sehen (im Folgenden Kelly, 1956, S. 917-920)? – Sei ein Spieler Empfänger von Wettinformationen, die ein Sender in einen Kommunikationskanal schickt. Sei es ferner so, dass der Spieler auf die gegebenen Informationen noch Wetten platzieren kann und dass die Wettquoten mit den Wahrscheinlichkeiten übereinstimmen. Wie fast jeder Kommunikationskanal ist auch dieser nicht perfekt und beinhaltet ein gewisses Rauschen, zum Beispiel aufgrund der Qualität des Kanalaufbaus. Dieses Rauschen macht die Informationen ein Stück weit (genauer: proportional zum Rauschen) unsicher.

Wäre der Kanal perfekt, könnte der Spieler sein komplettes Vermögen in jede einzelne Wette einbringen. Weil die Wettquote mit der Wahrscheinlichkeit übereinstimmt (bei perfektem Kanal gleich eins oder 100 Prozent), erhält der Spieler einen Dollar Gewinn für jeden Dollar, den er wettet. Sein Kapital wächst bei n Wetten exponentiell um den Faktor 2^n , die geometrische Rendite. Würde der Spieler bei einem verrauschten Kommunikationskanal ebenfalls sein gesamtes Vermögen einsetzen, wäre er notwendig irgendwann ruiniert, da wegen des Rauschens ja auch falsche Informationen kommen. Es liegt also nahe, dass der Spieler bei imperfektem Kanal jeweils nur eine Fraktion seines Kapitals wetten sollte. Aber in welcher Höhe? Welche Fraktion ist optimal zur Maximierung des Kapitals?

Kelly (1956, S. 919-920) schlägt folgendes Formelwerk vor. Zunächst einmal ist das Endvermögen des Spielers durch

$$V_N = [1 + l]^W \times [1 - l]^L \times V_0$$

repräsentiert. Hierbei stehen W und L für die Anzahl der Gewinne und Verluste der einzelnen Wetten, l für die wiederholt eingesetzte Fraktion des Kapitals, V_0 für das Anfangsvermögen und N für die Gesamtzahl der Wetten. Bringen des Terms V_0 auf die linke Seite der Gleichung, Logarithmieren sowie Teilen beider Seiten durch N führt zur geometrischen Rendite – dem Faktor, mit dem das Kapital des Spielers wächst:

$$G = \lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ \frac{W}{N} \times \log[1 + l] + \frac{L}{N} \times \log[1 - l] \right\} = q \times \log[1 + l] + p \times \log[1 - l].$$

Das Grenzwertsymbol weist darauf hin, dass N groß ist, das heißt, dass (nahezu unendlich) viele Wetten nacheinander ausgeführt werden. W/N und L/N , die relativen Häufigkeiten, werden so zu q und p , den theoretischen (oder auch „echten“) Wahrscheinlichkeiten. Der Logarithmus ist zur Basis zwei (Kelly, 1956, S. 919).

Die Frage ist nun, wie G im Hinblick auf l maximiert werden könnte. Nach Kelly (1956, S. 920) lassen sich hierzu die Terme $[1 + l]$ und $[1 - l]$ einfach durch $2 \times q$ und $2 \times p$ ersetzen. Die Variablen q und p stehen für die Wahrscheinlichkeiten, dass die Informationen richtig oder falsch sind, „ $2 \times$ “ kommt zustande wegen der anfangs angenommenen Verdopplung des Wetteinsatzes im Gewinnfall. Unter diesen Umständen gilt

$$G_{max} = p \times \log[2 \times p] + q \times \log[2 \times q] = 1 + p \times \log p + q \times \log q = R.$$

Dies wiederum ist eine Kernbotschaft von Kelly (1956, S. 920 und S. 922). Denn G_{max} , die maximale geometrische Rendite, ist gleichbedeutend mit der Übertragungsrate der Information nach Shannon (1948; Shannon & Weaver, 1976, S. 78-87), genannt „ R “. Die Konzepte sind identisch.⁹²

⁹² Die Shannon'sche Informationstheorie wird in (Text-Anhangs-)Kapitel 6 (teil-)erörtert werden. Trotzdem kurz zur Übertragungsrate der Information, R : Claude Shannons Kommunikationskanal ist – wie der Kellys – binär (digital) und durch ein Rauschen gestört. Es werden Nullen und Einsen übertragen. Wäre der Kanal nicht gestört, so läge die Wahrscheinlichkeit, dass entweder eine Eins oder eine Null *korrekt* übertragen wird, bei $p = 1$ (oder 100 Prozent). Dieser (und jeder andere) Grad an (Un-)Sicherheit, genannt (Informations-)Entropie, lässt sich nach Shannon (1948) wie folgt beziffern: $H = -[p \log_2 p + q \log_2 q]$. Diese sogenannte binäre Entropiefunktion gilt für jedes erdenkliche p und damit auch für $q = 1 - p$; p und q ergeben zusammen stets eins. Die Maßeinheit der Entropie lautet „Bit“ (bt). In einem Kommunikationssystem existieren mehrere Entropien. Shannons R ergibt sich als Differenz $H[x] - H_y[x]$. Ersteres H entspricht der Entropie der Quelle der gesendeten Informationen, letzteres H ist, vereinfacht gesagt (und daher nicht ganz korrekt), die Entropie des Nachrichtenziels. Diese Entropie wird „bedingte Entropie“ genannt oder auch „Äquivokation“; sie ist nach Shannon (1948; hier Shannon & Weaver, 1976) „ein Maß für die fehlende Information“ (S. 79). Zieht man die bedingte Entropie von der Quell-Entropie ab, erhält man

Kellys eigentlicher Punkt ist aber, da es primär um eine Wettstrategie geht: Der Spieler muss keinen Ruin fürchten.⁹³ Sein Kapital überragt nach N Wetten sogar das Kapital jedes anderen Spielers, der ein anderes l wählt (Kelly, 1956, S. 920). Der Grund, warum die Terme $[1 + l]$ und $[1 - l]$ einfach durch $2 \times q$ und $2 \times p$ ersetzt werden können, ist der gleiche wie bei Latané (1959, S. 147) – das Gesetz der großen Zahlen. Ein Anfangsvermögen von genau einem Dollar konvergiert bei großem N explizit gegen G . Die relativen Gewinn- und Verlusthäufigkeiten gehen dabei, das heißt im Grenzwert, in die theoretischen Wahrscheinlichkeiten über. Auch benötigt der Kelly-Spieler, wie der Latané-Investor, keine Nutzenfunktion (Kelly, 1956, S. 918). Sie ist überflüssig, weil es um die Maximierung eines objektiven Wertes geht (des Vermögens), keines subjektiven (des Nutzens).

Das (im Nachgang zu Kelly, 1956) sogenannte Kelly-Kriterium, etwa in der Schreibweise (zum Beispiel Thorp, 1984)

$$l = [b \times p - q]/b,$$

spielt heute eine nicht unerhebliche Rolle in der globalen Wettszene (etwa Poundstone, 2005). Die Variable p steht inzwischen allerdings für die Wahrscheinlichkeit, dass die Information richtig ist, q steht für falsch (und ist weiter gleich $1 - p$); b ist der Betrag, den ein Spieler im Gewinnfall auf seinen Wetteinsatz „obendrauf“ erhält.⁹⁴ Wird im Verlustfall nicht die gesamte Fraktion des Kapitals eingezogen,⁹⁵

R. Ein Beispiel (Shannon & Weaver, 1976, S. 78-80): Eine Quelle („ x “) überträgt eintausend Zeichen pro Sekunde mit einer Wahrscheinlichkeit (der korrekten Übertragung) von $p = 0,99$. Das heißt, von eintausend gesendeten Zeichen kommen im Durchschnitt einhundert falsch beim Nachrichtenziel („ y “) an. Es gilt demnach $H_y[x] = -[0,99 \log_2 0,99 + 0,01 \log_2 0,01] = 0,081 \text{ bt}$ pro Zeichen. Oder anders: Das System sendet mit einer Leistung von $1000 - 81 = 919 \text{ bt}$ pro Sekunde. Wäre die Störung maximal – gälte also $p = q = 0,5$ (oder 50 Prozent) –, so lautete die Entropie des Ziels auf $-[0,5 \log_2 0,5 + 0,5 \log_2 0,5] = 1 \text{ bt}$ pro Zeichen respektive eintausend Bit pro Sekunde. Die Übertragungsrate der Information wäre dann gleich null, da $R = H[x] - H_y[x] = 1 - 1 = 0$. In diesem Fall herrscht maximale Unsicherheit darüber, ob die Nullen und Einsen, die empfangen werden, auch tatsächlich als Nullen und Einsen gesendet wurden – und nicht etwa, unregelmäßig, als Einsen und Nullen. Anders gesagt wird im maximal gestörten Kommunikationskanal *überhaupt keine Information* korrekt empfangen. Das Nachrichtenziel empfängt nur rein zufällig rund die Hälfte der Zeichen korrekt. Und in einem solchen Fall, ginge es – wie bei Kelly – um Wettinformationen, rangierte folgerichtig auch die geometrische Rendite um null. Anfangs- und Endvermögen bleiben dann langfristig gleich, da die eingesetzte Fraktion des Kapitals im Durchschnitt gleich oft eingezogen wie verdoppelt wird.

⁹³ Ein Ruin, das heißt $V_N = 0$, ist mathematisch unmöglich, solange $l < 1$ ist (etwa Thorp, 1969, S. 284). Dies ist bei Kelly-Wetten der Fall.

⁹⁴ Ist $b = 1$, verkürzt sich die Formel auf $l = p - q$. Ist dies so, und ist zum Beispiel $p = 0,6$, sollte der Kelly-Spieler stets 20 Prozent seines Kapitals einsetzen, weil die Differenz zwischen p und q 0,2 ist. Der Kelly-Spieler hätte folglich kein Interesse, ein „ $b = 1$ “-Lotterielos mit 50-prozentiger Gewinn- und Verlustchance zu kaufen. Manchmal wird die Kelly-Formel auch zur weiteren Risikoreduzierung nochmals aufgeteilt („fractional Kelly“; siehe zum Beispiel Davis & Lleo in: MacLean,

sondern reduziert sich der eingesetzte Betrag nur um einen Faktor $a < 1$, so lautet das Kelly-Kriterium

$$l = [b \times p - q \times a] / b.$$

Auch in der Forschung wird „Kelly“ (beziehungsweise „Kelly-Latané“) thematisiert. Interessante Arbeiten stammen zum Beispiel von

- Bellman und Kalaba (1957; Verfeinerung von Kelly, 1956),
- Breiman (1961; ebenfalls Verfeinerung der Kelly-Gewinnspielstrategie),
- Thorp (1969; Übertragung „Kellys“ und Kelly-ähnlicher Strategien auf konkrete Glücksspiele, zum Beispiel Blackjack, sowie den Wertpapiermarkt),
- Ziemba (1972; Verfeinerung von Hakansson & Liu, 1970),
- Agnew (1974; Verfeinerung von Breiman, 1961),
- Finkelstein und Whitley (1981; Fortentwicklung von „Kelly-Breiman“; Fokus: variabler statt fester Wetteinsatz),
- MacLean, Ziemba und Blazenko (1992; Verfeinerung „Kellys“ mit Fokus auf Risikominimierung; beachte auch die Tabelle mit Vor- und Nachteilen des Kelly-Kriteriums, S. 1565-1566),
- Haigh (2000; Anwendung des Kelly-Kriteriums auf sogenannte Spread-Betting-Finanzwetten),
- Evstigneev, Hens und Schenk-Hoppé (2009; die Kelly-Regel unter neo-evolutionistischem Aspekt),
- Foster und Hart (2009; stellen ein „Kelly“-ähnliches, eigenes Risikokriterium vor) sowie
- MacLean et al. (Hg., 2011; Aufsatzsammlung zu „Kelly“).⁹⁶

Dr. John Kelly, Jr. starb 1965. Er nahm als US-Soldat am Zweiten Weltkrieg teil und studierte Physik an der University of Texas at Austin. Beruflich war Kelly im

Thorp & Ziemba, Hg., 2011). Abgeleitet wird das Kelly-Kriterium folgendermaßen (hier nach Luenberger, 2014, S. 521-522, mit dem natürlichen statt dem dualen Logarithmus): Zu maximieren ist die Funktion $m = p \ln[1 + l] + q \ln[1 - l]$. Setzen der Ableitung gleich null ergibt $\{p/[1 + l]\} - \{q/[1 - l]\} = 0$. Dies führt zu $p[1 - l] - q[1 + l] = 0$ respektive $l = 2p - 1$, was äquivalent ist mit $l = p - q$, der Kelly-Regel, wenn $b = 1$.

⁹⁵ Beispiel: Kursverlust an der Börse.

⁹⁶ Weitere wichtige Studien zu „(Shannon-)Kelly-Latané“ stammen von Thomas Cover (gestorben 2012), einem früheren Elektrotechnik-Professor der Stanford University. Covers Schriften sind teils in Ko-Autorenschaft entstanden. Vergleiche etwa Bell und Cover (1980); Cover (1984); Algoet und Cover (1988); Barron und Cover (1988).

Forschungsbereich der Bell Telephone Company tätig, den „Bell Labs“. Bei Poundstone (2005) findet sich Biografisches über ihn.

Text-Anhang 3.3: Erwartete Renditen

Eine Unzulänglichkeit von „Markowitz-Roy“ und „Kelly-Latané“ ist, dass die Ansätze wenig darüber verraten, wie man die erwartete Rendite von Assets (und damit von Portfolios) berechnen könnte. Sie beschreiben weitgehend lediglich den Anlageprozess. Natürlich sind erwartete Renditen explizit ein Kern von beiden Ansätzen. Doch wird die Kenntnis des Anlegers der erwarteten Renditen dort entweder vorausgesetzt (zum Beispiel in Latané & Tuttle, 1967, S. 359), oder die erwarteten Renditen werden als simpler Durchschnitt historischer Renditen gebildet (etwa in Markowitz, 1970, S. 37-71).

Das, was man in Finanztheorie und Finanzpraxis die „erwartete Rendite“ nennt, ist tatsächlich vielfach schlicht die geometrische Rendite, also der Faktor, mit dem sich ein Kapital pro Periode verzinst. Der genaue Wert der erwarteten geometrischen Rendite kann nicht bekannt sein, da die Zukunft selbst unsicher ist. Daher nimmt man für die erwartete Rendite ersatzweise einfach die geometrische Rendite der letztmöglichen Gegenwartsperiode, t , und schreibt die Entwicklung des Assetpreises schlicht nach $t + n$ fort. Dies funktioniert mal erstaunlich gut, aber oft auch nicht; es ist kein zuverlässiger Ratgeber. Das Prozedere erscheint auch deshalb unbefriedigend, weil es wenig analytisch ist. Es erkennt nicht an, dass die Rendite in $t + n$ mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit eine andere sein wird als die in t .

Andererseits ist auch klar, dass es genaue Vorhersagen von Renditen (und damit Preisen) prinzipiell nicht geben kann, da die Zukunft ja unsicher bleibt. Insofern lässt sich eigentlich nur fragen, ob sich die Ermittlung der erwarteten Rendite optimieren lässt. Falls ja, kann dies wiederum kaum mehr sein als eine graduelle Optimierung; alles andere erscheint unwahrscheinlich. Möglich ist auch, dass im Durchschnitt gar nichts besser funktioniert, als die alte Entwicklung einfach fortzuschreiben.

Im Verlauf der vorliegenden Arbeit wird der Verfasser ein selbst entwickeltes Modell vorstellen, das es unternimmt, ebendiese graduelle Optimierung zumindest zu versuchen. Eine zweite Intention des Modells wird es sein, abzubilden, wann Assets relativ „teuer“ sind und wann „billig“, sofern sich dies überhaupt objektiv oder wenigstens plausibel sagen lässt. Die Frage „teuer/billig“ treibt die Finanzwelt ja ebenfalls um, vielleicht genauso sehr wie die Prognose selbst.

Im Schrifttum andererseits findet sich erstaunlich wenig zu möglichen Ermittlungsverfahren der erwarteten Rendite. Merton (1980), Black (1993) und Elton (1999) weisen hierauf hin. Black (1993) nennt die Schätzung der erwarteten Rendite zutreffend „das Schlüsselproblem der Investition“ (S. 36). Er argumentiert im Wesentlichen, dass es mehr Theorie braucht, um die Renditebildung am Markt im Kern zu verstehen, und weniger reines Data-Mining (Black, 1993, S. 37).

Studien zum Verständnis der statistischen Eigenschaften der geometrischen Rendite sind etwa Young und Trent (1969) sowie Michaud (1976). Bei Young und Trent (1969, S. 183) findet sich eine interessante Approximation der geometrischen Rendite, die einen Zusammenhang – über die Varianz – mit der arithmetischen Rendite offenbart: $G \cong A - V/2$ mit G und A als geometrischer beziehungsweise arithmetischer Rendite und V als Varianz.⁹⁷ Die geometrische Rendite entspricht also weitgehend der arithmetischen Rendite minus der halben Varianz. Michaud (1976, S. 11-12) weist allerdings darauf hin, dass die Formel nicht immer zufriedenstellend funktioniert.⁹⁸

Jean und Helms (1983, S. 288) bestätigen die Notwendigkeit, bessere Approximationen für die geometrische Rendite zu finden. De La Grandville (1998, S. 78-79) bestätigt ebenfalls eine gewisse Unzuverlässigkeit von $G \cong A - V/2$ in Bezug auf plausible Ergebnisse, speziell, wenn nicht sicher ist, ob die zugrunde liegenden Renditen normalverteilt sind. Er findet, dass die Hilfsannahme gleichverteilter

⁹⁷ Diese „Johnson-Fisher-Approximation“ findet sich auch bereits in Renshaw (1967, S. 139), worauf die Autoren auch hinweisen. Die Näherung wird in der Literatur manchmal auch als „Shepard’sche Korrektur“ bezeichnet, etwa in Spremann (2006, S. 68-69).

⁹⁸ Michaud (1976, S. 13-14) findet weiters einen Proportionalitäts-Zusammenhang zwischen G und dem „Beta“ des Capital-Asset-Pricing-Modells, entwickelt von Sharpe (1964) und Lintner (1965). (Das „CAPM“ wird in Abschnitt 4.2 diskutiert werden.)

Renditen unter Zuhilfenahme des zentralen Grenzwertsatzes⁹⁹ dazu führt, dass die Renditen nach kurzer Zeit normalverteilt sind.

Missiakoulis, Vasiliou und Eriotis (2007) schließlich machen auf eine interessante Schwäche der geometrischen Rendite aufmerksam: Die impliziten Informationen in den Beobachtungen *zwischen* t_0 und t gehen bei der Kalkulation von G de facto verloren. Zur Berechnung der geometrischen Rendite des Assets i werden ja nur der Anfangs- und der Endwert (Preise, P) sowie das t benötigt,

$$G_{i,t} = \sqrt[t]{\frac{P_{i,t}}{P_{i,t_0}}}.$$

Sofern t aber (zumindest relativ) groß ist und man die erwartete Rendite in $t + n$ abschätzen möchte, sollte es einen Unterschied machen, ob die Zwischenperiode relativ volatil oder stabil abgelaufen ist.

Auf diesen interessanten Punkt wird in Abschnitt 5.1 weiter eingegangen werden. Vor dem Angehen dieses Detailproblems erscheint es jedoch sinnvoll, zunächst noch mehr Licht auf die flankierenden theoretischen Zusammenhänge, den größeren Rahmen zu werfen – namentlich: die klassisch-orthodoxe Finanztheorie. Über die markowitzsche Portfolio-Selektionstheorie wurde bereits einiges gesagt. Ziel des nun folgenden (Text-Anhangs-)Kapitels 4 ist, die Probleme der traditionellen Investitionstheorie *gebündelt* zu erfassen und später (im Rahmen der Gesamtarbeit) im Verbund mit dem Teilproblem des Informationsverlustes in der geometrischen Rendite zu beantworten.

⁹⁹ Der zentrale Grenzwertsatz beschreibt die Tendenz ausreichend großer Stichproben, normalverteilt zu sein, auch wenn die Grundgesamtheit es nicht ist.

Text-Anhang 4: Exkurs I: Die orthodoxe Finanztheorie

Die Theorie der fairen geometrischen Rendite, dies wird im Verlauf des Fließtextes der eigentlichen Masterarbeit deutlich werden, nimmt für sich in Anspruch, Lösungsansätze (wohlgemerkt: Ansätze) für Probleme der traditionellen oder auch „orthodoxen“ Finanztheorie bieten zu können. Um zu verstehen, was genau an der klassischen Finanztheorie à la Markowitz und Kollegen als unbefriedigend angesehen werden könnte, scheint es angebracht, sich ebenjenes Theoriegebäude einmal Stück für Stück näher zu betrachten. Dazu soll der vorliegende Exkurs dienen. Doch zunächst: Was genau zählt zur orthodoxen Finanztheorie, und wo kommt dieser Begriff eigentlich her?

Ersteres ist im Grunde subjektiv. Allerdings wäre unter Finanzökonomen gewisslich mehrheitsfähig, dass zu so etwas wie der „orthodoxen Finanztheorie“ die folgenden fünf Bausteine gehören müssten (ebenso Miller, 1999): (1) die Markowitz'sche Portfoliotheorie, (2) das Sharpe-Lintner-Kapitalmarktmodell „CAPM“, (3) die Modigliani-Miller-Irrelevanztheoreme, (4) die Black-Scholes-Merton-Optionspreistheorie sowie (5) die Fama'sche Effiziente-Märkte-Hypothese.

Der Begriff „orthodoxe Finanztheorie“ lässt sich am ehesten dem Autor Benoît Mandelbrot (gestorben 2010) zuordnen, einem Kritiker der Theorie, der ebenfalls ein Alternativmodell zu etablieren versuchte, die „fraktale“ Finanztheorie (zusammengefasst in Mandelbrot & Hudson, 2004). Das Wort „orthodox“ wirkt allerdings unmittelbar passend, da die betreffenden Theorien und Modelle an den Hochschulen und in der Praxis (nun gut: nahezu) den Status einer Art Finanzreligion genießen (ein weiteres Wort Mandelbrots). Dies bedeutet nicht, dass die Orthodoxie nicht da und dort auch kritisiert wird – das wird sie. Was aber fehlt, sind gangbare Alternativen; also werden die tradierten Modelle, auf die Gefahr, dass sie falsch sind, weiter gelehrt und angewandt.

Das (Text-Anhangs-)Kapitel ist wie folgt organisiert. Zunächst wird die markowitzsche Portfolio-Selektionstheorie oder auch „E-V-Regel“ näher beleuchtet (Abschnitt 4.1). Im Anschluss daran folgt das Kapitalmarkt- und Bepreisungsmodell „CAPM“, das auf dem Markowitz-Modell aufbaut (Abschnitt 4.2). Zum Dritten und Letzten wird es (etwas kürzer) um die Modigliani-Miller-Theoreme und die Optionspreistheorie gehen sowie (wieder ein wenig ausführlicher) um die Effiziente-

Märkte-Hypothese, eine Arbeitshypothese, die Börsenrenditen als (weitgehend) unprognostizierbare Zufallsprodukte in den Raum stellt (Abschnitt 4.3).

Text-Anhang 4.1: Die E-V-Regel

Die Grundidee zu seiner Portfoliotheorie kam Harry Markowitz im Jahr 1950 in der Bibliothek der Universität von Chicago (im Folgenden Markowitz, 1999, S. 8). Im Bereich Volkswirtschaftslehre war er dort zu dieser Zeit Doktorstudent. Markowitz las in der Bibliothek *The Theory of Investment Value* von John Williams (Williams, 1938). Williams (1938, S. 55) definiert den Investmentwert eines Wertpapiers als den Barwert aller zukünftigen Cashflows, die das Wertpapier generiert. Bei Aktien sind dies Dividenden, bei Bonds Zinsen und Rückzahlungsbetrag. Da zukünftige Cashflows unsicher (risikobehaftet) sind, fügt Williams (1938, S. 67-70) seiner Barwertberechnung eine Wahrscheinlichkeitsfunktion hinzu. Der „korrekte“ (Williams, 1938, S. 67) Barwert ist dann der mittlere Erwartungswert der zukünftigen Cashflows.

Markowitz (1991, S. 470; 1999, S. 8) kam nun folgender Gedanke: Wenn ein Investor, wie Williams sagt, ausschließlich am Erwartungswert eines Wertpapiers interessiert ist, dann ist er auch ausschließlich am Erwartungswert eines Portfolios interessiert. Doch dies impliziert nicht die gewünschte und damals bereits allgemein praktizierte (Hicks, 1935, S. 9; Williams, 1938, S. 68; Leavens, 1945) Diversifikation. Was Markowitz (1952, S. 77-78) fehlte, war ein Maß für das *Risiko* des Portfolios. Seine Frage war: Warum und nach welchem Muster diversifizieren Anleger? Durch den Erwartungswert ist ja nur die Rendite erfasst, aber kein Risiko. Ihm kam die Varianz in den Sinn. Im Bibliotheksregal entdeckte er James Uspenskys *Introduction to Mathematical Probability* (Uspensky, 1937; Markowitz, 1999, S. 8) – und darin die Formel für die Varianz gewichteter Zufallsvariablen. Als er auf die Kovarianz stieß, war er „aufgeregt“ (*elated*), wie er sich erinnert (Markowitz, 1999): „Natürlich, effiziente Diversifikation erfordert die Vermeidung von Wertpapieren mit hoher Kovarianz.“ (S. 8; Übersetzung D.S.)

Anleger, so Markowitz, sollten bei der Zusammenstellung von Portfolios lediglich zwei Größen beachten – die erwartete Rendite (E) und die Varianz (V), die die Kovarianz beinhaltet. Diese „E-V-Regel“ sah Markowitz anfangs sogar als Hypo-

these über das *tatsächliche* Verhalten der Investoren an. Mit Markowitz (1959) ließ er diesen Gedanken allerdings fallen, so dass die E-V-Regel nur noch als Maxime bestehen blieb (Markowitz, 2010, S. 3).

Der Erwartungswert eines Portfolios – die erwartete Rendite – ist nach Markowitz (1952, S. 80) einfach das gewichtete arithmetische Mittel der erwarteten Renditen der Einzelwerte.¹⁰⁰ Die Varianz gewichteter Summen – bei Markowitz das Risiko – lässt sich indes nicht so einfach ermitteln (Markowitz, 1952, S. 80); es wird zusätzlich, zur Bildung der Kovarianz, der Korrelationskoeffizient benötigt.

Die Kovarianz ist definiert als $\sigma_{i,j} = \rho_{i,j} \times \sigma_i \times \sigma_j$. Hierbei sind: i und j zwei Aktien, σ_i und σ_j deren Standardabweichungen und $\rho_{i,j}$ der gemeinsame Korrelationskoeffizient. Der Korrelationskoeffizient kann Werte zwischen minus eins (perfekt negativer Gleichlauf) und plus eins (perfekt positiver Gleichlauf) annehmen. Der ideale Wert null bedeutet, dass keinerlei Korrelation vorliegt: Steigt oder fällt die eine Aktie (i), hat dies keinen (statistischen) Einfluss auf die weitere Entwicklung der anderen Aktie (j). Auch die Kovarianz ist in diesem Fall gleich null, da eine Multiplikation mit einer Null abermals null ergibt.

Die Formel für die Varianz gewichteter Summen – die Varianz des Portfolios (P) – lautet deshalb (Markowitz, 1952, S. 81; 1970, S. 172)

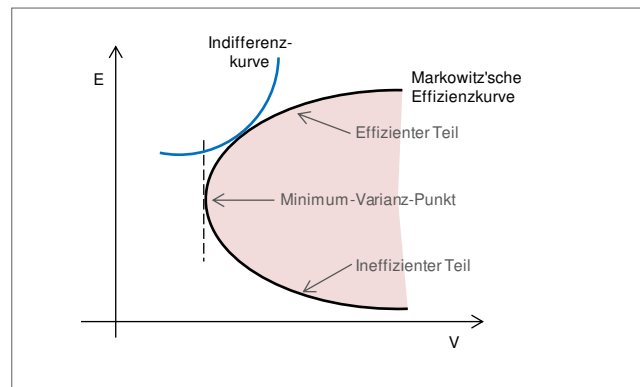
$$\sigma_P^2 = \sum_i \sum_j \alpha_i \alpha_j \sigma_{i,j},$$

wobei α die „Gewichte“ von i und j sind. Theoretisch ist ein Sinken des Portfoliorisikos auf gänzlich null möglich, und zwar sofern Aktien mit null Korrelation gefunden werden. Praktisch ist dies aber kaum möglich, da die Kursbewegungen von Aktien in der Regel deutlich miteinander verknüpft sind (etwa Fabozzi et al. in: Fabozzi, Hg., 2008, S. 9).

Der Kern der Portfoliotheorie nach Markowitz (1952, 1959) lautet zusammenfassend: Die erwartete Rendite kann als Zufallsvariable aufgefasst werden (Markowitz, 1952, S. 81), und ihre Varianz oder Standardabweichung (als Quadratwurzel der Varianz) ist das Risiko. Für das Gesamtrisiko eines Portfolios ist die Kovarianz

¹⁰⁰ Ein Beispiel (ähnlich Markowitz, 1970, S. 71): Ein Portfolio enthält 20 Prozent Aktien A, 25 Prozent Aktien B und 55 Prozent Aktien C. Die erwarteten Renditen mögen lauten: fünf, zehn und minus zwei Prozent. Dann beläuft sich das gewichtete arithmetische Mittel des Portfolios, also dessen Erwartungswert, auf $0,2 \times 5 + 0,25 \times 10 + 0,55 \times -2 = 2,4\%$.

essenziell (etwa Markowitz, 1976b, S. 49); es kann nicht einfach der Durchschnitt der Einzelvarianzen gebildet werden. Es müssen die Kovarianzen jedes erdenklichen „Paares“ von Aktien im Portfolio ermittelt werden. Die Gesamtzahl der Kovarianzen wird mit zunehmendem n , der Anzahl Aktien, sehr groß (vergleiche Abschnitt 3.1). Gesucht wird diejenige Portfoliokomposition, die bei gegebener erwarteter Rendite die kleinste Varianz aufweist (Markowitz, 1952, S. 82). Da es mehrere dieser „effizienten“ (Markowitz, 1952, S. 82) Portfolios gibt, kann nach Markowitz nur eine Nutzenfunktion sinnvoll darüber „entscheiden“, welches Portfolio ein Anleger letztlich wählen sollte.¹⁰¹ Der grafische Zusammenhang Markowitz-effizienter Portfolios ist in Darstellung 3 umrissen.



Darstellung 3 Die E-V-Regel: Nur die obere Hälfte der Markowitz-Kurve repräsentiert effiziente Portfolios. Ab dem Minimum-Varianz-Punkt muss mehr erwartete Rendite auch mit mehr Varianz „erkauft“ werden. Portfolios entlang der unteren Hälfte der Kurve sowie aus dem hellrot schraffierten Bereich sind lediglich möglich (*feasible*), aber nicht effizient. Die hellblaue Kurve stellt die Indifferenzkurve (oder auch „Isoquante“) eines fiktiven Anlegers dar. Dessen Optimumportfolio liegt im Tangentialpunkt der Indifferenz- und der Markowitz-Kurve, etwas oberhalb des Minimum-Varianz-Punktes. Dieser spezielle Investor akzeptiert etwas mehr Varianz, als zu einem effizienten Portfolio eigentlich notwendig wäre. Im Gegenzug kann er eine proportional höhere Rendite erwarten. Form und Lage der Indifferenzkurve des Beispiel-Investors sind durch seine individuelle Nutzenfunktion (nicht im Bild) determiniert. (Darst. ähnlich Latané et al., 1975, S. 583.)

Nutzenfunktionen sind neben der Effizienz von Portfolios Markowitz' zweites großes Forschungsthema. Er versucht bis heute (etwa Markowitz, 2010), die klassische Nutzentheorie zu einem integralen Bestandteil der modernen Portfoliotheorie zu machen.¹⁰²

¹⁰¹ Beachte aber, dies relativierend, Markowitz (1970, S. 209-210); beachte in dieser Richtung auch Markowitz (2010, S. 7, letzten Satz). Vergleiche zu Nutzenfunktionen bei Markowitz weiters ausführlich Markowitz (1970, S. 205-303); siehe alternativ komprimiert Markowitz (1976b, S. 51-52).

¹⁰² Vergleiche zur klassischen Nutzentheorie vor allem von Neumann und Morgenstern (1947); Friedman und Savage (1948); Marschak (1950); Markowitz (1952b); Savage (1954); Arrow (1964);

Da nutzentheoretische Erwägungen äußerst komplex und widersprüchlich werden können (etwa Markowitz, 1970, S. 218-224 und S. 287-297; 1990, S. 100; 1991, 2010; Latané et al., 1975, S. 546-573), ist es ein potenzieller Nachteil der markowitzschen Portfoliotheorie, dass diese kein *objektives* Endkriterium zur Auswahl von Portfolios bereithält. Jeder Investor besitzt ja eine *eigene*, ihm (in der Regel) unbekannte Nutzenfunktion (Markowitz, 1991, S. 476). Hinzu kommt, dass Nutzenfunktionen im Zeitablauf als inkonstant angenommen werden (Markowitz, 2010, S. 6).¹⁰³ Nimmt man den hohen Berechnungsaufwand für die Kovarianz hinzu, kann man durchaus zu der Frage gelangen, inwieweit das Gesamtunterfangen Portfoliotheorie überhaupt praktikabel ist.

Markowitz, der sich der Probleme bewusst ist, konstatiert in einem Übersichtsaufsatz (gemeinsam mit zwei Kollegen; Fabozzi et al. in: Fabozzi, Hg., 2008, S. 11-12), dass es keine allgemeingültige Richtlinie gibt, wie man die Nutzenfunktion eines Investors bestimmt. Ökonomen seien darin bisher nicht erfolgreich gewesen, jedoch gelte:

Die Unfähigkeit, Nutzenfunktionen zu bestimmen, bedeutet nicht, dass die Theorie fehlerhaft ist. Es bedeutet vielmehr, dass, sofern ein Investor die Effizienzgrenze ermittelt hat, dieser Investor sein effizientes Portfolio *subjektiv* in Übereinstimmung mit seiner Risikotoleranz wählt. (S. 12; Übersetzung und Hervorhebung D.S.)

Dies andererseits – wenn der Investor seine Nutzenfunktion nicht direkt beachtet – lässt Zweifel an der Sinnhaftigkeit der Nutzenanalyse aufkommen.

Es ist nicht der nutzentheoretische Gedanke (erstmal Bernoulli, 1738; 1954), der nicht einsichtig wäre; dieser ist objektiv gut nachvollziehbar: Eine Rendite von 20 Prozent ist nicht notwendigerweise bereits doppelt so gut wie eine Rendite von zehn Prozent; ein Verlust von 20 Prozent ist nicht notwendigerweise lediglich doppelt so schlecht wie ein Verlust von zehn Prozent (Markowitz, 1970, S. 207). Die Frage ist allerdings, wenn jeder Mensch eine individuelle, ihm selbst unbekannte Nutzenfunktion besitzt: Mittels welcher Art Kurve lässt sich eine Art „Jedermann“-Nutzenfunktion konstruieren, die vergleichsweise repräsentativ ist für möglichst viele Investoren? Savage (1954, S. 94) argumentiert, dass dies am ehesten auf

Pratt (1964); Pratt und Zeckhauser (1987). Siehe kritisch gegenüber der klassischen Nutzentheorie zum Beispiel Allais (1953); Kahneman und Tversky (1979); Peters und Gell-Mann (2016).

¹⁰³ Andrew Roy, der andere Vater der Portfoliotheorie (Markowitz, 1999, S. 5; Sullivan, 2011), lehnte die Nutzentheorie im Übrigen ab (Roy, 1952, S. 433; Levy, 2016, S. 6).

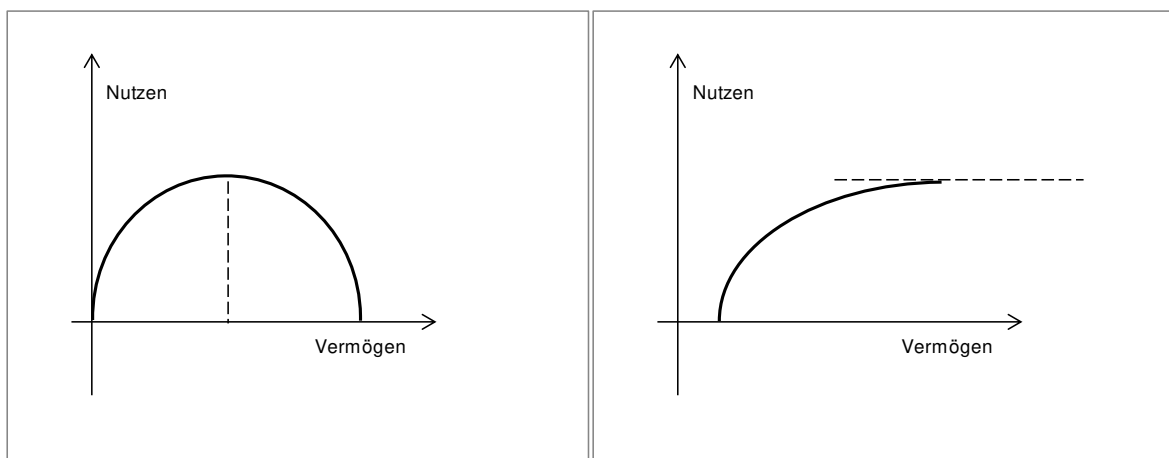
die auf Daniel Bernoulli (Bernoulli, 1738; 1954) zurückgehende logarithmische Nutzenfunktion zutrifft, die (wie in Abschnitt 3.1 gezeigt wurde) auch von Latané (1959) favorisiert wird.

Zu dem hohen Berechnungsaufwand für die Kovarianz und den Schwierigkeiten im Zusammenhang mit der Nutzenfunktion kommt ein drittes Problem hinzu: Die Varianz ist als Risikomaß für Renditen insofern problematisch, als dass sie Abweichungen vom Mittelwert *generell* für schädlich befindet. Die meisten Anleger empfinden jedoch nur Ausschläge in den negativen Bereich als nicht wünschenswert (etwa Hering, 2008, S. 289).

Ein von Markowitz unter anderem (Markowitz, 1970, S. 286-297; 2010, S. 8-15) thematisiertes alternatives Risikomaß ist die Semivarianz (Markowitz, 1970, S. 188-201; 2010, S. 8-9). Die Semivarianz beziehungsweise Semistandardabweichung (als Quadratwurzel der Semivarianz) berücksichtigt allein Abweichungen vom Mittelwert „nach unten“ (in den Minusbereich), nicht aber „nach oben“. Markowitz (2010, S. 8-9) konkludiert, dass Mittelwert-Semivarianz-Portfolios mathematisch kaum mit realistischeren Nutzenfunktionen assoziiert sind, als dies bei Standard-E-V-Kombinationen der Fall ist. Er findet andererseits, dass die Semivarianz in Verbindung mit der geometrischen Rendite (G) zu „recht attraktiven“ (Markowitz, 2010, S. 9) Ergebnissen führt – und dass dagegen die gewöhnliche Varianz kombiniert mit G weniger gut funktioniert (Markowitz, 2010, S. 11-12).

Die Varianz ist als quadratisches Streuungsmaß zudem unweigerlich mit der *quadratischen* Nutzenfunktion verbunden (Markowitz, 1970, S. 288; 2010, S. 8). Die quadratische Nutzenfunktion hat den Nachteil, dass sie, nachdem sie mittig der X-Achse („Vermögen“) ein Maximum erreicht hat, „in die falsche Richtung“ (Markowitz, 2010, S. 8), nämlich nach unten, (zurück-)kippt (vergleiche Darstellung 4, links). Dieses Verhalten der Funktion lässt sich ökonomisch nur schwierig sinnvoll interpretieren; es bedeutet ja, dass der Nutzenzuwachs (entlang der Y-Achse, „Nutzen“) nach Erreichen der Mitte zwischen null und unendlich vielen Geldeinheiten *abnimmt*. Es lässt sich zwar argumentieren, dass zu viel Reichtum unglücklich macht. Doch scheint eine andere (als die quadratische) Nutzenfunktion die Verhältnisse realistischer abbilden zu können – die bereits erwähnte logarithmische (oder auch Bernoulli-)Nutzenfunktion (siehe Abschnitt 3.1).

Die logarithmische Nutzenfunktion steigt stets und unaufhörlich an. Dies indes nicht linear als Gerade, sondern kontinuierlich abnehmend (vergleiche Darstellung 4, rechts). Mathematisch bedeutet dies, dass die erste Ableitung der Funktion positiv ist und die zweite negativ. Ökonomisch heißt es: Der Nutzenzuwachs einer Person, hervorgerufen durch einen Zuwachs an Vermögen (Reichtum, Geldeinheiten) – sei er noch so klein –, ist stets positiv, er nimmt aber mehr und mehr ab, bis er kaum noch signifikant ist. Anders gesagt wächst der logarithmisch skalierte Nutzen einer Person mit *jedem* Vermögenszuwachs weiter an – dies jedoch in stets kleinerem Ausmaß als zuvor, das heißt in immer kleineren Schritten.



Darstellung 4 Die quadratische Nutzenfunktion (links) „kippt“ auf halber Strecke. Die logarithmische Nutzenfunktion (rechts) nähert sich einer gedachten Asymptote (gestrichelte Linie) beliebig nahe an. (Darst. ähnlich Luenberger, 2014, S. 280.)

Neben beispielsweise Latané et al. (1975, S. 546-573) bietet auch Markowitz die logarithmische Nutzenfunktion in seinen Schriften immer wieder als akzeptable Alternative zur quadratischen Nutzenfunktion an (etwa Markowitz, 1976b, S. 51; 2010, S. 2) – auch wenn die quadratische Nutzenfunktion für die Portfoliotheorie eigentlich die „richtigere“ Wahl wäre (eben wegen ihrer quadratischen Eigenschaft; Markowitz, 1970, S. 288; 2010, S. 8). Die logarithmische Nutzenfunktion ist andererseits diejenige Nutzenfunktion, die der Strategie der Maximierung von G (vergleiche Abschnitt 3.1) inhärent ist (etwa Litzberger & Budd, 1971; Latané et al., 1975, S. 572; Markowitz, 2010, S. 11-12). Da dies so ist, fragt sich indes, aus welchem Grund Anleger mittels des Logarithmus noch nach E-V-Portfolios suchen sollten, das heißt, den Nutzen maximieren sollten, während die Maximierung der geometrischen Rendite, (indirekt) des Vermögens also, die effektivere Anlagestra-

ategie zu sein scheint (Kelly, 1956; Latané, 1959; Latané et al., 1975, S. 564-573) – und *dazu noch* mit der logarithmischen Nutzenfunktion kompatibel ist.

Text-Anhang 4.2: Das Capital-Asset-Pricing-Modell

Eine wichtige Neuerung in der Portfoliotheorie Stand Ende der 1950er-Jahre ist die gedankliche Einführung eines risikolosen Zinssatzes. Diese Renditeform kann man sich als den Nominalzins einer sicheren Staatsanleihe vorstellen. Gemäß der sogenannten Tobin-Separation (Bezug Tobin, 1958) teilen Anleger ihr Kapital zwischen genau einer risikolosen Geldanlage und n (≥ 1) riskanten Geldanlagen auf (Tobin, 1958, S. 82-85; Markowitz, 1999, S. 9-10). Sie setzen ferner bei allen ihren Anlageentscheidungen die E-V-Regel an. Die Summe aller riskanten Geldanlagen wird (in Anlehnung an Tobin, 1958, und Sharpe, 1963, 1964) als Markt- oder Tangentialportfolio bezeichnet („tangential“, weil es direkt auf der markowitzschen Effizienzkurve liegt).

Die Aggregation der riskanten Seite der Geldanlage bei gleichzeitiger Singularisierung des risikolosen Zinssatzes hat den Vorteil, dass sich aus diesem Szenario recht einfach ein Kapitalmarktgleichgewicht ableiten lässt, sowohl mathematisch als auch grafisch. Im Kapitalmarktgleichgewicht sind Angebot und Nachfrage nach Wertpapieren gleich, und die Assetpreise, die sich gebildet haben, können als im markowitzschen Sinne effizient angesehen werden.¹⁰⁴

In der Investmentpraxis ist das Kapitalmarktgleichgewicht von geringerer Bedeutung als in der Finanzmarkttheorie. In der Anlagepraxis sorgen vor- und nachbörslicher Handel sowie der weltweite Zeitunterschied dafür, dass ein Finanzmarktgleichgewicht kaum dauerhaft (wenn überhaupt) zu beobachten ist. Vielmehr lässt sich – sogar gegenteilig – von einem dauerhaften, dynamischen Angleichungsprozess sprechen, einer sogenannten dissipativen Struktur.¹⁰⁵ In der Investmenttheorie dagegen, wie in der gesamten Volkswirtschaftslehre, sind Gleichgewichtsana-

¹⁰⁴ Es handelt sich indes um ein *gedankliches* Szenario. Unterstellt wird, dass alle Marktteilnehmer die Tobin-Separation und die E-V-Regel einhalten.

¹⁰⁵ Vergleiche zu dissipativen Strukturen etwa Prigogine (in: Jantsch & Waddington, Hg., 1976); von Bertalanffy, Beier und Laue (1977); Nicolis und Prigogine (1977, 1989); Wolkenstein (1990, S. 133-163); Ebeling und Feistel (1994, S. 37-39).

lysen traditionell von hoher Bedeutung.¹⁰⁶ Das mit Abstand wichtigste Gleichgewichtsmodell des Finanzmarktes ist das von Jack Treynor, William Sharpe und John Lintner erarbeitete sogenannte Capital-Asset-Pricing-Modell, kurz „CAPM“ (Treynor, 1961, unveröffentlicht;¹⁰⁷ Sharpe, 1964; Lintner, 1965).

Das CAPM ist grob gesagt die Vorstellung, dass Rendite und Risiko eines Assets linear – über das „Beta“, einen Steigungsparameter – mit den Schwankungen eines allumfassenden Markttaggregates verbunden sind. Das Abstraktum „Markt-aggregat“ – das Markt- oder Tangentialportfolio – wird meist durch einen Börsenindex approximiert; es ist in der Realität nicht direkt beobachtbar. Die berühmt gewordene Renditegleichung des CAPMs, die sogenannte Wertpapiermarktlinie (zum Beispiel Elton et al., 2007, S. 290), lautet

$$E[r_i] = r_f + \beta_i \times \{E[r_m] - r_f\}.$$

Hierbei sind: $E[r_i]$ und $E[r_m]$ die erwartete Rendite jeweils des Finanztitels i und des Marktportfolios m , r_f der risikolose Zinssatz und β_i das Beta des Finanztitels i .¹⁰⁸

Die Differenz $E[r_m] - r_f$ wird als Marktrisikoprämie bezeichnet (etwa Kruschwitz, 2004, S. 200). Die erwartete Rendite des Finanztitels i besteht demnach aus zwei Komponenten: dem risikolosen Zinssatz plus dem, was „am Markt“ über den risikolosen Zinssatz hinaus – gegen Risiko – erhältlich ist: die Marktrisikoprämie (Sharpe, 1964, S. 425-426). Die Marktrisikoprämie fließt in die erwartete Rendite von i zu *einem Anteil* ein, nicht notwendigerweise genau ein Mal, und der Betafaktor zeigt an, zu welchem Anteil (Sharpe, 1964, S. 436-442). Liegt der Anteil zufällig genau bei eins, schwankt die Rendite des Finanztitels i exakt synchron mit dem Gesamtmarkt (genauer: mit der Marktrisikoprämie); liegt der Betafaktor zum Beispiel bei 0,7 oder 1,3, so schwankt die Aktie entsprechend 0,7-mal beziehungsweise 1,3-mal mit dem Markt.

¹⁰⁶ Vergleiche inhaltlich zum volkswirtschaftlichen Gleichgewicht etwa Kreps (2013, Kap. 14-16); vergleiche kritisch zum Gleichgewichtsdogma der Volkswirtschaftslehre zum Beispiel Arndt (1979, S. 34-71).

¹⁰⁷ Ein Weblink zu Treynors Manuskript findet sich im Literaturverzeichnis der vorliegenden Schrift. Vergleiche für Näheres zur Treynor'schen Version des CAPMs: French (2003). Beachte weiters grundsätzlich Sharpe (1964, S. 427, Fn. 7) sowie interessant auch Black und Scholes (1973, S. 637, Fn. o. Nr.).

¹⁰⁸ Der zentrale mathematische Beweis des CAPMs findet sich bei Sharpe (1964) auf Seite 438 in Fußnote 22.

Das Beta eines Assets lässt sich über eine gewöhnliche Regressionsanalyse aus historischen Preisdaten ermitteln (ähnlich Sharpe, 1964, S. 438). Das Beta eines Portfolios (statt eines Einzeltitels) ist beschrieben durch die einfache Formel $\beta_p = \sum_{i=1}^I \alpha_i \times \beta_i$. Dabei ist β_i gleich der Kovarianz des Einzeltitels i mit dem Markt m geteilt durch die Varianz des Marktes m , das heißt, es gilt: $\beta_i = Cov[r_i, r_m] / Var[r_m]$ (Cov steht für Kovarianz, Var für Varianz). Alle α_i sind, wie im Markowitz-Modell, die Gewichte der Einzelaktien im Portfolio.

Im CAPM lässt sich, anders als bei Markowitz (1952, 1959), das Risiko der Einzeltitel *mitteln* (ein kurzer Beweis, dass dies so ist, findet sich bei Kruschwitz, 2004, S. 200-201). Die aufwendige Modellierung der Kovarianzstruktur des Portfolios entfällt hierdurch allerdings nicht unbedingt. Das CAPM – als positives statt, wie Markowitz (1959), normatives Modell (Markowitz, 1990, S. 100; Sharpe, 1991, S. 490) – baut auf der Vorstellung auf, dass sich alle Marktteilnehmer einer Volkswirtschaft an die markowitzsche E-V-Regel (und die Tobin-Separation) halten (Sharpe, 1964, S. 426-427; Markowitz, 2010, S. 19). Dies impliziert, dass die Kovarianzstruktur des Gesamtmarktes zumindest ein Mal, durch wen auch immer, ermittelt worden sein muss. Anders gesagt ändert das CAPM nichts daran, dass es weiterhin Marktteilnehmer geben muss, die sich die Mühe machen, die Kovarianzstruktur „ihres“ Portfolios zu ermitteln. Erst, wenn dies geschieht, und zwar in der Fläche, kann das Marktportfolio Markowitz-effizient sein. Durch das CAPM wird allerdings der Fokus von der Korrelation der Aktien untereinander auf die Korrelation jedes Einzeltitels mit dem Marktportfolio verlagert.

Das Beta repräsentiert im CAPM denjenigen Teil des Gesamtrisikos eines Assets, der über die E-V-Diversifikation hinaus nicht weiter reduziert werden kann. Das bedeutet, es handelt sich um ein Aggregat- oder auch Marktrisiko, kein individuelles Unternehmens- und Managementrisiko der zugrunde liegenden Aktiengesellschaft. Sharpe (1964, S. 436) nennt das Beta deshalb treffend das „systematische Risiko“.¹⁰⁹

Die Essenz des CAPMs lässt sich in Anlehnung an Brealey et al. (2014, S. 199) wie folgt zusammenfassen (beachte dazu Darstellung 5, links): (1) Investoren wählen Markowitz-effiziente Portfolios mit möglichst hoher erwarteter Rendite und

¹⁰⁹ Derjenige Teil des Gesamtrisikos, der durch Diversifikation reduzierbar ist, wird entsprechend als „unsystematisches“ (oder auch idiosynkratisches) Risiko bezeichnet (Sharpe, 1964, S. 439).

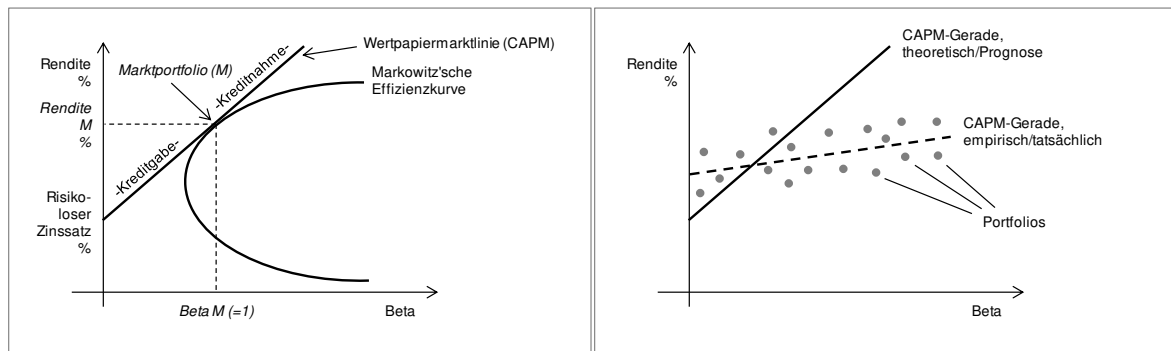
geringer Varianz. (2) Alle Investoren teilen dieselben Erwartungen an Rendite, Varianz und Korrelation der verfügbaren Wertpapiere. Auf diese Weise bildet sich ein spezielles Aggregatportfolio – das Marktportfolio –, dessen E-V-Verhältnis die E-V-Verhältnisse aller anderen denkbaren Portfolios dominiert. (3) Anleger können zum risikolosen Zinssatz sowohl Kredit nehmen als auch geben. (4) Risikoaverse Anleger investieren einen Teil ihres Freivermögens in die risikolose Geldanlage (das heißt, sie geben Kredit) und bringen die Differenz in das Marktportfolio ein. Risikoaffine Anleger investieren ihr Kapital zu 100 Prozent in das Marktportfolio oder nehmen sogar Kredit auf (zum risikolosen Zinssatz), um eine noch größere Portion des Marktportfolios kaufen zu können. (5) Der Betafaktor misst die Sensitivität des einzelnen Wertpapiers in Bezug auf die Schwankungen des gesamten Marktes, das heißt des Marktportfolios. Das Beta misst denjenigen Teil des Gesamtrisikos, der durch Diversifikation nicht weiter reduzierbar ist.

Das CAPM ist seit Anfang der 1970er-Jahre Gegenstand unzähliger empirischer Tests und theoretischer Infragestellungen geworden. Prominente empirische Tests sind etwa Jensen, Black und Scholes (in: Jensen, Hg., 1972), Fama und MacBeth (1973), Blume und Friend (1973), Stambaugh (1982), Gibbons (1982) sowie Shanken (1987). Eine einflussreiche theoretische Infragestellung stellt Roll (1977) dar. Roll argumentiert, dass Tests des CAPMs, die statt des Marktportfolios ein Proxyportfolio ansetzen (etwa einen Börsenindex), streng genommen keine Tests des CAPMs sind – und dass solche Tests offenbar auch gar nicht möglich sind, da sich das Marktportfolio als reines Abstraktum ja der empirischen Überprüfung gerade entzieht.

Bedeutende Weiterentwicklungen des CAPMs stammen von Black (1972), Merton (1973b), Ross (1976) sowie Fama und French (1992, 1993, 1995, 1996). Eine frühe Verfeinerung des CAPMs, oft in einem Atemzug mit dem Sharpe-Lintner-Modell selbst genannt, ist Mossin (1966).

Ein neuerer Übersichtsaufsatz zur „Theorie und Evidenz“ (Untertitel) des CAPMs stammt von Fama und French (2004). Die Autoren (2004, S. 32-33) thematisieren (unter anderem) das bereits bekannte empirische Phänomen, dass der vom CAPM behauptete Rendite-Risiko-Zusammenhang zwar positiv (und damit wahr),

aber „zu flach“ ist (grafisch nachvollzogen in Darstellung 5, rechts). Neuere theoretische Infragestellungen des Modells kommen von Markowitz (2005, 2008).¹¹⁰



Darstellung 5 Die Wertpapiermarktlinie des CAPMs tangiert die markowitzsche Effizienzkurve. Am Tangentialpunkt ist das sogenannte Marktportfolio verortet – eine Art Idealportfolio, das entsteht, wenn sich alle Marktteilnehmer an die E-V-Regel und die Tobin-Separation halten. Das Beta des Marktportfolios entspricht dem Durchschnitt der Betas aller Einzelanlagen in der CAPM-Welt (etwa Brealey & Myers, 2003, S. 178). Es beträgt aus logischen Gründen eins, weil die Kovarianz des Marktportfolios mit sich selbst der Varianz des Marktportfolios entspricht (etwa Perridon & Steiner, 2004, S. 280). Empirischen Tests zufolge verläuft die CAPM-Gerade jedoch „flacher“ als erwartet, etwa wie rechts in der Abbildung. (Darst. links ähnlich Bodie, Kane & Marcus, 2014, S. 219 und S. 292; Darst. rechts ähnlich Fama & French, 2004, S. 33.)

Kruschwitz (2004), der einige der oben genannten Studien diskutiert, kommt zu dem Resümee, „dass das CAPM heute nur noch geringe empirische Unterstützung findet“ (S. 236) und dass „bis jetzt noch kein ‚wahrer Test‘“ (S. 236) des CAPMs bekannt sei (Bezug Roll, 1977). Brealey et al. (2014, S. 209) kommen zu folgendem Ergebnis: Das Modell sei plausibel und werde auf breiter Front benutzt. Es sei aber weit davon entfernt, perfekt zu sein. Renditen, so die Autoren, stehen langfristig durchaus in einer Beziehung zum Betafaktor, aber die Beziehung ist nicht so stark, wie es das CAPM annimmt. Eine launige Kritik des CAPMs stammt von Hering (2008). In einem Auszug daraus heißt es:

Die fundamentale Prämisse homogener Erwartungen sämtlicher Marktteilnehmer ist wirklichkeitsfremd. Der Börsenhandel lebt gerade von den unentwegten Versuchen der Geldanleger, durch geschickte Zusammenstellung ihrer Depots eine höhere Rendite zu erzielen als der Marktdurchschnitt. [...] Die Vorstellung eines einheitlichen Marktportefeuilles ist daher selbst für die Aktienbörse nicht haltbar; für die Gesamtheit aller verfügbaren Geldanlage-

¹¹⁰ Markowitz (2005) bezweifelt, dass unter realistischen Modellannahmen (1) das Marktportfolio Markowitz-effizient ist und (2) die erwartete Rendite eines Assets ausschließlich von seinem Beta abhängt. Markowitz (2008) kommt (3) zu dem Schluss, dass CAPM-Investoren nicht, wie häufig interpretiert, für die Übernahme von Risiko mit Rendite „belohnt“ werden. Hierzu müssten, so Markowitz, auf Wertpapiere mit perfekt identischer Risikostruktur auch identisch hohe erwartete Renditen entfallen; doch dies sei „fast sicher“ (Markowitz, 2008, S. 91) nicht der Fall.

möglichkeiten ist die Annahme eines allgemeinverbindlichen Portefeuilles sogar absurd. (S. 290-291)

Professor William Sharpe, geboren 1934, erhielt im Jahr 1990 (zusammen mit Harry Markowitz und Merton Miller) den Wirtschaftsnobelpreis. Er ist emeritierter Finanzprofessor der Stanford University und war als Unternehmer aktiv (mit Financial Engines Inc.). Professor John Lintner, der langjährig an der Harvard University lehrte, starb 1983. Nach Kruschwitz (2004, S. 170) soll er den praktischen Nutzen des CAPMs für überschaubar gehalten haben.¹¹¹ Jack Treynor starb 2016. Er war zunächst als Analyst bei Arthur D. Little tätig, später betätigte er sich als Herausgeber des *Financial Analysts Journal* sowie als Finanzunternehmer.

Ein überaus bedeutender Ökonom war auch Professor James Tobin, gestorben 2002. Tobin lehrte zwischen 1950 und 1988 an der Yale University und war Anfang der 1960er-Jahre als Wirtschaftsberater des US-Präsidenten (Kennedy) tätig. Im Jahr 1981 erhielt Tobin den Wirtschaftsnobelpreis. Alle vier Autoren sind Urheber zahlreicher einflussreicher Beiträge zur modernen Investitionstheorie; bei Tobin kommen zusätzlich herausragende makroökonomische Schriften hinzu. Bei Kruschwitz (2004, S. 170-171 und S. 186) findet sich jeweils eine Kurzbiografie der vier Autoren.

Text-Anhang 4.3: Weitere Meilensteine und Fazit der Probleme

Die orthodoxe Finanztheorie kennt neben der Portfoliotheorie und dem CAPM drei weitere ausgesprochene Meilensteine: (1) die sogenannten „M&M“-Irrelevanztheoreme zur Kapitalstruktur und Dividendenpolitik der Aktiengesellschaft (Modigliani & Miller, 1958, 1963; Miller & Modigliani, 1961), (2) die Black-Scholes-Merton-Optionspreistheorie (Black & Scholes, 1972, 1973; Merton, 1973) und (3) die Effiziente-Märkte-Hypothese, aufgeworfen von Eugene Fama (Fama, 1970, 1991, 1998). Alle Autoren bis auf Fischer Black, der zuvor (1995) starb, wurden für ihre Beiträge mit dem Wirtschaftsnobelpreis geehrt. Unter Ökonominen und Ökonomen besteht indes kein Zweifel, dass Fischer Black den Nobelpreis ebenfalls erhalten hätte, wäre er nicht vor der bewussten Verleihung für die Optionspreis-

¹¹¹ Ähnlich skeptisch äußerte sich einst auch Andrew Roy zur Praktikabilität der Portfoliotheorie (Markowitz, 1952, 1959; Roy, 1952, 1956), wie Sullivan (2011) berichtet.

theorie (1997) verstorben. Black setzte mit einer Vielzahl einflussreicher Journalaufsätze auch über die Optionspreistheorie hinaus Akzente (vergleiche etwa Black, 1972, 1976, 1986, 1993).

Franco Modigliani (gestorben 2003) und Merton Miller (gestorben 2000) zeigen, dass unter bestimmten, äußerst restriktiven Annahmen (Modigliani & Miller, 1958, S. 265-268; Miller & Modigliani, 1961, S. 412) Verschuldungsgrad und Dividen-denpolitik einer Aktiengesellschaft unerheblich sind für deren Börsenwert (nicht generell unerheblich; Miller 1988, S. 100). Unter den Bedingungen eines sogenannten vollkommenen Kapitalmarktes kann die Eigenkapitalrendite nicht, wie traditionell von Betriebswirten angenommen, durch Ersetzung eines Teils des Eigenkapitals durch relativ billigeres Fremdkapital erhöht werden („Leverageeffekt“). Entsprechend kann es auch keinen optimalen Verschuldungsgrad geben, der das Eigenkapital in einer besonderen Weise maximierte.

Zum „vollkommenen Kapitalmarkt“ gehören etwa: keine Transaktionskosten und Steuern, homogene Zukunftserwartungen aller Marktteilnehmer sowie unbegrenztes Leihen zum risikolosen Zinssatz (vergleiche beispielhaft Lintner, 1965, S. 15-16). Im Falle der M&M-Kapitalstrukturtheorie kommt spezifisch hinzu, dass das Insolvenzrisiko ausgeblendet wird. Mit „relativ billigeres Fremdkapital“ ist gemeint, dass die Zinsforderung der Fremdkapitalgeber niedriger lautet als die Renditeforderung der Eigenkapitalhalter.

Modiglianis und Millers Punkt: Allein die Leistungsfähigkeit der Aktiva bestimmt den Wert des Unternehmens; der Mix des Gesamtkapitals (der Passiva) kann daran nichts ändern, weder positiv noch negativ. Anders gesagt zahlen Anleger für eine Aktie nicht deshalb einen höheren Preis, weil sich die zugrunde liegende Aktiengesellschaft eine clevere Kapitalstruktur gegeben hat. Ähnliches gilt für die Auszahlung von Dividenden: Eine generöse Dividendenpolitik mag der Aktiengesellschaft zunächst einen Vorteil bringen – einen kurzfristig ansteigenden Aktienkurs. Doch dieser Vorteil wird dadurch in vergleichbarer Höhe wieder aufgebraucht, dass dem Unternehmen nun jener an die Aktionäre ausgeschüttete Geldbetrag in der Bilanz fehlt, um damit zu wirtschaften. Der gleiche Effekt tritt ein, finanziert die Aktiengesellschaft die Dividende mittels Fremdkapital, und zwar wegen des dann zu leistenden Schuldendienstes.

Fischer Black und Myron Scholes (geboren 1941) liefern eine geschlossene Formel zur Bewertung von europäischen Call-Optionen. Ein Call ist eine Kaufoption für ein bestimmtes Asset, zum Beispiel eine Aktie. In Opposition dazu ist eine Put-Option eine Verkaufsoption. Finanzoptionen sind Rechte, keine Pflichten; das heißt, der Käufer einer Option kann diese, je nach Vorteilhaftigkeit des Kurses des zugrunde liegenden Assets zum Ausübungszeitpunkt, auch ungenutzt (also verfallen) lassen. Dann trägt er nur die Kosten der Option – den Optionspreis, für den Black und Scholes eine Formel bereitstellen. „Europäisch“ bedeutet an einer Option, dass diese nur zu einem bestimmten vereinbarten Termin wahrgenommen werden kann. Eine „amerikanische“ Option dagegen kann zu jedem vom Optionsinhaber gewünschten Zeitpunkt (bis zu einem Endtermin) ausgeübt werden.¹¹²

Robert Merton (geboren 1944; Sohn des gleichnamigen Soziologen) war in die Überlegungen Blacks und Scholes' zur Lösung des Optionspreisproblems frühzeitig eingeweiht (Mandelbrot & Hudson, 2007, S. 116), veröffentlichte jedoch einen eigenen Aufsatz (Merton, 1973). Hierin verfeinerte und erweiterte er die Ideen seiner beiden Kollegen mathematisch und thematisch.

Was die Black-Scholes-Formel außergewöhnlich macht, ist, dass sie auf der Wärmeaustauschgleichung der Physik beruht (Black & Scholes, 1973, S. 644). Eine weitere Besonderheit früheren Optionspreismodellen gegenüber, etwa Krui- zenga (1956) oder Ayres (1963): Weder der erwartete Assetpreis zum Endtermin der Option noch der Grad der Risikoaversion des betreffenden Anlegers muss bekannt sein (etwa Perridon & Steiner, 2004, S. 339). Als Inputwerte für die Formel genügen: (1) der aktuelle Börsenkurs des Assets, (2) der Basispreis (Ausübungspreis) der Option, (3) der Zinssatz der risikolosen Anlage, konzeptionell bekannt von der Tobin-Separation her, (4) die Restlaufzeit der Option als Bruchteil eines Jahres sowie (5) die Varianz oder Standardabweichung der logarithmierten Assetpreisrenditen der Vergangenheit.

Die Black-Scholes-Formel braucht an dieser Stelle nicht unbedingt auch mathematisch wiedergegeben zu werden. Eine unkomplizierte Einführung in das Thema

¹¹² Die Black-Scholes-Optionspreisformel kann auf amerikanische Calls nur angewendet werden, sofern auf das Underlying keine Dividenden anfallen. Der Grund ist rechnerischer Art. Vergleiche etwa Perridon und Steiner (2004, S. 341).

findet sich bei Perridon und Steiner (2004, S. 338-343). In die Tiefe geht beispielsweise das Derivate-Standardwerk Hull (2012).

Wie Modigliani und Miller setzen auch Black und Scholes (1973, S. 640) sowie Merton (1973, S. 162-164) einen perfekten Kapitalmarkt mit normalverteilten Renditen und ohne jegliche Friktionen voraus. Dies wird von einigen Kollegen (zum Teil scharf) kritisiert, da die Modelle unter realistischen Modellannahmen nicht mehr ohne Weiteres – wenn überhaupt – funktionieren.¹¹³

Eugene Fama (geboren 1939) schließlich untersucht im Kern zwei Fragen: (1) ob sich die Finanzmärkte „schlagen“ lassen und (2) ob Börsenpreise „rational“ sind. Die erste Frage lautet präzisiert: Kann durch Finanzresearch Spezialwissen erlangt werden, das dazu taugt, immer wieder eine größere Rendite zu erwirtschaften, als dies der Gesamtmarkt (etwa ein Index) tut? Die zweite Frage lässt sich herunterbrechen auf: Sind Übertreibungen an den Finanzmärkten als Finanzblasen anzusehen – oder handelt es sich schlicht um historisch hohe oder tiefe Preislevels, die aber dennoch fair zustande gekommen sind und die nur im Nachgang irrational wirken? Zur Erforschung dieser Fragen strukturiert und bewertet Fama die bestehende Literatur, wozu auch seine eigenen Beiträge und Ko-Beiträge gehören.

Die Grundfrage, ob die Kapitalmärkte informationseffizient sind – das heißt, ob alle verfügbaren Informationen zu jedem Gegenwartszeitpunkt bereits in den Börsenkursen enthalten sind (Fama, 1970, S. 388) –, ist nach Fama (1970, S. 384) nicht unmittelbar empirisch testbar; die Frage ist zu allgemein gehalten. Ein weiterer Punkt, der die Überprüfung der Effizienzhypothese schwierig gestaltet, liegt in dem, was Fama (1991, S. 1575) das Bad-Model- oder auch Joint-Hypothesis-Problem nennt: Tests der Markteffizienz sind gleichzeitig immer auch Tests desjenigen Preismodells, das der oder die Forscherin ansetzt. Das heißt, es ist nie sicher, ob eine Bestätigung oder Ablehnung der Markteffizienzhypothese auf den Marktmechanismus oder das Preismodell (oder eine Mischung aus beidem) zurückzuführen ist (Fama, 1998, S. 292-293).

¹¹³ Siehe als Beispiele für kritische Infragestellungen der Ansätze etwa DeAngelo und DeAngelo (2006) zur Dividendenirrelevanz sowie Haug und Taleb (2008) und Taleb (2010, S. 335-341; 2015, Kap. 31) zur Optionspreistheorie. Eine erhellende, aber respektvolle Einschätzung der M&M-Kapitalstrukturtheorie findet sich bei Kruschwitz (2004, S. 251-284). Die Normalverteilungsannahme der Orthodoxie wurde insbesondere von Mandelbrot kritisiert, zentral nachzuvollziehen in Mandelbrot und Hudson (2004).

In den Renditen beispielsweise, die das CAPM für kleine bis mittelgroße Aktien (in Opposition zu Bluechips) voraussagt, ist keine Small-Firm-Prämie enthalten. Der sogenannte Kleinfirmeneffekt ist die empirische Beobachtung (erstmalig Banz, 1981), dass die Aktien kleiner bis mittelgroßer Börsengesellschaften relativ größere Renditen erzielen als die Anteilscheine großer Aktiengesellschaften. Bepreist nun aber der Markt kleine bis mittelgroße Firmen zu hoch (gleich Ineffizienz), oder bepreist das betreffende Preismodell die Aktien falsch (gleich „*bad model*“)?

Fama (1970, S. 383) kategorisiert die Markteffizienztests des Schrifttums in schwache (*weak form*), mittelstrenge (*semi-strong form*) und strenge (*strong form*) Tests. Bei schwachen Tests besteht der Informationsvorrat (*information set*) lediglich in der Preishistorie. Bei mittelstrengen Tests treten zur Preishistorie alle öffentlich verfügbaren Unternehmensinformationen hinzu. Dazu gehören typischerweise neue Geschäftszahlen, anstehende Kapitalerhöhungen, Fusions- und Übernahmerüchte oder Änderungen in der Dividende. Strenge Tests beinhalten neben der Preishistorie und allen Ad-hoc-Informationen auch mögliches Insiderwissen.

Fama (1991, S. 1607) konkludiert, dass Kapitalmärkte im Wesentlichen mittelstrenge informationseffizient sind; von einer Effizienz im strengen Sinn ist er von Anfang an nicht ausgegangen (Fama, 1970, S. 388). Insiderinformationen – ohnehin nicht legal nutzbar – sind evident, aber sie nützen (potenziell) nur ihrem Inhaber. Outsider können darauf keine gewinnbringende Investmentstrategie aufbauen, da der Börsenpreis im Moment der Informationsnutzung bereits durch den Insider sowie einige wenige ausreichend schnelle Nachahmer verändert ist. Der ursprüngliche Informationsvorsprung ist dann verloren. Auch öffentlich verfügbare Informationen (mittelstrenge Tests) sind, wenn sie neu sind, innerhalb weniger Minuten in den Assetpreis inkorporiert (vergleiche für ein aktuelles Beispiel Darstellung 6), so dass eine Anlagestrategie basierend darauf ebenfalls kaum Aussicht auf marktüberragenden Erfolg hat.

Der Markt kann anders gesagt deshalb nicht streng informationseffizient sein, weil das Vorhandensein von Insiderinformationen von Zeit zu Zeit wahrscheinlich ist. Etwa das Management einer Aktiengesellschaft (zum Beispiel Jaffe, 1974; Fama, 1991, S. 1603) oder Mitarbeiter der Börse (etwa Niederhoffer & Osborne, 1966; Fama, 1970, S. 409-410) können damit konfrontiert sein. Die Frage ist, ob dieses Insiderwissen in den betreffenden Börsenpreisen bereits enthalten ist. Und dies ist

bis zur (wie gesagt: ohnehin rechtswidrigen) Nutzung durch den Insider nicht der Fall, auch wenn Outsider darauf anschließend keine marktschlagende Handelsstrategie aufbauen können (etwa Seyhun, 1986; Fama, 1991, S. 1603). Dies mag zunächst nach Effizienz aussehen, für Insider ist der Markt jedoch ineffizient (Fama, 1991, S. 1603).



Darstellung 6 Bloomberg-TV am 1. November 2016, 15.53 Uhr (US-Ostküstenzeit): In eine Pharma-Aktie ist innerhalb weniger Minuten eine Eilmeldung eingepreist. (Screenshot des Verfassers.)

Mittelstrenge Effizienz dagegen ist deshalb gegeben, weil es unmöglich erscheint, beispielsweise durch Lesen des *Wall Street Journal* Finanzwissen zu erlangen, das nicht bereits in den Börsenpreisen enthalten ist. Geht das Blatt mit seinen News in Druck (oder online), haben die Preise längst korrigiert. Die Kapitalmärkte erscheinen aus diesem Grund mittelstrengeffizient; das Gros der empirischen Literatur bestätigt dies (Fama, 1991, S. 1607).¹¹⁴

Etwas anders sieht es bei den Weak-Form-Tests aus, die Fama inzwischen (präziser) Return-Predictability-Tests nennt (Fama, 1991, S. 1576). Die überwiegende Zahl der empirischen Überprüfungen der Markteffizienzhypothese befasst sich mit der Vorhersagbarkeit von Assetrenditen (Fama, 1970, S. 414; implizit auch 1991, S. 1577). Der verarbeitete Informationsvorrat umfasst dabei lediglich die Preis- oder Renditehistorie. In Opposition dazu geht es bei den mittelstrengen Effizienztests, die zusätzlich Ad-hoc-Informationen verarbeiten, eher um die Geschwindigkeit der Preisanpassung im Falle neuer Informationen. Diese Tests nennt Fama nun Eventstudien (*event studies*; Fama, 1991, S. 1577).

¹¹⁴ Siehe repräsentativ für mittelstrenge Tests etwa Keown und Pinkerton (1981) sowie Busse und Green (2002), die in Bodie et al. (2014, S. 351) diskutiert werden. Ein früher mittelstrenger Test ist überdies Fama, Fisher, Jensen und Roll (1969).

In Fama (1970, S. 414-415) konkludiert Fama noch, die Märkte seien im Großen und Ganzen schwach (sowie mittelstrenge) effizient, obwohl sich damals bereits Hinweise auf Autokorrelation¹¹⁵ in Assetrenditen zeigen (Alexander, 1961, 1964; Fama & Blume, 1966; Fisher, 1966; Fama, 1970, S. 394-396). Anders rund zwanzig Jahre später in Fama (1991). Inzwischen verdichten sich die Hinweise auf Autokorrelation, jedenfalls in mehrjährigen (im Gegensatz zu kurzfristigen) Renditen (Fama & French, 1988; Poterba & Summers, 1988; Fama, 1991, S. 1609). Auch scheint die quantitative Verarbeitung betriebswirtschaftlicher Hilfsvariablen, etwa erwarteter Unternehmensgewinne und Dividenden, dabei zu helfen, Aktienrenditen zu prognostizieren (zum Beispiel Campbell & Shiller, 1988; Fama, 1991, S. 1609). Dies spricht ebenfalls gegen eine schwache Markteffizienz.

Seit den 1980er-Jahren mehren sich zudem Studien, die, anders als die Effiziente-Märkte-Hypothese, Börsenpreise als irrational darstellen und Übertreibungen an den Märkten als Finanzblasen. Wichtige Arbeiten in diesem Bereich, der Verhaltensökonomik, sind Kahneman und Tversky (1979), Shiller (1980, 1981, 1990, 2000, 2003, 2015), De Bondt und Thaler (1985, 1987), Shefrin und Statman (1985), Barberis, Shleifer und Vishny (1998), Daniel, Hirshleifer und Subrahmanyam (1998), Kahneman (2011) sowie Thaler (2015). Zentral herausgefordert wird Famas Effizienzhypothese heute durch zwei Phänomene: Momentum und Umkehr (*reversal*).

Momentum bedeutet simplifiziert, dass Assetrenditen dazu tendieren, nachdem sie gestiegen (gefallen) sind, noch „ein Stück weiter“ zu steigen (zu fallen). Umkehr oder auch (Mittelwert-)Reversion heißt, dass Renditen dazu neigen, nach starkem Steigen (Fallen) wieder auf einen historisch mittleren Pfad zurückzukehren – oder über dieses Ziel sogar ins Gegenteil „hinauszuschießen“ (um sich anschließend wiederum in Richtung „Mitte“ zu bewegen). Verhaltensökonomien erklären diese Phänomene mit „Überreaktion“ (*overreaction*), einem unverhältnismäßigen Reagieren der Anleger auf neue Informationen.¹¹⁶

¹¹⁵ Autokorrelation liegt vor, wenn die Merkmalswerte einer Zeitreihe, hier Renditen, mit sich selbst zu verschiedenen Zeitpunkten in Wechselwirkung stehen.

¹¹⁶ Zentrale Beiträge zu Überreaktion, Momentum und Umkehr stammen von De Bondt und Thaler (1985, 1987; Überreaktion), Poterba und Summers (1988; Mittelwertreversion), Lo und MacKinlay (1990; Konträrstrategie und Überreaktion), Jegadeesh und Titman (1993, 1995, 1995b; Momentum und Umkehr) sowie Lakonishok, Shleifer und Vishny (1994; Konträrstrategie).

Ein solches anlegerinduziert-irrationales Verhalten der Börsenpreise ist von der traditionellen Finanztheorie allerdings nicht vorgesehen, speziell von Famas Effizienzhypothese nicht, die finanziell ausnutzbare Muster in Preisen und Renditen bestreitet. Momentum und Umkehr legen jedoch Trendfolge- und Konträrstrategien nahe, die den Markt potenziell durchaus schlagen könnten. Professor Fama würde an dieser Stelle jedoch argumentieren, dass, sobald solche Strategien massenweise angewandt würden, die Ineffizienzen auch schon wieder ausgeglichen wären – und die Strategien damit nicht mehr marktschlagend. Die Debatte dauert an.¹¹⁷

Aus Sicht des Verfassers lässt sich Bilanz ziehend über die Probleme der orthodoxen Finanztheorie Folgendes sagen: Erstens, der Orthodoxie fehlt ein überzeugender Risikobegriff. – Die Varianz als Risikomaß ist eine schwache Lösung, da sie auch Ausschläge ins Renditeplus umfasst. Im Übrigen legt das Varianzphänomen der Märkte konträre Handelsstrategien nahe („*Buy low, sell high.*“). Solche Strategien sollten die Endrendite des Investors mittel- bis langfristig eher sichern als gefährden (ebenso Spremann, 2006, S. 42), speziell, wenn pro Transaktion nur eine Fraktion des Freivermögens investiert wird, so dass die Möglichkeit des billigeren Nachkaufs (ebenso Spremann, 2006, S. 42) besteht und das Gros des Geldvermögens geschützt ist.

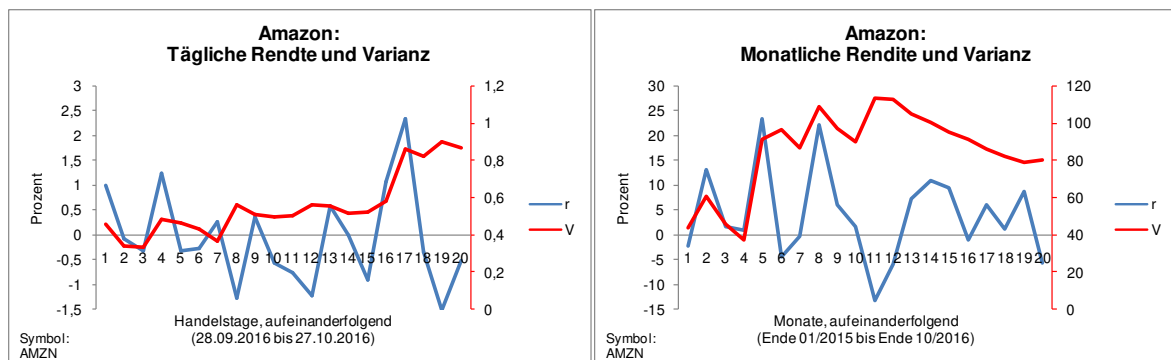
Die Varianz kann dann allerdings nicht mehr mit „Risiko“ identifiziert werden. Dies gilt ebenso für die Semivarianz¹¹⁸: Nutzen Anleger Rücksetzer an den Börsen zum günstigen Einstieg in Wertpapiere, verliert gerade die Semivarianz ihren Status als Risikomaß. Sie wäre dann, wie die gewöhnliche Varianz, eher ein Bestandteil der erwarteten Rendite. Die Varianz, so interpretiert, hätte einen weiteren Vorteil: Aufgrund ihrer Selbstähnlichkeit im („fraktalen“) Mandelbrot’schen Sinn (vergleiche

¹¹⁷ Um *vollständig* alternative Beschreibung der Finanzmärkte bemüht ist (MIT-Professor) Andrew Lo. Der Autor (2004, 2005, 2012, 2017) argumentiert, dass nicht nach der absoluten Effizienz von Märkten gefragt werden sollte, sondern nach dem Grad der Effizienz. Los Adaptive-Märkte-Hypothese zufolge ist der Effizienzgrad eines finanziellen Teilmarktes (Aktien, Bonds, Private Equity, Realitäten und so weiter) abhängig von der Fähigkeit der spezifischen Teilnehmer dieses Marktes, sich neuen und vor allem volatilen Marktgegebenheiten anzupassen. – Weitere alternative Marktsichtweisen stammen von Nassim Taleb und Didier Sornette. Taleb (2004, 2007, 2012, 2015) plädiert dafür, Variabilität im Allgemeinen und Finanzmarktvolatilität im Speziellen zu begrüßen statt als Risiko zu sehen. „Antifragile“ Systeme, so sein Argument, profitierten von jeder Form von Variabilität. Sornette (2003, 2009; Sornette & Ouillon, 2012) schließlich forscht an Frühwarnsystemen zur Bekämpfung von Finanzblasen. Dabei setzt er, Physiker, auf sogenannte ökonophysikalische Methoden (siehe zu diesem Thema beispielsweise Takayasu, Hg., 2002, 2006).

¹¹⁸ Die Semivarianz misst nur Schwankungen in den negativen (das heißt: Minus-)Bereich. (Siehe auch Abschnitt 4.1.)

Darstellung 7), wäre sie unabhängig vom Zeithorizont des Anlegers nutzbar, also kurz- wie langfristig. Selbst Buy-and-Hold-Anleger (in Opposition zu „Tradern“) könnten von dieser Sichtweise profitieren, und zwar indem sie ihr Wunschasset nicht mehr (etwas provokant) zum „Höchstkurs“, sondern anlässlich von Rücksetzern kaufen.

Eine interessante Frage ist, welche Auswirkungen eine solche alternative Varianzauslegung auf die Markteffizienz hätte, würde sie vom Gros der Marktteilnehmer geteilt. Vorstellbar ist beides: dass die Gesamtvolatilität der Börsen dadurch sinkt – oder gerade steigt. Letzteres würde wieder neues Renditepotenzial schaffen, und die Ausgangsfrage stellte sich erneut; ein infinites Regress entstände, der theoretisch (nichtempirisch) nicht beantwortbar ist.¹¹⁹



Darstellung 7 Nicht gleich, aber (selbst-)ähnlich: Die Rendite- und Varianzschwankungen einer Bluechip-Aktie, ein Mal im täglichen Rhythmus (links) – ein Mal im monatlichen Rhythmus (rechts). (Kurse: www.nasdaq.com.)

Eine zweite spannende Frage ist, ob bei der neuen Varianzsichtweise Optionspreise billiger werden müssten. Der Optionspreis nach der Black-Scholes-Formel verteuert sich mit zunehmender Varianz (etwa Smith, 1976, S. 24). Dies wäre dann kaum noch gerechtfertigt, da die Anleger nun Varianz „nachfragen“ und auf Schwächeperioden mit Nachkaufen reagieren, um ihre Verluste klein zu halten. Wenigstens ein Teil der Option ist dann verzichtbar. Nimmt der Anleger zusätzlich an, dass auf jede Schwächephase ein Anstieg der Preise folgt – weil immer Va-

¹¹⁹ Welcher oder welche Forscherin den Gedanken, dass die Volatilität nicht zwingend das Risiko riskanter Geldanlagen – das heißt etwas zu Vermeidendes – sei, originär aufgebracht hat, ist nicht mehr zu rekonstruieren. Eines der wenigen Lehrbücher, das auf diesen Gedanken eingeht, ist Luenberger (1998; 2014, Kap. 18). Vergleiche generell zu Finanzrisiken und zur Volatilität der Kapitalmärkte etwa Sinn (1980) sowie Thomas (2008), zwei einsichtsvolle Arbeiten zu diesen Themen. Vergleiche zum klassischen Risikobegriff Knight (1948). Siehe zu Fehlern bei der Risikowahrnehmung beispielsweise Gigerenzer (2013). Zu „konträren“ Investments vergleiche klassisch Dreman (2012) sowie andererseits Stäheli (2007, Kap. VI), eine lesenswerte soziologische Auseinandersetzung mit der geschichtlich frühen Finanzspekulation.

rianz vorhanden ist –, erscheint die Option quasi überflüssig. Steigen die Kurse wieder, kann der Investor seinen durch Nachkaufen günstigen Durchschnittskurs nehmen und sein Wertpapierpaket zu einem akzeptablen Preis verkaufen, vielleicht sogar mit (hohem) Gewinn. Der Investor nutzt hier anders gesagt das Phänomen der Umkehr. Ist er besonders „mutig“, stößt er sein Wertpapierpaket gestaffelt ab, da er zusätzlich von Momentum ausgeht.

Zweitens, der Orthodoxie fehlt eine stimmige Ableitung der erwarteten Rendite. – Das CAPM bewerkstelligt dies nur bedingt, so elegant Formel und Rahmenwerk sind. Das Problem ist nicht so sehr (aber auch), dass neben der zu erklärenden Variablen, der erwarteten Rendite, auch die erklärende Variable, „der Markt“, eine unbekannte Größe ist. Es sind vielmehr die realitätsfernen Annahmen, die das CAPM eben nur als Modell wahr sein lassen. In der Realität existiert weder ein verbindliches Marktportfolio noch haben die Marktteilnehmer gleichgerichtete Erwartungen an die Zukunft. Auch diversifizieren Anleger nicht nach der E-V-Regel; nicht einmal Professor Markowitz behauptet dies. Ebenso bleibt die Tobin-Separation mit ihrer singulären risikolosen Geldanlage ein rein gedankliches Konstrukt.

Und schließlich drittens, der Orthodoxie fehlt ein objektiv nachvollziehbares Investitionsziel. – Die explizit subjektive Maximierung des erwarteten Nutzens kann dies entsprechend nicht leisten. Unbestritten ist, dass der Nutzen von Person zu Person unterschiedlich empfunden werden kann. Doch sind Nutzenfunktionen derart schwierig quantifizierbar und wenig eindeutig, dass sich mit ihnen kaum der *individuelle* Nutzen zuverlässig messen lässt. Als objektives Kriterium fällt die Nutzenanalyse damit, jedenfalls für Investments, aus.

Nun können sich Entscheidungssituationen so komplex darstellen, dass nur nutzen- und spieltheoretische Lösungen optimal sind. Fraglich ist allerdings, ob der Börseninvestor vor einer solchen Herausforderung steht. Stattet man einen armen Mann mit 500.000 Euro aus, und enteignet man einen reichen Mann bis zu einem Geldbetrag von ebenfalls einer halben Million Euro, so stehen die beiden Herren ceteris paribus vor demselben Problem: „Wie anlegen?“ Und für diese Frage wäre eine *objektive* Lösung hilfreich, da diese verallgemeinerbar wäre. Unterschiedliche Nutzenpositionen sind im Wesentlichen auf ungleiche Anfangsausstattungen und Begleitumstände zurückzuführen. Die objektive Herangehensweise interessiert

sich dagegen vor allem für das Grundproblem der Investition (eben: „Wie anlegen?“); sie negiert die Nützlichkeit von Nutzenerwägungen nicht, aber sie stellt sie hinten. – Der Kelly-Latané-Ansatz mit seiner Maximierung des Vermögens (statt des Nutzens) fällt in diese Kategorie.

(Text-Anhangs-)Kapitel 5 wird nun auf das zunächst „vertagte“ Detailproblem aus Abschnitt 3.3 zurückkommen – den Informationsverlust, der bei der Bildung der geometrischen Rendite entsteht. Zu einer abschließenden Beurteilung der Effiziente-Märkte-Hypothese wird es im Fließtext der eigentlichen Masterarbeit kommen (in Kapitel 10). Über Optionspreise wird dort (Kapitel 3 und Kapitel 13) ebenfalls noch einmal zu sprechen sein, da die obigen Bemerkungen dazu im Moment noch etwas kühn wirken.

Text-Anhang 5: Das arithmetische Mittel einer Sequenz geometrischer Mittel (F)

Missiakoulis et al. (2007) weisen korrekt auf eine Unzulänglichkeit der geometrischen Rendite hin (siehe Ende Abschnitt 3.3 des vorliegenden Text-Anhanges). Die Zahlenglieder zwischen t_0 und t fallen aus der Berechnung von G einfach heraus. Durch das Fehlen der Mittelglieder in der Kalkulation fehlen auch die in ihnen enthaltenen Informationen im Ergebnis. Die geometrische Rendite der Zeitreihe

100 105 95 90 110

ist demnach genau gleich der geometrischen Rendite der Zeitreihe

100 105 95 90 Millionen 110.

Die Informationen, die in „105“, „95“ und „90 (Millionen)“ enthalten sind, fließen nicht in G ein. Zur Linderung dieses Problems möchte der Verfasser – als ersten von zwei Schritten – die Rechenoperation $F_{i,t} = [\sum_{t_1}^t G_i]/t$ vorschlagen, das arithmetische Mittel einer Sequenz geometrischer Mittel.¹²⁰

Das Maß F bildet den Durchschnitt aller bis dato (t) angelaufenen geometrischen Renditen. Anders als das aktuelle $G_{i,t}$ beinhaltet $F_{i,t}$ die *gesamte* Informationshistorie des zugrunde liegenden Wertes „ i “. F lässt sich nicht nur ökonomisch interpretieren – durch seine Höhe und vor allem seinen Abstand zu G . Aus der Steigung von F lässt sich sogar die *erwartete* geometrische Rendite $E[G_{i,t+n}]$ ableiten.

Da der Aufbau der Formel für F recht einfach ist, ist diese Formel natürlich nicht neu. Sie kommt im Schrifttum allerdings vergleichsweise selten vor. Die Mehrzahl der Arbeiten, in denen F vorkommt, ist empirischer Art; die Disziplinen sind dabei sehr divers. Es findet sich auch eine Handvoll finanzwirtschaftlicher Studien mit F . Zur Ableitung der erwarteten Rendite wird das Maß dort allerdings nicht herangezogen, auch wird es nicht ökonomisch interpretiert. Diese Verwendungszwecke sind neu und werden im Rahmen dieser Masterarbeit erstmals vorgestellt.

¹²⁰ Schritt Nummer zwei wird in der Schätzung des Erwartungswertes $E[F_{i,t+1}]$ liegen – dem „ F “ des nächsten Zeitschrittes. Das Problem wird in Kapitel 6 des eigentlichen Fließtextes der Masterarbeit angegangen werden.

(Text-Anhangs-)Kapitel 5 ist wie folgt aufgebaut. Zunächst wird es in Abschnitt 5.1 noch einen Moment lang weiter um das Informationsproblem in G , der geometrischen Rendite, gehen. Es soll gezeigt werden, dass auch die Bildung des geometrischen Mittels, g , das Problem nicht löst. Dies mag im ersten Augenblick erstaunen, da die Formel des geometrischen Mittels rein äußerlich mehr Informationen zu verarbeiten scheint als die Formel der geometrischen Rendite. Im Ergebnis gilt allerdings: Beide Mittelwerte sind gleich. Abschnitt 5.2 wird die ökonomischen Eigenschaften des Maßes F thematisieren; etwa, was es für Asset i bedeutet, wenn F ober- oder unterhalb der geometrischen Rendite rangiert. Abschnitt 5.3 schließlich wird einen Blick in das Schrifttum werfen, in dem F vorkommt, und dieses kurz bewerten.

Text-Anhang 5.1: Das Informationsproblem in G

Das geometrische Mittel (g) und die geometrische Rendite (G) sind über folgende Beziehung miteinander verwoben, ineinander überführbar; sie sind de facto gleich (Formeln ähnlich Missiakoulis et al., 2007, S. 405):

$$[5] \quad g = \sqrt[t]{r_1 \times r_2 \times \cdots \times r_t}$$

$$[6] \quad P_t = P_0 \times g^t$$

$$[7] \quad g = G = \sqrt[t]{P_t/P_0}.$$

Hierbei sind: P Aktienkurse, 0 bis t unterschiedliche Zeitpunkte und r Periodenrenditen. Dazu ein Zahlenbeispiel: Die Aktie des Beratungsunternehmens Accenture erreichte am US-Markt zwischen Ende Jänner 2016 und Ende Mai 2016 folgende Monatsschlusskurse (Dollar):

105,54 100,26 115,40 112,92 118,97.

Das ergibt folgende Periodenrenditen: – 5,00%, 15,10%, – 2,15% und 5,36%. Diese Zahlen in [5] bis [7] eingesetzt ergeben $g = G$:

$$g = \sqrt[4]{0,95 \times 1,151 \times 0,9785 \times 1,0536} = 1,0304 \equiv 3,04\%$$

$$118,97 = 105,54 \times 1,0304^4$$

$$g = G = \sqrt[4]{118,97/105,54} = 1,0304 \equiv 3,04\%.$$

Dies wiederum bedeutet, dass die Aktienkurse zwischen 0 und t nicht nur nicht in die Berechnung von G einfließen, sondern ebenso wenig in die Kalkulation von g . Während Ersteres bereits anhand der Formel offensichtlich ist, ist Letzteres nicht ganz so augenscheinlich. In g , Schreibweise [5], fließen immerhin alle Renditen ein, die sich aus allen Aktienkursen ergeben. Doch dies ändert nichts an der prinzipiellen Gleichheit des geometrischen Mittels und der geometrischen Rendite.¹²¹

Zurückkommend auf Missiakoulis et al. (2007) möchte der Verfasser nun Folgendes vorschlagen: Das Informationsproblem, das bei der Bildung der geometrischen Rendite entsteht, lässt sich – in einem ersten Schritt – dadurch mildern, dass das arithmetische Mittel der angefallenen geometrischen Renditen gebildet wird,

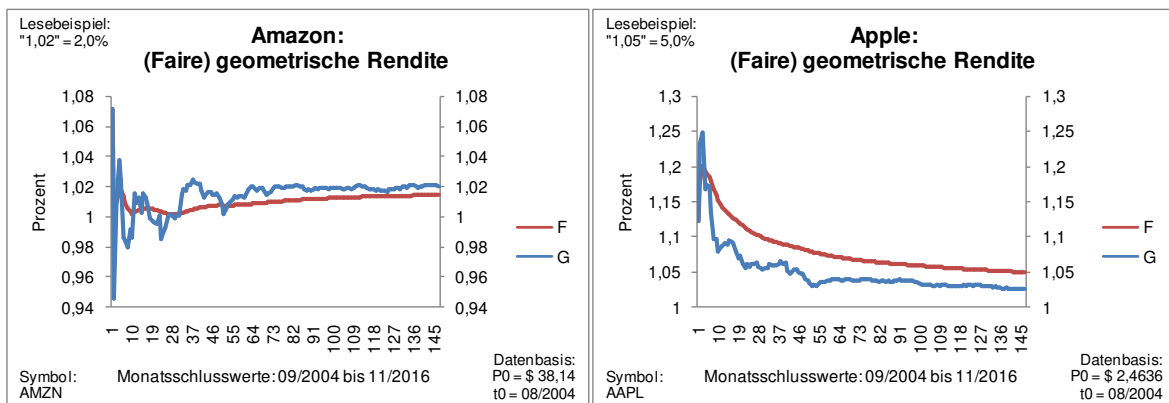
$$F_{i,t} = \frac{\sum_{t=1}^t \sqrt[t]{\frac{P_{i,t}}{P_{i,t0}}}}{t} = \frac{G_{i,t1} + \dots + G_{i,t}}{t} = \frac{\sum_{t=1}^t G_i}{t}.$$

Diese Operation scheint zulässig, da die geometrischen Renditen naturgemäß gleichnamig sind; sie beziehen sich alle auf P_{t0} , den Ausgangspreis. Die Formel summiert alle bis dato angelaufenen Werte der geometrischen Rendite – inklusive ihrer „Informationen“ – und teilt die Summe durch t , die Anzahl der Beobachtungen. G steht für die geometrische Rendite, t für den Zeitpunkt und i für den zugrunde liegenden Sachverhalt, hier: eine bestimmte Aktie. F möchte der Verfasser als die *faire geometrische Rendite* bezeichnen. $F_{i,t}$ ist demnach die faire geometrische Rendite der Aktie i zum Zeitpunkt t .

¹²¹ Eine Schwäche des *arithmetischen* Mittels andererseits ist, dass es sich nicht uneingeschränkt auf Prozentwerte anwenden lässt. Beispielsweise (im Folgenden Wong, 2011, S. 109) lautet der Durchschnitt von *zehn und 14 Prozent* nicht notwendigerweise zwölf Prozent; er kann so lauten, muss es aber nicht. Der Grund ist offensichtlich: Prozentwerte sind mathematisch gesehen nichts anderes als Brüche, und für die Addition von Brüchen gilt, dass der Nenner gleich sein muss. Man kann also bei n Prozentwerten nicht *pauschal* alle Werte addieren und dann durch n teilen, um das arithmetische Mittel zu erhalten. – Seien die Beispielwerte zehn und 14 Prozent wie folgt zustande gekommen (weiter Wong, 2011, S. 109): $30/300 = 10\% = A$; $28/200 = 14\% = B$. Dann kann man auch schreiben: $A = c/e$; $B = d/f$. Jetzt erst lässt sich der korrekte durchschnittliche Prozentsatz ermitteln, und zwar durch $[c + d]/[e + f] \times 100 = [30 + 28]/[300 + 200] \times 100$, was 11,6 und eben nicht zwölf vom Hundert ergibt. (Anders ist die Lage, wenn der Nenner von A und B „250“ lautet; dann gibt es keinen Grund, nicht einfach das arithmetische Mittel zu bilden. Auch dies ergibt 11,6 Prozent, A und B stehen nun allerdings für zwölf und 11,2 Prozent. Auch dann, wenn die Beispielwerte auf $10/100$ und $14/100$ zurückzuführen sind, besteht kein Problem. Der Durchschnitt lautet in diesem Fall tatsächlich zwölf Prozent.)

Text-Anhang 5.2: Die Ökonomik von F

Die Größe F erscheint zunächst erklärungsbedürftig und ist es auch, Darstellung 8 verdeutlicht dies. Sie zeigt die jeweilige Entwicklung der Amazon-Aktie und der Apple-Aktie am US-Markt zwischen Ende August 2004 und Ende November 2016. Die blaue Linie entspricht G , die rote Linie ist F ; es handelt sich um monatliche Beobachtungen. Das G von Amazon liegt mal über und mal unter seinem F . Das G von Apple liegt, bis auf ein Mal relativ am Anfang, stets unter seinem F . – Was könnte dies ökonomisch bedeuten, und was ist an F „fair“?



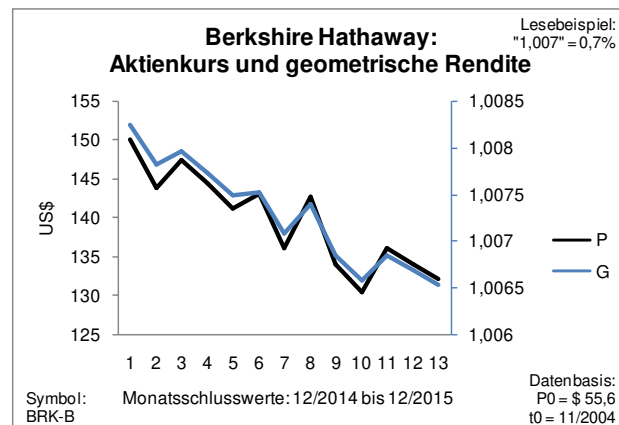
Darstellung 8 Die geometrische Rendite (G , blau) und die faire geometrische Rendite (F , rot). (Kurse: www.nasdaq.com.)

Letzteres wird vielleicht deutlicher, wenn man sich klar macht, dass F nicht der „wahre“ oder „bessere“ Wert für G ist. F ist nicht die „eigentliche“ geometrische Rendite, es ist die *durchschnittliche* geometrische Rendite. Diese Eigenschaft lässt F vergleichsweise objektiv erscheinen – oder eben „fair“. Und zur ökonomischen Bedeutung: Dass F und G offensichtlich nur selten gleich sind (gut zu erkennen ebenfalls in Darstellung 8) – hierzu müssen sich die Kurven kreuzen –, liegt an der im Zeitablauf unterschiedlichen Bewertung der Aktie durch den Markt.¹²² Dies lässt sich sagen, weil sich Aktienkurs und G vergleichsweise proportional zueinander auf und ab bewegen. Das Kurs- und das G -Diagramm einer Aktie sind optisch kaum voneinander zu unterscheiden, vergleiche Darstellung 9.

Genauer gesagt liegt G über F , wenn der Markt die Performance der Aktiengesellschaft (streng genommen nicht der Aktie) *nachhaltig* positiv bewertet. G liegt unter F , wenn dies nicht der Fall ist. Letzteres muss keineswegs bedeuten, dass die Ak-

¹²² Das bedeutet, es liegt Volatilität in G , und F ist der Mittelwert, wenn auch kein konstanter.

tie ständig sinkt oder nicht erfolgreich ist. Apple ist ein gutes Beispiel. Dies liegt daran, dass für den Aktienkurs bedeutsamer ist, ob G steigt oder fällt, als ob G über oder unter F liegt. Aktienkurs und G bewegen sich ja nahezu synchron: Steigt G , egal, ob über oder unter F liegend, steigt in der Regel auch der Aktienkurs – und umgekehrt.¹²³ Rein rechnerisch kann F nur steigen, wenn G darüber liegt; F wird dagegen sinken, solange G darunter liegt, selbst wenn es darunter liegend steigt.



Darstellung 9 Geometrische Rendite (blau) und Aktienkurs (schwarz) tendieren dazu, vergleichsweise synchron zu verlaufen. (Kurse: www.nasdaq.com.)

Liegt G unter F , zeigt dies vielmehr, um im Bild zu bleiben, dass der Markt meint, dass das Apple-Management das dem Unternehmen „eigentlich“ innewohnende historische, durchschnittliche Potenzial, beschrieben durch F , nicht zufriedenstellend ausschöpft. Mit anderen Worten: Der Kurs könnte – bei entsprechendem Management und entsprechenden Produkten – deutlich höher sein, ohne dass die Aktie deswegen überbewertet erschiene.

Anders die Situation bei Amazon, ebenfalls ein Technologiekonzern. Hier steht „Technologie“ im Gegensatz zu Apple aber eher für die Prozesse, nicht so sehr für die Produkte. Amazon muss die besten Prozesse haben, weil das Produkt billig zu sein hat. Es muss die gehandelten Produkte aber nicht notwendigerweise selbst kreieren. Apples Produkte dagegen, an der Zahl viel weniger, dürfen teuer sein – solange sie innovativ sind und den Massengeschmack treffen. Für die Entwicklung dieser Produkte ist Apple jedoch alleinverantwortlich. Das heißt, Amazon und Apple agieren strategisch auf Basis völlig unterschiedlicher Ausgangslagen.

¹²³ Steigt oder fällt G nur minimal, kann es anders sein.

Die Unterschiedlichkeit dieser Ausgangslagen manifestiert sich in Art und Wesen des individuellen Potenzials, Umsatz und Marge generieren *zu können*. Es liegt deshalb nahe, anzunehmen, dass dieses ungleiche Potenzial – genauer: dessen Bewertung durch den Markt – auch Einfluss auf das jeweilige F und G der Unternehmen hat. Da Amazons G seit einigen Jahren über seinem F liegt, scheint der Markt seit dieser Zeit *nachhaltig* der Meinung zu sein, dass Amazon einen guten Job macht und mit seiner modernen Prozesstechnologie immer mehr, wenn auch margenschwache Produkte verkaufen wird.

All dies bedeutet nicht, dass Prozesse nicht auch für Apple wichtig wären oder dass Amazon keine guten Diversifizierungs-Chancen hätte und keine eigenen Produkte herstellte. All dies ist der Fall.¹²⁴ Es geht vielmehr darum, die relative Andersartigkeit der strategischen Schwerpunktsetzung der beiden Unternehmen zu erkennen – und die Möglichkeit eines Einflusses dieses Strategiefaktors auf Höhe, Abstand und „Richtung“ von F und G in Erwägung zu ziehen.

Es zeichnet sich anders gesagt bereits eine Kernfrage zukünftiger Forschung ab: Welche empirischen Zusammenhänge mögen bestehen zwischen einerseits F und G und andererseits Faktoren wie Preis-, Produkt- und Markenmanagement oder auch Art der Führung, Gestaltung der Organisation und so weiter? Allgemein kann jetzt schon gesagt werden: Die Höhe von F und der Abstand zwischen F und G haben ökonomische Bedeutung – sehr langfristig betrachtet. Dies ist kaum anders vorstellbar, da das G das F konstituiert, und das G ist immer ein Marktvotum – in jedem einzelnen t . G ist eine Art Marktwert, F ist eine Art Buchwert. F ist der Kern der *Theorie der fairen geometrischen Rendite*, wie der Verfasser sie nennen möchte.¹²⁵

¹²⁴ Man denke an Amazons TV-Streamingdienst, Drohnentechnologie und portable Lesegeräte.

¹²⁵ Vor dem Hintergrund dieser Schilderungen erscheint es überdies naheliegend, auch Querverbindungen zu anderen Studien zu prüfen. Fama und French (1992, 1993, 1995, 1996) beispielsweise finden, dass Aktiengesellschaften mit hohem Buchwert-Marktwert-Verhältnis (sogenannte Value-Aktien) langfristig relativ höhere Aktienrenditen erzielen als Aktiengesellschaften mit niedrigem Buchwert-Marktwert-Verhältnis (Growth-Aktien). (Hier ist selbstverständlich, anders als oben, der „richtige“ Buch- beziehungsweise Marktwert gemeint.) Eine interessante Frage ist, ob Value- und Growth-Aktien neben bestimmten Buchwert-Marktwert-Verhältnissen auch bestimmte Charakteristika in Bezug auf F und G aufweisen. – Eine weitere empirische Studie, die in diesem Kontext geprüft werden könnte, stammt von Raynor und Ahmed (2013). Die Autoren finden, dass langfristig erfolgreiche Aktiengesellschaften überproportional häufig Qualitäts- statt Billiganbieter sind und gleichzeitig, was wegen des nachhaltigen Erfolges erstaunen mag, keine Low-Cost-Organisationen. Solche „*Miracle Workers*“, wie Raynor und Ahmed diese Gesellschaften nennen, gewichten anders gesagt in der Gewinngleichung den Umsatz höher als die Kosten. Sie trachten danach,

Unabhängig von der Frage möglicher empirischer Anschlussforschung haben sich beide Wertpapiere, Amazon und Apple, zwischen 2004 und 2016 (dem Zeitraum von Darstellung 8) enorm positiv entwickelt: Amazon um fast 1.900 Prozent, Apple um knapp 4.400 Prozent. Der Punkt ist aber: Amazons G ist im Jahr 2016 „am Limit“, das heißt weit oberhalb von F – Apples G dagegen hat noch sehr viel Potenzial. Weiters fällt das F von Apple im Jahr 2016 mit rund fünf Prozent pro Monat deutlich größer aus, als das F von Amazon, das nicht ganz bei 1,5 Prozent liegt. Auch das G von Apple liegt 2016 mit durchschnittlich 2,68 Prozent je Monat signifikant höher als das G von Amazon mit rund zwei Prozent.¹²⁶

Bei diesen Überlegungen sollte indes ein Faktor mitbedacht werden: die Relevanz der Anfangsbedingungen. Apple ist relativ zu Amazon die deutlich ältere Aktiengesellschaft, so dass auch Apples Kurshistorie weiter zurückreicht. Apple ging im Dezember 1980 an die Börse (Isaacson, 2012, S. 131). Amazon dagegen ist ein typisches Unternehmen der Interneteuphorie der 1990er-Jahre. Zwar reicht auch dessen Preishistorie weiter zurück als bis (wie hier aus technischen Gründen) 2004. Der Punkt ist jedoch ein anderer: Ändert sich die Zahl der Datenpunkte, das heißt, werden mehr Schlusskurse in die Berechnung einbezogen, dann ändern sich auch F und G , möglicherweise auch drastisch. Beide Größen müssen dann neu interpretiert werden.

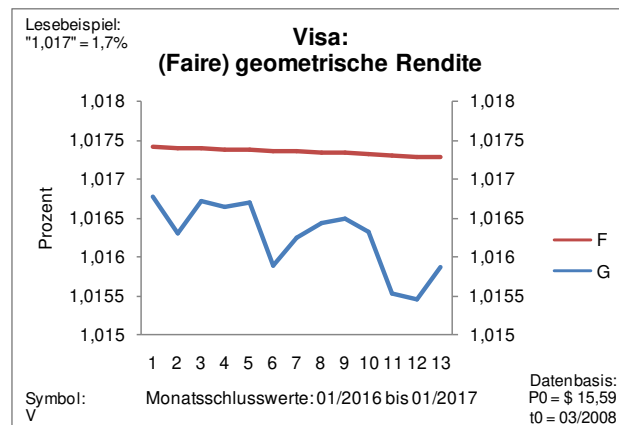
Bezieht man im Falle Apples beispielsweise Kurse zurückreichend bis Anfang der 1990er-Jahre ein, so wird dies das F gegenüber dem Zeitfenster 2004 bis 2016 – der Ära der Blockbuster-Produkte – mutmaßlich „drücken“. Dies deshalb, da Apple vor Steve Jobs' Wiedereinstieg in die Firma zweite Hälfte der 1990er-Jahre eine Reihe schwieriger Geschäftsjahre zu verkraften hatte (etwa Isaacson, 2012, S. 348-351). Dieser Umstand muss sich in den betreffenden geometrischen Renditen – und damit in F – auch niederschlagen. An der generellen Aussagekraft von F als Performancemaß ändert dies nichts. Aber die Interpretation von F in einem solchen Fall muss neu vorgenommen werden.

hohe Mengen ihrer Produkte und Services zu hohen Preisen abzusetzen. Dafür bieten sie „Qualität statt billig“ und nehmen vergleichsweise hohe Kosten in Kauf (selbstverständlich ohne Ressourcen zu verschwenden). Die entsprechende Forschungsfrage wäre hier, ob für *Miracle Workers* spezielle F-G-Konstellationen typisch sind.

¹²⁶ Diese Daten kommen (nur dann) zustande, wenn t_0 Ende August 2004 ist.

Es stellt sich vor dem Hintergrund des bisher Gesagten im Übrigen folgende Frage: Was ist der *praktische* Nutzen von F ? Nun: Aus der Größe F lässt sich (streng logisch, wie sich zeigen wird) der gesuchte Wert $E[G_{i,t+n}]$ ermitteln – die erwartete geometrische Rendite. Hierzu wird einzig und allein die Steigung von $E[F_{i,t+n}]$ benötigt, der erwarteten *fairen* geometrischen Rendite.

$E[F]$ ist genau wie $E[G]$ ein Erwartungswert, das heißt unsicher. Und G , das wurde schon gesagt, verläuft vergleichsweise synchron zum Aktienkurs, ist also ähnlich schwierig zu ermitteln wie der Aktienkurs. Die Kurve von F indes verläuft *geglättet*, das heißt, die Steigung dieser Größe, in irgendeinem Punkt t , ist relativ einfacher zu berechnen als die Steigung von G . Die Kurve von F entwickelt sich nach einiger Zeit nahezu zu einem geraden Strich, während die Kurve von G weiter fluktuierend unprognostizierbar bleibt (Darstellung 10 illustriert dies). Diese Tatsache ist der Dreh- und Angelpunkt der Theorie der fairen geometrischen Rendite.



Darstellung 10 Die obere Kurve, die faire geometrische Rendite, wirkt besser prognostizierbar als die untere Kurve, die geometrische Rendite. (Kurse: www.nasdaq.com.)

Text-Anhang 5.3: Vorkommen von F in Empirie und Theorie

Eine so einfache Operation wie $F_{i,t} = [\sum_{t=1}^t G_i]/t$ ist natürlich nicht neu. Das arithmetische Mittel einer Sequenz geometrischer Mittel, so die Formel in Worten, kommt in drei Umgebungen vor, wenn auch nur selten und meist nur am Rande: (1) in der mathematischen Ungleichungslehre, (2) in der Finanzliteratur und (3) in empirischen Arbeiten unterschiedlicher Disziplinen.

Mathematische Arbeiten, in denen die Formel vorkommt, sind etwa

- Carlson (1970, 1971; zu elliptischen Funktionen und Integralen, F an diversen Stellen),
- Carlson, Meany und Nelson (1971; zu den Eigenschaften einer Ungleichung mit F),
- Pečarić und Svrtan (1998, S. 371; es geht um die Jensen-Ungleichung),
- Pečarić und Stolarsky (2001, S. 49 und S. 55; eine Studie zur Carleman-Ungleichung),
- Dragičević, Treil und Volberg (2008, S. 3; zu quadratischen Formen) sowie
- Sander, Kornhuber und Berninger (2013, S. 21; es geht um die Richards-Gleichung).

Diese an sich ausgesprochen interessante Literatur ist für die vorliegende Schrift allerdings nicht direkt relevant, weshalb ein weiteres Eingehen darauf, jedenfalls an dieser Stelle, nicht notwendig erscheint.

In der Finanzliteratur kommt F in Arbeiten im Zusammenhang mit der Wahl zwischen dem arithmetischen und dem geometrischen Mittel vor. Interessante Studien stammen hier zum Beispiel von Cheng und Deets (1971), Blume (1974) und Cooper (1996).¹²⁷ In diesen Arbeiten wird allerdings weder versucht, F ökonomisch zu interpretieren noch die erwartete Rendite aus der Steigung von F abzuleiten (im Grundsatz geht es aber durchaus um die erwartete Rendite). Es werden vielmehr die rein statistischen Eigenschaften von A und G unter einer Normalverteilungsannahme (Cheng & Deets, 1971, S. 978; Blume, 1974, S. 634-635) und weiteren strengen Bedingungen (Cooper, 1996, S. 159) diskutiert. Dabei kommt es am Rande auch zur Rechenoperation $F_{i,t} = [\sum_{i=1}^t G_i]/t$.

Der Tenor dieser Schriften lautet, dass die Ungleichheit von A und G sowie das Auseinanderfallen von A und G einerseits und der tatsächlichen (ehemals erwarteten) Rendite andererseits ein Entscheidungsproblem auslösen: „Welchen der beiden Mittelwerte wählen, um die erwartete Rendite zu prognostizieren?“ Das Auseinanderfallen von A und G und der „wahren“ Ex-ante-Rendite wird als Verzerrung (*bias*) bezeichnet.

¹²⁷ Beachte weiters Latané und Young (1969, 1971); Jones (1971); Pinches und Simon (1972, S. 1787, Fn. 9); Cooper und Currie (1999).

Für die Diskrepanz stellt Cooper (1996, S. 160) drei mögliche Ursachen zur Diskussion:¹²⁸ (1) Die erwartete Rendite ist im Zeitablauf nicht konstant. (2) Historische Renditen haben eine „Erinnerung“, das heißt, sie sind statistisch nicht voneinander unabhängig.¹²⁹ (3) Das tatsächliche Mittel historischer Renditen kann prinzipiell nicht gewusst werden. – Cooper (1996) konkludiert: „Es könnte sein, dass das korrekte Modell von Renditen komplexer ist als hier analysiert. [...] Es mag ebenso sein, dass ein komplexeres Kriterium als Unverzerrtheit korrekt ist.“ (S. 165; Übersetzung D.S.)

Zuzustimmen aus Sicht der Theorie der fairen geometrischen Rendite ist Coopers (wenigstens) erstem Erklärungsansatz.¹³⁰ Bezüglich Coopers Konklusion stellt sich allerdings die Frage, ob Modell und Kriterium wirklich so sehr „komplexer“ sein müssen. Der springende Punkt könnte vielmehr sein, dass die orthodoxe Finanztheorie, auf der auch Coopers Überlegungen basieren, *aus prinzipiellen Gründen* nicht zum Ziel führt – so tiefgründig und inspirierend die Theorie ist. Dies würde bedeuten, dass schlicht mit dem „falschen“ Modell gearbeitet wird. A und G wären dann auch nicht mehr „verzerrt“, sie wären einfach *etwas anderes* als die erwartete Rendite. Und in ebendiese Richtung möchte der Verfasser argumentieren.

Bleibt noch das Vorkommen von F in der Empirie. Diese Arbeiten sind für die vorliegende Schrift zwar (wie die mathematische Literatur) ebenfalls nicht unmittelbar relevant, aber dennoch auch nicht uninteressant. Vor allem dann, wenn sie offenbaren, warum auf das Maß F zurückgegriffen wurde. Leider nennt nicht jeder Forscher seine Gründe hierfür.

Die früheste empirische Arbeit, in der F vorkommt, ist offenbar Griffith (1949, S. 292), eine Studie zu Wettquoten bei Pferderennen. Griffith bildet das arithmetische Mittel mehrerer Stichproben geometrisch gemittelter Wettquoten. Einen Grund für seine Wahl des Maßes F nennt er nicht. Im Anschluss an die Arbeit von Griffith

¹²⁸ Die aber, soweit der Verfasser es versteht, nicht notwendigerweise seiner eigenen Meinung entsprechen.

¹²⁹ Dies wäre mit der orthodoxen Finanztheorie nicht vereinbar; siehe zum Beispiel Fama (1965, S. 56).

¹³⁰ Der Grund wird im Fließtext der eigentlichen Masterarbeit (Kapitel 1 bis 15) deutlich werden: Eine *konstante* geometrische Rendite (G) kann in einer beliebigen Folgeperiode $t + 1$ nur dann *die beste* Schätzung sein, gilt in t simultan auch: $G = F$. „ F “ ist die faire geometrische Rendite – das arithmetische Mittel aller bis dato t angelaufenen geometrischen Renditen.

erscheinen einige Jahre lang keine empirischen Studien mit F . Zwischen Mitte der 1960er- und Mitte der 1990er-Jahre finden sich dann wieder folgende Studien:

- Akman und Normandeu (1967, S. 138-140; kriminalstatistische Studie),
- Guth, Alexander, Chumbly, Gillman und Patterson (1968, S. 918; Arbeit zur sogenannten Leuchtdichteadditivität; F als „*summary measure*“ bezeichnet),
- Brady (1969, S. 641; petrologische Studie; F kommt als „*resulting average*“ zustande),
- Pettway und Trifts (1985, S. 8; Arbeit zur Bewertung insolventer Banken; F als „*theoretically superior measure*“ bezeichnet),
- McIver und McElligott (1989, S. 7-8; biologische Studie),
- Bushell (1996, S. 273; medizinische Studie) sowie
- Kareiva, Parker und Pascual (1996, S. 1672; zoologische Studie; F als „*measure of variability in our estimates*“ bezeichnet).

Ab den 2000er-Jahren finden sich folgende Studien mit F :

- Duffy, Peterson und Bartoshuk (2004, S. 439; medizinische Arbeit; F angesetzt „*for normalization*“),
- Prescott und Tepper (2004, S. 213; genetische Studie),
- Calaminus und Hauber (2009, S. 100; tierphysiologische Studie),
- Cruz de León (2010, S. 89 und S. 93; Arbeit zur Geometrie von Baumstämmen),
- Noonan, Baker, Seavey und Moon (2011, S. 282; Softwarestudie; F habe „*nice robustness properties*“ und sei ein „*robust index*“),
- Lin und Lee (2014, S. 457; Technologiemanagement-Studie, Halbleiterbranche),
- Wilkinson, Anderson, Bradley und Thibos (2016, S. 7; optometrische Studie),
- Lee und Chou (2016, S. 8; Technologiemanagement-Studie, Halbleiterbranche; F als „*threshold value*“ bezeichnet) sowie
- Seo und Kim (2016, S. 32; ingenieurwissenschaftliche Studie; F als „*merged result*“ bezeichnet).

Und kurz zur Bewertung: Begriffe wie „*threshold value*“ oder „*summary measure*“ sind nicht weit weg von „objektives, faires Kriterium“, als was F in Abschnitt 5.2 bezeichnet wurde. Ist die zugrunde liegende Zeitreihe volatil, lässt G allein keinen Schluss darüber zu, ob dessen aktueller numerischer Wert angemessen ist. Einige Empirikerinnen und Empiriker bilden deshalb den Mittelwert der sie interessierenden geometrischen Mittel – das Maß F . Mittels F lässt sich das aktuelle G in *Relation zu etwas* beurteilen, und zwar zu dessen (Informations-)Historie.

Ein wenig übertreibend lässt sich daher resümieren: *Das arithmetische Mittel einer Sequenz geometrischer Mittel ist der Fingerabdruck, die DNA, die Erbinformation einer Zeitreihe – und unterliegt gleichzeitig der „Evolution“, ist also nicht konstant. Ob es sich um eine finanzielle oder eine ganz andere Zeitreihe handelt, spielt keine Rolle.*

Zum Abschluss dieses (Text-Anhangs-)Kapitels vielleicht ein letzter Punkt: Warum nicht das *geometrische* Mittel einer Sequenz geometrischer Mittel? Nun, dies ist ebenso möglich. Dieser Mittelwert ist wegen der prinzipiellen Ungleichheit von A und G allerdings kleiner als F und eben nicht der klassische „Durchschnitt“, den der Verfasser sucht. Um einzelne Renditen im Zeitablauf abzubilden, ist die geometrische Rendite besser geeignet als das arithmetische Mittel. Um aus diesem Datenmaterial aber die historische („faire“) Durchschnittsrendite zu extrahieren, braucht es das arithmetische Mittel. Es besteht kein Grund, auch an dieser Stelle auf das (eben relativ kleinere) geometrische Mittel auszuweichen. Aber möglich ist es.

Beim folgenden (Text-Anhangs-)Kapitel 6 handelt es sich um den zweiten und letzten Exkurs dieser Arbeit. Das Kapitel wird den informationstheoretischen Aspekt an Kelly (1956), Abschnitt 3.2, noch einmal aufgreifen und die wichtigsten, zentralen Begriffe ex Shannon (1948) klären. Ziel ist es, auf Basis von Shannons Einsichten eigene Gedanken zu entwickeln und zu formulieren. Letzteres wird dann im Fließtext der eigentlichen Masterarbeit geschehen.

Text-Anhang 6: Exkurs II: Aspekte der Shannon'schen Informationstheorie

Die nachrichtentechnische Informationstheorie, Ende der 1940er-Jahre auf den Punkt gebracht von Claude Shannon (Shannon, 1948), ist eine der herausragenden wissenschaftlichen Leistungen des 20. Jahrhunderts (etwa Golomb, 2001, S. 455; Soni & Goodman, 2017). Die Applikationen des heutigen, modernen Digitalzeitalters – Smartphone, HD-TV, E-Mail, Internet – wären ohne die Grundideen Shannons nicht funktionsfähig (ähnlich Guizzo, 2003, S. 10; Soni & Goodman, 2017). Was die Shannon-Theorie auch für Nichtingenieure faszinierend macht, ist unzweifelhaft der Informationsbegriff. Denn was Information überhaupt und eigentlich ist, ist mitnichten einfach zu definieren; das Feld ist insofern zu weit, als dass Information „zu viele“ Aspekte besitzt. Andererseits ist seit jeher klar, dass Informationen immer und überall ausgetauscht werden, Information an sich also eine besondere Bedeutung haben muss. Durch Shannon ist nun immerhin begreiflich, was Information im syntaktischen, technischen Sinn ist, nämlich *ein Maß für die Freiheit der Wahl* – der Wahl ganz bestimmter Alternativen aus einer Menge von Alternativen.

Die Grundlage der zeitgenössischen Informationstheorie bildet in der Tat unzweifelhaft (etwa Lyre, 2002, S. 23) Claude Shannons Aufsatz *A Mathematical Theory of Communication* von 1948 (Shannon, 1948). Das Werk wurde 1949 noch einmal neu als Buch unter dem Titel *The Mathematical Theory of Communication* veröffentlicht (man beachte das „The“; Shannon & Weaver, 1949; deutsche Übersetzung: 1976). Diesmal steuerte Warren Weaver, der – wie Shannon – Ingenieur und Mathematiker war, einführendes, nichtmathematisches Material bei. Shannon und Weaver traten als Ko-Autoren auf; es ist allerdings indiziert, wer welche Teile geschrieben hat.

Claude Shannon, der (wie John Kelly) im Forschungslabor der Bell Telephone Company arbeitete – er starb 2001 (Weaver bereits 1978) –, befasste sich kurz gesagt mit der Frage, wie man effizient kommuniziert, wenn ein Kommunikationskanal von zufälligen Störungen betroffen ist, dem sogenannten Rauschen (Stewart, 2015, S. 426-428). Der gestörte Kommunikationskanal ist nachrichtentechnisch der Normalfall (etwa, teils ähnlich oder implizit, Zemanek, 1959, S. 79; Lotze

in: Wosnik, Hg., 1964, S. 1; Peters, 1967, S. 184; Moles, 1971, S. 73; Shannon & Weaver, 1976, S. 44; Stewart, 2015, S. 427). Rauschen kommt zustande etwa durch Materialfehler in der Ausrüstung, Wärme oder kosmische Strahlung (ähnlich Stewart, 2015, S. 427). Eine Möglichkeit, Fernkommunikation so sicher (störungsarm) wie möglich zu gestalten, ist, die Qualität des Kanalaufbaus immer weiter zu verbessern. Eine andere Möglichkeit besteht in der Kodierung der zu übermittelnden Nachrichten, so dass Fehler – möglichst instantan – erkannt und behoben werden können.¹³¹ Auf Letzteres legte Shannon seinen Fokus, wobei ihn besonders interessierte, wie leistungsfähig fehlererkennende Codes maximal sein können (Stewart, 2015, S. 428).

Da nicht überall, wo (im weitesten Sinn) ein Kommunikationssystem gesehen werden kann – etwa in Gestalt der Börse –, auch Kodierung gewünscht, notwendig oder möglich ist (Kelly, 1956, S. 917), liegt der Fokus des vorliegenden (Text-Anhangs-)Kapitels 6 entsprechend auch nicht auf Kanal, Kapazität und Kodierung. Im Kern soll vielmehr gezeigt werden, auf welche Weise Shannon *Ungewissheit quantifiziert* – und wie enorm hilfreich und plausibel dieses Konzept ist. Später, im Hauptteil der eigentlichen Masterarbeit, wird dann – eben aus diesem Grund – abermals auf das Shannon-Maß zurückgekommen werden (sowie auf die Kanal-kapazität). Das vorliegende (Text-Anhangs-)Kapitel 6 wird zuvor einige informationstheoretische Zentralbegriffe klarlegen: Information und Entropie (Abschnitt 6.1), die Informationsmaßeinheit „Bit“ (Abschnitt 6.2) sowie den Bit-verkleinernden statistischen Effekt „Redundanz“ (Abschnitt 6.3).

Text-Anhang 6.1: Information und Entropie

Information und Entropie sind duale Begriffe (Topsøe, 1974, S. 6), zwei Seiten derselben Medaille. Das Schrifttum führt in die Begriffe häufig buchstäblich mit einem Münzwurfbeispiel ein (etwa Wolkenstein, 1990, S. 164-168). Information und Entropie sind hierbei aber nicht „Kopf“ oder „Zahl“, sie sind „Kopf“ *und* „Zahl“. Der Unterschied zwischen Information und Entropie ist rein zeitlicher Natur, rech-

¹³¹ Vergleiche einführend zum Thema Kodierung etwa Brillouin (1962, S. 28-50); Topsøe (1974, S. 13-67); Stewart (2015, S. 437-446).

nerisch sind beide Größen gleich. Entropie, lässt sich sagen, ist „vor dem Messvorgang“, Information ist „nach dem Messvorgang“.

Entropie, der ungewisse Teil dieses Dualismus, wird deshalb auch als „potenzielle Information“ (von Weizsäcker, 1985, S. 164) bezeichnet. Potenzielle Information beziehungsweise Entropie ist ex ante nur hypothetisch bezifferbar, das heißt: ein stochastischer Wert. „Aktuelle Information“ oder auch „negative Entropie“ (von Weizsäcker, 1985, S. 164) – das Messergebnis, der sichere Teil – liegt demgegenüber faktisch vor (Lyre, 2002, S. 17).

Der vollständige Informations- und Entropiebegriff ist „semiotisch dreidimensional“, so Lyre (2002, S. 16-17). Das heißt, er besitzt – gleichrangig (Lyre, 2002, S. 17) – eine syntaktische, eine semantische und eine pragmatische Ebene. Die nachrichtentechnische Informationstheorie (Begriff Lyre, 2002, S. 23) – zentral Shannon (1948) –, die hier explizit interessiert, befasst sich ausschließlich mit der syntaktischen Ebene.¹³²

„Syntaktische Ebene“ bedeutet, dass gleichlange und – in Bezug auf den Zeichenvorrat: Buchstaben, Zahlen, Symbole – gleichwahrscheinliche Nachrichten, zum Beispiel

„Alice ist toll“ und

„Alice ist doof“,

betragsmäßig (quantitativ) gleich sind. Bedeutung und Kontext spielen dabei keine Rolle.

Für das Beispiel sei einen Moment lang angenommen, der Zeichenvorrat, das deutsche Alphabet, habe 32 Zeichen (etwa inklusive Leer- und Interpunktionszeichen) und dass diese Zeichen in gewöhnlichen Texten statistisch gleich oft vorkommen.¹³³ Dann lautet der Informationsbetrag nach Shannon (1948) in beiden Fällen 14 Zeichen mal fünf „Bit“ gleich 70 Bit.¹³⁴ Dass die Aussagen von der Bedeutung her diametral sind, fällt nicht ins Gewicht – quantitativ sind sie gleich. Und

¹³² Der Forschungszweig beinhaltet neben Shannon (1948) wichtige (Vor-)Arbeiten unter anderem von Harry Nyquist, Ralph Hartley, Leó Szilárd, Alan Turing, John von Neumann und Norbert Wiener.

¹³³ Dies ist real nicht der Fall, ein „e“ beispielsweise kommt viel häufiger vor als ein „x“.

¹³⁴ Zur Definition des „Bits“ und zum genauen Berechnungsweg siehe Abschnitt 6.2.

einzig um den *quantitativen* Gehalt einer Mitteilung geht es bei der nachrichtentechnischen Informationstheorie. Anders als die syntaktische Ebene erlaubt die semantopragmatische Ebene (Begriff Lyre, 2002, S. 20) keine derartige (Bit-)Quantifizierung (Lyre, 2002, S. 19).

Nach von Weizsäcker (1985, S. 200-203) lässt sich aber sagen: (1) Information ist nur, was verstanden wird. – Dies trifft sowohl auf den Aspekt der Richtigkeit als auch auf den Aspekt der Bedeutung zu. (2) Information ist nur, was Information erzeugt. – Dies wiederum betrifft die pragmatische Dimension und bedeutet: Kontext, das heißt pragmatische Information, setzt immer schon Kontext voraus. Unter semantopragmatischem Aspekt haben Informationen also etwas Zirkuläres, Zyklisches (Lyre, 2002, S. 20).

Einen weiteren Zugang zum Informationsbegriff erlaubt die Unterscheidung zwischen „gebundener“ und „freier“ Information nach Ebeling und Feistel (1994, S. 55-61). Gebundene Information liegt vor beispielsweise in Form der Jahresringe eines Baumes oder der Schichtung eines Sedimentgesteins. Gebundene Information ist in jedem physikalischen System vorhanden, hat für sich genommen aber keinen Zweck. Freie Information dagegen ist etwas, das aus gebundener Information *extrahiert* wird.

Freie Information, so Ebeling und Feistel (1994, S. 55), ist stets Teil einer Beziehung zwischen Sender- und Empfängersystem, etwas Reduziertes, Symbolhaftes, das wechselseitig verstanden wird. Freie Information ist zweckhaft, kann gespeichert, getauscht und verarbeitet werden (Ebeling & Feistel, 1994, S. 56). Der Phasenübergang zwischen gebundener und freier Information wird als Ritualisation (oder auch Symbolisierung) bezeichnet (Ebeling, Freund & Schweitzer, 1998, S. 48). Ein Beispiel – das erste überhaupt in der Geschichte – ist die Entstehung des genetischen Codes im Lebewesen (Ebeling & Feistel, 1994), der „Übergang von der Chemie zur Biologie, geprägt durch die Herausbildung des allerersten informationsverarbeitenden Systems“ (S. 114-115).

Am treffendsten führt wohl der Begriff Wahrscheinlichkeit auf das, was Information im syntaktischen Sinne wirklich ist: *pure Möglichkeit*. Warren Weaver (Shannon & Weaver, 1976) schreibt dazu:

Information in der Kommunikationstheorie bezieht sich nicht so sehr auf das, was gesagt *wird*, sondern mehr auf das, was gesagt werden *könnte*. Das heißt, Information ist ein Maß für die Freiheit der Wahl, wenn man eine Nachricht aus anderen aussucht. (S. 18)

Und weiter:

Je größer diese Wahlfreiheit und damit auch die Information ist, desto größer ist die Unsicherheit, ob die Nachricht, die ausgewählt wird, eine ganz bestimmte Nachricht ist. So gehen größere Wahlfreiheit, größere Unsicherheit, größere Information Hand in Hand. (S. 28)

Wie aber lässt sich, wenn Information Wahlfreiheit ist, dessen Betrag feststellen? Warum liegen den Mitteilungen „Alice ist toll“ und „Alice ist doof“ jeweils 70 Bit Information zugrunde? Und was ist ein „Bit“?

Text-Anhang 6.2: Der Informationsbetrag

Die Maßeinheit Bit steht kurz für „*binary digit*“ – Binärziffer (Shannon & Weaver, 1976, S. 19).¹³⁵ Es hat sich in der Technik als vorteilhaft erwiesen, (beliebige) Nachrichten in Kolonnen von Einsen und Nullen darzustellen, eben binär (oder auch digital). Die Signalisierung in anderen Zahlensystemen, etwa dem dekadischen, wäre technisch ebenso möglich (Stewart, 2015, S. 430). Aber das Binärsystem ist die einfachste Variante – und alle Geräte, weltweit, sind damit kompatibel.

Technisch bedeutet die Binärdarstellung nichts anderes, als „Strom fließt“ (Eins) und „kein Strom fließt“ (Null) (Shannon & Weaver, 1976, S. 18). Es gibt also immer genau zwei Möglichkeiten. Die Angabe einer Information in Bit kann man sich als die schrittweise Beantwortung einer „kniffligen“ (nichttrivialen) Fragestellung, einer Art Quiz vorstellen (ähnlich Wolkenstein, 1990, S. 167). Der Frager geht bei der Lösung dieses „Quiz“ so vor, dass er dem Informationsemittenten Ja-Nein-Fragen stellt – und zwar möglichst geschickt (Wolkenstein, 1990, S. 168).

Im „Alice ist“-Beispiel aus Abschnitt 6.1 besteht der Zeichenvorrat, das Alphabet, aus 32 gleichwahrscheinlichen Zeichen. Es ist nun möglich, mittels Ja-Nein-Fragen recht effizient zu ermitteln, welche Buchstaben der Emittent gewählt hat (im Folgenden ähnlich Topsøe, 1974, S. 9-13; Wolkenstein, 1990, S. 167-168).

¹³⁵ Die Wortschöpfung „Bit“ stammt von dem Statistiker John Tukey, wie die Autoren berichten.

Der Frager könnte beginnen: „Stammt das erste Zeichen aus der ersten (alternativ: zweiten) Hälfte des Alphabets?“ Ganz gleich, wie die Antwort ausfällt, „Ja“ oder „Nein“: Ein Bit Information wird gewonnen sein. Nach vier weiteren Versuchen dieser Art – der gesuchte Buchstabe wird immer weiter eingegrenzt – hat der Frager die endgültige Antwort gefunden. Insgesamt werden fünf Bit Information entstanden sein. Der Vorgang wird so lange wiederholt, bis alle Zeichen der Mitteilung bekannt sind. Im Beispiel sind das zwei mal 14 Zeichen inklusive Leerzeichen.

Es entstehen deshalb fünf Bit pro Zeichen, weil der Logarithmus von 32 zur Basis zwei fünf ist ($\log_2 32 = 5$, so dass $2^5 = 32$). Die Antwort auf die erste Frage lautet: „Ja.“ Der erste Buchstabe der Nachricht stammt aus der ersten Hälfte des Alphabets, aus der Menge $\{A, B, \dots, O, P\}$. Die Zahl der Möglichkeiten wurde durch die Beantwortung der Frage halbiert. Bei insgesamt 32 Möglichkeiten sind fünf Frage-schritte dieser Art (das heißt Halbierungen) notwendig, um die Information endgültig zu erhalten. Bei zwei mal 14 Zeichen à fünf Bit entstehen pro Nachricht also 70 Bit Information.

Der Betrag der Information ist deshalb logarithmisch, weil wünschenswert erscheint, dass Information *additiv* ist (ähnlich Wolkenstein, 1990, S. 165). Zwei Nachrichten über Alice sollen doppelt so viel Information bringen wie eine Nachricht über Alice. Das Werfen zweier Spielwürfel soll doppelt so viel Information liefern, wie das Werfen nur eines Spielwürfels. Der Logarithmus verleiht der Information diese Eigenschaft. Und die explizite Basis zwei gibt ihr den gewünschten dualen Charakter (Shannon & Weaver, 1976, S. 18-20).

Einige Überlegungen zur Verdeutlichung (ähnlich Wolkenstein, 1990, S. 164-166): Das Werfen einer fairen Münze generiert eine Information darüber, ob sich „Kopf“ oder „Zahl“ ergeben hat. Das Werfen zweier Münzen generiert zwei Informationen dieser Art; es findet eine Addition statt. Werden zwei Münzen geworfen, findet indes zusätzlich eine Multiplikation statt, nämlich zwei mal zwei. Denn die Anzahl der möglichen Kombinationen von „Kopf“ (K) und „Zahl“ (Z) liegt nun bei vier (KK, KZ, ZK, ZZ). Die Zahl der Möglichkeiten – zwei – wurde quadriert, 2^2 . Der Exponent steht für die Anzahl der Münzen, die geworfen werden (alternativ: für die Anzahl der Male, die genau eine Münze geworfen wird), die Basis steht für die Anzahl aller denkbaren Ergebnisse. Im Fall des Spielwürfels ist es dasselbe: Das Werfen zweier Würfel ergibt zwei statt nur einer Information. Aber die Zahl der

möglichen Kombinationen der zwei mal sechs Würfelseiten quadriert sich. Insgesamt sind 36 Kombinationen möglich.

Der Logarithmus hat den Vorteil, dass er Addition und Multiplikation vereint. – Sei die Information mit I gekennzeichnet und die Zahl aller möglichen Ergebnisse mit P . Für den Wurf zweier Spielwürfel lässt sich dann schreiben (ähnlich Wolkenstein, 1990, S. 165):

$$I[P_0] = \log_2 I[P_1 \times P_2] = \log_2 I[P_1] + \log_2 I[P_2]$$

$$I[P_0] = \log_2 I[6 \times 6] = \log_2 I[6] + \log_2 I[6]$$

$$I[P_0] = 5,17 = 2,585 + 2,585.$$

Diese Rechnung zeigt: Multiplikation und Addition gehen beim Logarithmieren ineinander auf. Die Grundidee lautet (Wolkenstein, 1990, S. 166)

$$[8] \quad I = \log_2 P.$$

Das heißt, der Betrag der Information – die Anzahl Bits – ist immer gleich dem Logarithmus zur Basis zwei der Gesamtzahl aller gleichmöglichen Ergebnisse. Sind die Ergebnisse indes nicht gleichwahrscheinlich – bei Alphabeten etwa ist dies der Fall –, so ändert sich Grundformel [8] in (Wolkenstein, 1990, S. 169-170)

$$[9] \quad I = -N \sum_{i=1}^M p_i \log_2 p_i$$

für einen Text mit N Buchstaben und

$$[10] \quad I_i = -\sum_{i=1}^M p_i \log_2 p_i$$

für einen einzelnen Buchstaben i aus diesem Text. M entspricht der Gesamtzahl der Buchstaben des betreffenden Alphabets, p_i steht für die durchschnittliche Auftretenswahrscheinlichkeit eines bestimmten Buchstabens daraus. Die Summe aller p ist, wie grundsätzlich in der Stochastik, eins.

Der Ausdruck $-\sum p \log_2 p$, die Kurzform von [10], genannt H , wird als Shannon-Entropie bezeichnet (Wolkenstein, 1990, S. 170).¹³⁶ Warum

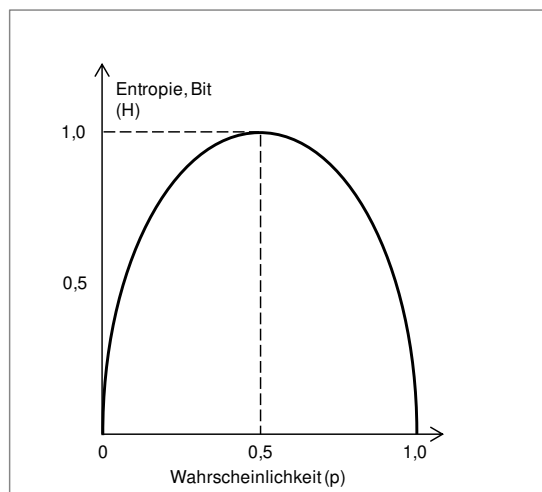
¹³⁶ Bei Shannon und Weaver (1976) findet sich der Ausdruck etwa auf den Seiten 24 und 61. – Die Ähnlichkeit der Shannon-Entropie zum Entropieausdruck der Physik, $-k \sum p \ln p$ mit k als Boltzmann-Konstante ($1,38064852[79] \times 10^{-23} \frac{\text{Joule}}{\text{Kelvin}}$) und \ln als natürlichem Logarithmus, ist kein Zufall

$$[11] \quad H = -\sum p \log_2 p$$

ein geeignetes Maß für Information, Wahlfreiheit und Unsicherheit sein soll, zeigt sich besonders deutlich, wenn genau zwei Wahrscheinlichkeiten vorliegen (ähnlich Lyre, 2002, S. 26-27). Die Entropiegleichung ändert sich dann in (Shannon & Weaver, 1976, S. 62)

$$[12] \quad H = -[p \log_2 p + q \log_2 q].$$

Die Wahrscheinlichkeiten p und q (gleich $1 - p$) stehen stellvertretend für jede erdenkliche duale Wahl: Eins oder Null, Ja oder Nein, Plus oder Minus, Strom fließt oder fließt nicht, eine Aktie steigt oder fällt. Die endgültige Einsicht in H als dem geeigneten Informationsmaß stellt sich ein in der Schau der speziellen Eigenschaften der H -Funktion (auch „binäre Entropiefunktion“ genannt; siehe Darstellung 11).



Darstellung 11 Ist eine duale Wahl *gleichwahrscheinlich*, sind also die zwei Wahrscheinlichkeiten p und $q = 1 - p$ gleich 0,5, dann ist die Informationsentropie nach Shannon (H) *maximal*, das heißt: gleich 1,0 Bit. (Darst. ex Shannon & Weaver, 1976, S. 61.)

Darstellung 11 offenbart (im Folgenden Shannon & Weaver, 1976, S. 59-64), dass H ein Maximum erreicht, das heißt 1,0 Bit, wenn p und q *genau gleich* sind, also bei jeweils 0,5 oder 50 Prozent liegen. H ist gleich null (Bit), das heißt im Minimum befindlich, wenn die Information mit $p = 1$ oder $p = 0$ von vornherein sicher ist. Die

(Shannon & Weaver, 1976, S. 21-23). Informations- und thermodynamische Entropie sind „formal identisch“, so zum Beispiel Lyre (2002, S. 48). Auch Wolkenstein (1990) hält fest: „Information hat eine wohldefinierte thermodynamische Bedeutung.“ (S. 184) Für Näheres zur konzeptionellen Gleichheit von Informations- und thermodynamischer Entropie sei in der Tat auf Michail Wolkensteins hervorragende Einführung *Entropie und Information* (Wolkenstein, 1990) verwiesen.

Nachricht besitzt dann keinerlei Informations- und Überraschungswert – und bekommt deshalb auch keinen anderen Bitwert als null zugewiesen. Dazwischen wächst und fällt die Entropiefunktion streng monoton. Und jeder erdenklichen Wahrscheinlichkeit p ist ein bestimmter Wert H zwischen null und einem Bit zugeordnet. Weicht eine Quelle vom maximal möglichen Entropiewert von 1,0 Bit pro Zeichen ab, spricht man im Übrigen von Redundanz (Shannon & Weaver, 1976, S. 23 und S. 67; Lyre, 2002, S. 27).

Text-Anhang 6.3: Redundanz

Der redundante Teil einer Nachricht, veranschaulicht Weaver (Shannon & Weaver, 1976), „[...] ist der Teil des Aufbaus einer Nachricht, der nicht durch die Wahlfreiheit der Quelle bestimmt wird, sondern eher von angenommenen statistischen Regeln, die den Gebrauch der fraglichen Zeichen bestimmen“ (S. 23). Es sei vernünftig, ihn Redundanz zu nennen,

denn dieser Teil der Nachricht ist tatsächlich im üblichen Sinn des Wortes überflüssig; das heißt, dieser Teil der Nachricht ist unnötig (Wiederholung, überflüssig, eben redundant) in jenem Sinne, dass, wenn er nicht vorhanden wäre, die Nachricht immer noch im Wesentlichen vollständig wäre oder doch vervollständigt werden könnte. (S. 23)

Das geschriebene Englisch beispielsweise, so Shannon, ist nur zu rund 50 Prozent frei gewählt und zur anderen Hälfte durch die statistische Struktur der Sprache bestimmt (Shannon & Weaver, 1976, S. 67). Ähnliches gilt für die russische Sprache, wie Wolkenstein (1990, S. 168-175) zeigt, sowie für alle anderen natürlichen Sprachen.¹³⁷ Dies ist leicht einzusehen. Für das Englische beispielsweise lässt sich sagen (Shannon & Weaver, 1976, S. 20): Die Wahrscheinlichkeit, dass nach „*the*“ ein Substantiv folgt, ist größer, als dass ein weiterer Artikel folgt. Im Anschluss an die Konstruktion „*in the event*“ wird eher ein „*that*“ folgen als „*elephant*“. Besitzt ein Wort den Anfangsbuchstaben „*j*“, folgt eher ein „*u*“ („*July*“, „*Judy*“, „*Jupiter*“ und so weiter) als ein „*f*“, „*q*“ oder „*v*“.

Shannon und Weaver (1976, S. 21 und S. 55-59) nennen stochastische Prozesse dieser Art Markov-Ketten (siehe zu diesem Gebiet zum Beispiel Feller, 1968, Kap.

¹³⁷ Vergleiche für das Deutsche etwa Zemanek (1959, S. 51, Darst. 9) und für das Hebräische Moles (1971, Kap. I, Paragr. 13).

XV-XVII; Norris, 2009). Kurz gesagt ist dabei die Auswahl der Zeichen abhängig von der Wahl der Vorgängerzeichen. In Kontrast dazu ist der wiederholte Wurf einer fairen Münze ein unabhängiger stochastischer Prozess. Eine offene Frage ist, zu welcher Gruppe stochastischer Prozesse – unabhängig oder abhängig – Börsenrenditen gehören. Paul Samuelson (gestorben 2009) führte einst den „Beweis“, so wörtlich, dass Börsenrenditen zufällig seien (Samuelson, 1965). Ein Teil späterer Studien konkludiert indes entgegengesetzt, vergleiche etwa Lo und MacKinlay (1988).

Formal definiert ist die Redundanz als $\mathfrak{R} = 1 - H/H_{max}$. Dabei entspricht H der tatsächlichen Entropie einer betreffenden Nachrichtenquelle (oder einfacher, aber nicht ganz korrekt: eines Senders), H_{max} ist die maximal mögliche, das heißt die theoretische Entropie dieser Quelle (respektive des Senders). Der Quotient H/H_{max} wird als relative Entropie bezeichnet (Shannon & Weaver, 1976, S. 67). Das Redundanzphänomen wird die vorliegende Arbeit in Kapitel 4 des eigentlichen Fließtextes noch einmal beschäftigen.

In diesem Sinne: Sei nun endgültig neues Territorium betreten – die Welt fairer geometrischer Renditen, Kapitel 1 bis 15.

Literaturverzeichnis

- Adler, P. A. & Adler, P. (Hg., 1984). *The market as collective behavior: The social dynamics of financial markets*. Greenwich [u.a.]: Jai Press.
- Agnew, R. A. (1974). Maximization of long-run average rate-of-return by stochastic approximation. *Naval Research Logistics Quarterly*, 21(2), 333-342.
- Akman, D. D. & Normandeau, A. (1967). The measurement of crime and delinquency in Canada. *The British Journal of Criminology*, 7, 129-149.
- Alexander, S. S. (1961). Price movements in speculative markets: Trends or random walks. *Industrial Management Review*, 2(2), 7-26.
- Alexander, S. S. (1964). Price movements in speculative markets: Trends or random walks, number 2. *Industrial Management Review*, 5(2), 25-46.
- Algoet, P. H. & Cover, T. M. (1988). Asymptotic optimality and asymptotic equipartition properties of log-optimum investment. *The Annals of Probability*, 16(2), (Apr., 1988), 876-898.
- Allais, M. (1953). L'extension des théories de l'équilibre économique général et du rendement social au cas du risque. *Econometrica*, 21(2), 269-290.
- Arndt, H. (1979). *Irrwege der Politischen Ökonomie*. München: Beck.
- Arrow, K. J. (1964). The role of securities in the optimal allocation of risk-bearing. *The Review of Economic Studies*, 31(2), 91-96.
- Ayres, H. F. (1963). *Risk aversion in the warrant markets*. Masterarbeit, Massachusetts Institute of Technology. Verfügbar unter:
<http://dspace.mit.edu/bitstream/handle/1721.1/72779/33428252-MIT.pdf?sequence=2> [26.11.2016].
- Bachelier, L. (2006). The theory of speculation. In: Davis, M. & Etheridge, A. (Hg., 2006, Kap. 2; Übersetzung aus dem Französischen; Bachelier, 1900), *Louis Bachelier's theory of speculation: The origins of modern finance*. Princeton [u.a.]: Princeton Univ. Press.

- Banz, R. W. (1981). The relationship between return and market value of common stocks. *Journal of Financial Economics*, 9(1), 3-18.
- Barberis, N., Shleifer, A. & Vishny, R. (1998). A model of investor sentiment. *Journal of Financial Economics*, 49(3), 307-343.
- Barron, A. R. & Cover, T. M. (1988). A bound on the financial value of information. *IEEE Transactions on Information Theory*, 34(5), 1097-1100.
- Bell, R. M. & Cover, T. M. (1980). Competitive optimality of logarithmic investment. *Mathematics of Operations Research*, 5(2), (May, 1980), 161-166.
- Bellman, R. & Kalaba, R. (1957). Dynamic programming and statistical communication theory. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 43(8), 749-751.
- Bernoulli, D. (1954). Exposition of a new theory on the measurement of risk. (Übersetzung aus dem Lateinischen; Bernoulli, 1738.) *Econometrica*, 22(1), 23-36.
- Bertalanffy, L. von, Beier, W. & Laue, R. (1977). *Biophysik des Fließgleichgewichts* (2., bearb. u. erw. Aufl.). Braunschweig: Vieweg.
- Black, F. & Scholes, M. (1972). The valuation of option contracts and a test of market efficiency. *The Journal of Finance*, 27(2), 399-417.
- Black, F. & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81(3), 637-654.
- Black, F. (1972). Capital market equilibrium with restricted borrowing. *The Journal of Business*, 45(3), 444-455.
- Black, F. (1976). The dividend puzzle. *The Journal of Portfolio Management*, 2(2), 5-8.
- Black, F. (1986). Noise. *The Journal of Finance*, 41(3), 528-543.
- Black, F. (1993). Estimating expected return. *Financial Analysts Journal*, 49(5), 36-38.

- Blume, M. E. & Friend, I. (1973). A new look at the capital asset pricing model. *The Journal of Finance*, 28(1), 19-34.
- Blume, M. E. (1974). Unbiased estimators of long-run expected rates of return. *Journal of the American Statistical Association*, 69(347), 634-638.
- Bodie, Z., Kane, A. & Marcus, A. J. (2014). *Investments* (10., globale Aufl.). New York: McGraw-Hill.
- Bondt, W. F. De & Thaler, R. H. (1985). Does the stock market overreact?. *The Journal of Finance*, 40(3), 793-805.
- Bondt, W. F. De & Thaler, R. H. (1987). Further evidence on investor overreaction and stock market seasonality. *The Journal of Finance*, 42(3), 557-581.
- Brady, L. L. (1969). Stratigraphy and petrology of the Morrison Formation (Jurassic) of the Canon City, Colorado, area. *Journal of Sedimentary Research*, 39(2), 632-648.
- Brealey, R. A. & Myers, S. C. (2003). *Principles of corporate finance* (7., internat. Aufl.). Boston [u.a.]: McGraw-Hill/Irwin.
- Brealey, R. A., Myers, S. C. & Allen, F. (2014). *Principles of corporate finance* (11., globale Aufl.). Maidenhead: McGraw-Hill.
- Breiman, L. (1961). Optimal gambling systems for favorable games. *Fourth Berkeley Symposium on Probability and Statistics*, 1, 65-78.
- Brillouin, L. (1962). *Science and information theory* (2. Aufl.). New York [u.a.]: Academic Press.
- Burgin, M. (2010). *Theory of information: Fundamentality, diversity and unification*. Singapore [u.a.]: World Scientific.
- Bushell, C. M. (1996). Dissociated identity and semantic priming in Broca's aphasia: How controlled processing produces inhibitory semantic priming. *Brain and Language*, 55(2), 264-288.
- Busse, J. A. & Green, T. C. (2002). Market efficiency in real time. *Journal of Financial Economics*, 65(3), 415-437.

- Calaminus, C. & Hauber, W. (2009). Modulation of behavior by expected reward magnitude depends on dopamine in the dorsomedial striatum. *Neurotoxicity Research*, 15(2), 97-110.
- Campbell, J. Y. & Shiller, R. J. (1988). Stock prices, earnings, and expected dividends. *The Journal of Finance*, 43(3), 661-676.
- Carlson, B. C. (1970). Inequalities for a symmetric elliptic integral. *Proceedings of the American Mathematical Society*, 25(3), 698-703.
- Carlson, B. C. (1971). Algorithms involving arithmetic and geometric means. *The American Mathematical Monthly*, 78(5), 496-505.
- Carlson, B., Meany, R. & Nelson, S. (1971). Mixed arithmetic and geometric means. *Pacific Journal of Mathematics*, 38(2), 343-349.
- Chance, D. M. (2008). Option pricing: The binomial model. In: Chance, D. M. (Hg., 2008), *Essays in derivatives: Risk-transfer tools and topics made easy*. Hoboken: Wiley.
- Cheng, P. L. & Deets, M. K. (1971). Statistical biases and security rates of return. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 6(3), 977-994.
- Christensen, M. M. (2012). On the history of the growth-optimal portfolio. In: Györfi, L., Ottucsák, G. & Walk, H. (Hg.), *Machine learning for financial engineering* (S. 1-79). London: Imperial College Press.
- Cochrane, J. H. (2005). *Asset pricing* (durchges. Aufl.). Princeton: Princeton Univ. Press.
- Coleman, J. S. (1983). Why so much stability?: Recontracting, trustworthiness and the stability of vote exchanges. In: Coleman, J. S. (Hg., 1986), *Individual Interests and collective action: Selected essays* (S. 137-143). Cambridge: Cambridge Univ. Press.
- Coleman, J. S. (1990). *Foundations of social theory*. Cambridge [u.a.]: Belknap Press of Harvard Univ. Press.
- Coleman, J. S. (1991). *Grundlagen der Sozialtheorie* (Bd. I-III). München: Oldenbourg.

- Cooper, I. & Currie, D. (1999). *The cost of capital for the UK water sector*. Regulation Initiative Discussion Paper Series, Diskussionspapier, Nr. 28. Verfügbar unter:
<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.198.5981&rep=rep1&type=pdf> [26.11.2016].
- Cooper, I. (1996). Arithmetic versus geometric mean estimators: Setting discount rates for capital budgeting. *European Financial Management*, 2(2), 157-167.
- Cover, T. M. (1984). An algorithm for maximizing expected log investment return. *IEEE Transactions on Information Theory*, 30(2), 369-373.
- Cox, J. C., Ross, S. A. & Rubinstein, M. (1979). Option pricing: A simplified approach. *Journal of financial Economics*, 7(3), 229-263.
- Cruz de León, G. (2010). A general sectional volume equation for classical geometries of tree stem. *Madera y Bosques*, 16(2), 89-94.
- Daniel, K., Hirshleifer, D. & Subrahmanyam, A. (1998). Investor psychology and security market under- and overreactions. *The Journal of Finance*, 53(6), 1839-1885.
- Daniel, T. (1997). *Kontrapunkt: Eine Satzlehre zur Vokalpolyphonie des 16. Jahrhunderts*. Köln: Dohr.
- Davis, M. & Lleo, S. (2011). Fractional Kelly strategies for benchmarked asset management. In: MacLean, L. C., Thorp, E. O. & Ziemba, W. T. (Hg.), *The Kelly capital growth investment criterion: Theory and practice* (S. 385-407). New Jersey [u.a.]: World Scientific.
- DeAngelo, H. & DeAngelo, L. (2006). The irrelevance of the MM dividend irrelevance theorem. *Journal of Financial Economics*, 79(2), 293-315.
- DeMiguel, V., Garlappi, L. & Uppal, R. (2009). Optimal versus naive diversification: How efficient is the 1/N portfolio strategy?. *Review of Financial Studies*, 22/5, 1915-1953.

- Derman, E. (2013). *Models. Behaving. Badly.: Warum die Verwechslung von Theorie und Wirklichkeit zum Desaster führt – im Leben und am Finanzmarkt*. Hamburg: Hoffmann und Campe.
- Dragičević, O., Treil, S. & Volberg, A. (2008). *A theorem about three quadratic forms*. International Mathematics Research Notices, Diskussionspapier, o. Nr. Verfügbar unter: <https://arxiv.org/pdf/0710.3249.pdf> [26.11.2016].
- Dreman, D. N. (2012). *Contrarian investment strategies: The psychological edge*. New York [u.a.]: Free Press.
- Duffy, V. B., Peterson, J. M. & Bartoshuk, L. M. (2004). Associations between taste genetics, oral sensation and alcohol intake. *Physiology & Behavior*, 82(2), 435-445.
- Ebeling, W. & Feistel, R. (1994). *Chaos und Kosmos: Prinzipien der Evolution*. Heidelberg [u.a.]: Spektrum, Akad. Verl.
- Ebeling, W., Freund, J. & Schweitzer, F. (1998): *Komplexe Strukturen: Entropie und Information*. Stuttgart [u.a.]: Teubner-Verlag.
- Einstein, A. (1905). Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen. *Annalen der Physik*, 322(8), 549-560.
- Elton, E. J. & Gruber, M. J. (1974). Note: On the maximization of the geometric mean with lognormal return distribution. *Management Science*, 21(4), 483-488.
- Elton, E. J. (1999). Expected return, realized return, and asset pricing tests. *The Journal of Finance*, 54(4), 1199-1220.
- Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J. & Goetzmann, W. N. (2007). *Modern portfolio theory and investment analysis* (7. Aufl.). Hoboken: Wiley.
- Estrada, J. (2010). Geometric mean maximization: An overlooked portfolio approach?. *The Journal of Investing*, Winter 2010, 134-147.
- Evstigneev, I. V., Hens, T. & Schenk-Hoppé, K. R. (2009). *Survival and evolutionary stability of the Kelly rule*. National Centre of Competence in Research

Financial Valuation and Risk Management, Diskussionspapier, Nr. 582. Verfügbar unter:

http://www.econbiz.de/archiv1/2009/100168_survival_evolutionary_stability.pdf [26.11.2016].

Fabozzi, F. J., Markowitz, H. M. & Gupta, F. (2008). In: Fabozzi, F. J. (Hg.), *Handbook of finance* (Bd. II, S. 3-15). Hoboken: Wiley.

Fama, E. F. & Blume, M. E. (1966). Filter rules and stock-market trading. *The Journal of Business*, 39(1), 226-241.

Fama, E. F. & French, K. R. (1988). Dividend yields and expected stock returns. *Journal of Financial Economics*, 22(1), 3-25.

Fama, E. F. & French, K. R. (1992). The cross-section of expected stock returns. *The Journal of Finance*, 47(2), 427-465.

Fama, E. F. & French, K. R. (1993). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, 33(1), 3-56.

Fama, E. F. & French, K. R. (1995). Size and book-to-market factors in earnings and returns. *The Journal of Finance*, 50(1), 131-155.

Fama, E. F. & French, K. R. (1996). Multifactor explanations of asset pricing anomalies. *The Journal of Finance*, 51(1), 55-84.

Fama, E. F. & French, K. R. (2004). The capital asset pricing model: Theory and evidence. *The Journal of Economic Perspectives*, 18(3), 25-46.

Fama, E. F. & MacBeth, J. D. (1973). Risk, return, and equilibrium: Empirical tests. *Journal of Political Economy*, 81(3), 607-636.

Fama, E. F. & MacBeth, J. D. (1974). Long-term growth in a short-term market. *The Journal of Finance*, 29(3), 857-885.

Fama, E. F. (1965). Random walks in stock market prices. *Financial Analysts Journal*, 21(5), 75-80.

Fama, E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, 25(2), 383-417.

- Fama, E. F. (1991). Efficient capital markets: II. *The Journal of Finance*, 46(5), 1575-1617.
- Fama, E. F. (1998). Market efficiency, long-term returns, and behavioral finance. *Journal of Financial Economics*, 49(3), 283-306.
- Fama, E. F., Fisher, L., Jensen, M. C. & Roll, R. (1969). The adjustment of stock prices to new information. *International Economic Review*, 10(1), 1-21.
- Felderer, B. & Homburg, S. (2005). *Makroökonomik und neue Makroökonomik* (9., verb. Aufl.). Berlin [u.a.]: Springer.
- Feller, W. (1968). *An introduction to probability theory and its applications: Volume I*. New York: John Wiley & Sons.
- Fersch, F. (1978). *Deskriptive Statistik*. Würzburg [u.a.]: Physica-Verl.
- Finkelstein, M. & Whitley, R. (1981). Optimal strategies for repeated games. *Advances in Applied Probability*, 13(2), 415-428.
- Fisher, L. (1966). Some new stock-market indexes. *The Journal of Business*, 39(1), 191-225.
- Foster, D. P. & Hart, S. (2009). An operational measure of riskiness. *Journal of Political Economy*, 117(5), 785-814.
- French, C. W. (2003). The Treynor capital asset pricing model. *Journal of Investment Management*, 1(2), 60-72.
- Friedman, M. & Savage, L. J. (1948). The utility analysis of choices involving risk. *Journal of Political Economy*, LVI(3), 279-304.
- Gárdonyi, Z. (1980). *Kontrapunkt: Dargestellt an der Fugentechnik Bachs*. Wolfenbüttel [u.a.]: Mösseler.
- Gibbons, M. R. (1982). Multivariate tests of financial models: A new approach. *Journal of Financial Economics*, 10(1), 3-27.
- Gigerenzer, G. & Goldstein, D. G. (1996). Reasoning the fast and frugal way: Models of bounded rationality. *Psychological Review*, 103, 650-665.

- Gigerenzer, G. (2008). *Rationality for mortals*. New York: Oxford Univ. Press.
- Gigerenzer, G. (2013). *Risiko: Wie man die richtigen Entscheidungen trifft* (3. Aufl.). München: Bertelsmann.
- Goldstein, D. G. & Gigerenzer, G. (2002). Models of ecological rationality: The recognition heuristic. *Psychological Review*, 109, 75-90.
- Goldstein, D. G. & Gigerenzer, G. (2009). Fast and frugal forecasting. *International Journal of Forecasting*, 25(4), 760-772.
- Golomb, S. W. (2001). Retrospective: Claude E. Shannon (1916-2001). *Science*, 292(5516), 455-455.
- Grandville, O. de La (1998). The long-term expected rate of return: Setting it right. *Financial Analysts Journal*, 54(6), 75-80.
- Green, B. & Tao, T. (2008). The primes contain arbitrarily long arithmetic progressions. *Annals of Mathematics*, 167(2), 481-547.
- Green, B. & Tao, T. (2010). Linear equations in primes. *Annals of Mathematics*, 171(3), 1753-1850.
- Griffith, R. M. (1949). Odds adjustments by American horse-race bettors. *The American Journal of Psychology*, 62(2), 290-294.
- Guizzo, E. M. (2003). *The essential message: Claude Shannon and the making of information theory*. Masterarbeit, Massachusetts Institute of Technology. Verfügbar unter:
http://knowledge.kitchen/notes/images/f/f3/Guizzo_ClaudeShannon.pdf
 [26.11.2016].
- Gunzenhäuser, R. (1975). *Maß und Information als ästhetische Kategorien: Einführung in die ästhetische Theorie G. D. Birkhoffs und die Informationsästhetik* (2., überarb. u. erw. Aufl.). Baden-Baden: Agis Verl.
- Guth, S. L., Alexander, J. V., Chumbly, J. I., Gillman, C. B. & Patterson, M. M. (1968). Factors affecting luminance additivity at threshold among normal and color-blind subjects and elaborations of a trichromatic-opponent colors theory. *Vision Research*, 8(7), 913-928.

- Haigh, J. (2000). The Kelly criterion and bet comparisons in spread betting. *The Statistician*, 49(4), 531-539.
- Hakansson, N. H. & Liu, T. C. (1970). Optimal growth portfolios when yields are serially correlated. *The Review of Economics and Statistics*, LII, 385-394.
- Haken, H. & Portugali, J. (2015). *Information adaption: The interplay between Shannon Information and semantic information in cognition*. Cham [u.a.]: Springer.
- Haken, H. (2006). *Information and self-organization: A macroscopic approach to complex systems* (3. Aufl.). Berlin [u.a.]: Springer.
- Hanslmeier, A. (2014). *Einführung in die Astronomie und Astrophysik* (3. Aufl.). Berlin [u.a.]: Springer.
- Haug, E. G. & Taleb, N. N. (2008). *Why we have never used the Black-Scholes-Merton option pricing formula*. Social Science Research Network, Diskussionspapier, o. Nr. Verfügbar unter: http://www1.empiricus.com.br/curso-opcoes/arquivos/Nassim-Taleb_Why-we-have-never-used-the-BSM-option-pricing-formula.pdf [26.11.2016].
- Hayek, F. A. von (1931). Reflections on the pure theory of money of Mr. J. M. Keynes. *Economica*, (33), 270-295.
- Hayek, F. A. von (1931b). A rejoinder to Mr. Keynes. *Economica*, (34), 398-403.
- Hayek, F. A. von (1932). Reflections on the pure theory of money of Mr. J. M. Keynes (continued). *Economica*, (35), 22-44.
- Hering, T. (2008). *Investitionstheorie* (3., überarb. u. aktual. Aufl.). München: Oldenbourg.
- Hicks, J. R. (1935). A suggestion for simplifying the theory of money. *Economica*, 2(5), 1-19.
- Hicks, J. R. (1962). Liquidity. *The Economic Journal*, 72(288), 787-802.
- Hlawka, E. (1990). *Ungleichungen*. Wien: Manz.

- Hofstadter, D. R. (1985). *Gödel, Escher, Bach: Ein endloses geflochtenes Band*. Stuttgart [u.a.]: Klett-Cotta.
- Hufschmid, M. (2006). *Information und Kommunikation: Grundlagen und Verfahren der Informationsübertragung*. Wiesbaden: Teubner.
- Hull, J. C. (2012). *Optionen, Futures und andere Derivate* (8., aktual. Aufl.). München [u.a.]: Pearson.
- Isaacson, W. (2012). *Steve Jobs: Die autorisierte Biografie des Apple-Gründers* (4. Aufl.). München: Random House.
- Jabbour, G. M., Kramin, M. V. & Young, S. D. (2001). Two-state option pricing: Binomial models revisited. *Journal of Futures Markets*, 21(11), 987-1001.
- Jaffe, J. F. (1974). Special information and insider trading. *The Journal of Business*, 47(3), 410-428.
- Jean, W. H. & Helms, B. P. (1983). Geometric mean approximations. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 18(3), 287-293.
- Jegadeesh, N. & Titman, S. (1993). Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency. *The Journal of Finance*, 48(1), 65-91.
- Jegadeesh, N. & Titman, S. (1995). Short-horizon return reversals and the bid-ask spread. *Journal of Financial Intermediation*, 4(2), 116-132.
- Jegadeesh, N. & Titman, S. (1995b). Overreaction, delayed reaction, and contrarian profits. *Review of Financial Studies*, 8(4), 973-993.
- Jensen, M. C., Black, F. & Scholes, M. S. (1972). The capital asset pricing model: Some empirical tests. In: Jensen, M. C. (Hg.), *Studies in the theory of capital markets* (S. 1-52). New York: Praeger.
- Jones, I. E. (1971). Test of portfolio building rules: Comment. *The Journal of Finance*, 26(4), 973-975.
- Kahneman, D. & Tversky, A. (1979). Prospect theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica*, 47(2), 263-291.
- Kahneman, D. (2011). *Thinking, fast and slow*. London [u.a.]: Lane.

- Kareiva, P., Parker, I. M. & Pascual, M. (1996). Can we use experiments and models in predicting the invasiveness of genetically engineered organisms?. *Ecology*, 77(6), 1670-1675.
- Kelly Jr., J. L. (1956). A new interpretation of information rate. *Bell System Technical Journal*, August 1956. Nachdruck (S. 917-926) verfügbar unter: http://www.princeton.edu/~wbialek/rome/refs/kelly_56.pdf [26.11.2016].
- Keown, A. J. & Pinkerton, J. M. (1981). Merger announcements and insider trading activity: An empirical investigation. *The Journal of Finance*, 36(4), 855-869.
- Keynes, J. M. (1930). *The pure theory of money*. London: Macmillan.
- Keynes, J. M. (1931). The pure theory of money: A reply to Dr. Hayek. *Economica*, (34), 387-397.
- Keynes, J. M. (1936). *The general theory of employment, interest and money*. London [u.a.]: Macmillan.
- Kim, Y. H., Permuter, H. H. & Weissman, T. (2009). *Directed information, causal estimation, and communication in continuous time*. Diskussionspapier. Verfügbar unter: <https://www.infona.pl/resource/bwmeta1.element.ieee-art-000005291562> [06.10.2017].
- Knight, F. H. (1948). *Risk, uncertainty and profit* (7. verb. Aufl.). Boston [u.a.]: Houghton Mifflin.
- Korowkin, P. P. (1965). *Ungleichungen*. Berlin: Dt. Verl. d. Wiss.
- Krehl, S. (1920). *Kontrapunkt: Die Lehre von der selbständigen Stimmführung* (Neudr.). Berlin [u.a.]: Verein Wiss. Verl.
- Kreps, D. M. (2013). *Microeconomic foundations I: Choices and competitive markets*. Princeton: Princeton Univ. Press.
- Kruizenga, R. J. (1956). *Put and call options: A theoretical and market analysis*. Dissertation, Massachusetts Institute of Technology. Verfügbar unter: <http://dspace.mit.edu/bitstream/handle/1721.1/59486/12638106-MIT.pdf?sequence=2> [26.11.2016].

- Kruschwitz, L. (2004). *Finanzierung und Investition* (4., überarb. u. erw. Aufl.). München [u.a.]: Oldenbourg.
- Lakonishok, J., Shleifer, A. & Vishny, R. W. (1994). Contrarian investment, extrapolation, and risk. *The Journal of Finance*, 49(5), 1541-1578.
- Latané, H. A. & Tuttle, D. L. (1967). Criteria for portfolio building. *The Journal of Finance*, 22(3), 359-373.
- Latané, H. A. & Young, W. E. (1969). Test of portfolio building rules. *The Journal of Finance*, 24(4), 595-612.
- Latané, H. A. & Young, W. E. (1971). A reply. *The Journal of Finance*, 26(4), 976-981.
- Latané, H. A. (1956). *The choice between risk and certainty in portfolio management assuming reinvestment of all returns*. Cowles-Foundation-Seminar, Yale University.
- Latané, H. A. (1957). *Rational decision making in portfolio management*. Dissertation, unveröffentlicht. University of North Carolina at Chapel Hill.
- Latané, H. A. (1959). Criteria for choice among risky ventures. *Journal of Political Economy*, 67(2), 144-155.
- Latané, H. A. (1978). The geometric-mean principle revisited: A reply. *Journal of Banking & Finance*, 2(4), 395-398.
- Latané, H. A. (1979). The geometric mean criterion continued. *Journal of Banking & Finance*, 3(4), 309-311.
- Latané, H. A., Tuttle, D. L. & Jones, C. P. (1975). *Security analysis and portfolio management* (2. Aufl.). New York: Ronald Press.
- Leavens, D. H. (1945). Diversification of investments. *Trusts and Estates*, 80(5), 469-473.
- Lee, Y. C. & Chou, C. J. (2016). Technology evaluation and selection of 3DIC integration using a three-stage fuzzy MCDM. *Sustainability*, 8(2), 1-15.

- Levy, H. & Markowitz, H. M. (1979). Approximating expected utility by a function of mean and variance. *The American Economic Review*, 69(3), 308-317.
- Levy, H. (2016). *Stochastic dominance: Investment decision making under uncertainty* (3. Aufl.). Cham [u.a.]: Springer.
- Lin, G. T., & Lee, Y. C. (2014). Evaluation and decision making in Taiwan semiconductor industry through silicon via technology. *Journal of Scientific & Industrial Research*, 73(7), 456-460.
- Lintner, J. (1965). The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *The Review of Economics and Statistics*, 47(1), 13-37.
- Litzenberger, R. H. & Budd, A. P. (1971). A note on geometric mean portfolio selection and the market prices of equities. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 6(5), 1277-1282.
- Lo, A. W. & MacKinlay, A. C. (1988). Stock market prices do not follow random walks: Evidence from a simple specification test. *The Review of Financial Studies*, 1(1), 41-66.
- Lo, A. W. & MacKinlay, A. C. (1990). When are contrarian profits due to stock market overreaction?. *Review of Financial Studies*, 3(2), 175-205.
- Lo, A. W. (2004). The adaptive markets hypothesis. *The Journal of Portfolio Management*, 30(5), 15-29.
- Lo, A. W. (2005). Reconciling efficient markets with behavioral finance: The adaptive markets hypothesis. *Journal of Investment Consulting*, 7(2), 21-44.
- Lo, A. W. (2012). Adaptive markets and the new world order. *Financial Analysts Journal*, 68(2), 18-29.
- Lo, A. W. (2017). *Adaptive markets: Financial evolution at the speed of thought*. Princeton: Princeton Univ. Press.
- Loewengard, M. (1902). *Lehrbuch des Canons und der Fuge*. Berlin: Dreililien.

- Lotze, A. (1964). Einführung in die Informationstheorie. In: Wosnik, J. (Hg.), *Informationstheorie II* (S. 1-7). Braunschweig: Vieweg.
- Luenberger, D. G. (1998). *Investment science*. Oxford: Oxford Univ. Press.
- Luenberger, D. G. (2014). *Investment science* (2. Aufl.). Oxford: Oxford Univ. Press.
- Lyre, H. (2002). *Informationstheorie: Eine philosophisch-naturwissenschaftliche Einführung*. München: W. Fink.
- MacLean, L. C., Thorp, E. O. & Ziemba, W. T. (Hg., 2011). *The Kelly capital growth investment criterion: Theory and practice*. New Jersey [u.a.]: World Scientific.
- MacLean, L. C., Ziemba, W. T. & Blazenko, G. (1992). Growth versus security in dynamic investment analysis. *Management Science*, 38(11), 1562-1585.
- Makridakis, S. & Taleb, N. N. (2009). Living in a world of low levels of predictability. *International Journal of Forecasting*, 25(4), 840-844.
- Malkiel, B. G. (2015). *A random walk down on Wall Street: The time-tested strategy for successful investing* (12. Aufl.). New York [u.a.]: Norton.
- Mandelbrot, B. B. & Hudson, R. L. (2004). *The (mis)behavior of markets: A fractal view of risk, ruin, and reward*. New York: Basic Books.
- Mandelbrot, B. B. & Hudson, R. L. (2007). *Fraktale und Finanzen: Märkte zwischen Risiko, Rendite und Ruin*. München [u. a.]: Piper.
- Manicke, D. (1977). *Der polyphone Satz* (2. Aufl.). Köln: Musikverl. Gerig.
- Maor, E. & Jost, E. (2014). *Beautiful geometry*. Princeton: Princeton Univ. Press.
- Markowitz, H. M. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- Markowitz, H. M. (1952b). The utility of wealth. *Journal of Political Economy*, 60(2), 151-158.
- Markowitz, H. M. (1959). *Portfolio selection: Efficient diversification of investments*. New York [u.a.]: Wiley.

- Markowitz, H. M. (1970). *Portfolio selection: Efficient diversification of investments* (2. Aufl.). New Haven [u.a.]: Yale Univ. Press.
- Markowitz, H. M. (1976). Investment for the long run: New evidence for an old rule. *The Journal of Finance*, 31(5), 1273-1286.
- Markowitz, H. M. (1976b). Markowitz revisited. *Financial Analysts Journal*, 32(5), 47-52.
- Markowitz, H. M. (1990). Normative portfolio analysis: Past, present, and future. *Journal of Economics and Business*, 42(2), 99-103.
- Markowitz, H. M. (1991). Foundations of portfolio theory. *The Journal of Finance*, 46(2), 469-477.
- Markowitz, H. M. (1999). The early history of portfolio theory: 1600-1960. *Financial Analysts Journal*, 55(4), 5-16.
- Markowitz, H. M. (2005). Market efficiency: A theoretical distinction and so what?. *Financial Analysts Journal*, 61(5), 17-30.
- Markowitz, H. M. (2008). CAPM investors do not get paid for bearing risk: A linear relation does not imply payment for risk. *The Journal of Portfolio Management*, 34(2), 91-94.
- Markowitz, H. M. (2010). Portfolio theory: As I still see it. *Annu. Rev. Financ. Econ.*, 2(1), 1-23.
- Marschak, J. (1950). Rational behavior, uncertain prospects, and measurable utility. *Econometrica*, 18(2), 111-141.
- Marschak, J. (1968). *Economics of inquiring, communicating, deciding*. Los Angeles: Operations Research Western Management Science Institute.
- McIver, S. B. & McElligott, P. E. (1989). Effects of release rates on the range of attraction of carbon dioxide to some southwestern Ontario mosquito species. *Journal of the American Mosquito Control Association*, 5(1), 6-9.

- Merton, R. C. & Samuelson, P. A. (1974). Fallacy of the log-normal approximation to optimal portfolio decision-making over many periods. *Journal of Financial Economics*, 1(1), 67-94.
- Merton, R. C. (1973). Theory of rational option pricing. *The Bell Journal of Economics and Management Science*, 4(1), 141-183.
- Merton, R. C. (1973b). An intertemporal capital asset pricing model. *Econometrica*, 41(5), 867-887.
- Merton, R. C. (1980). On estimating the expected return on the market: An exploratory investigation. *Journal of Financial Economics*, 8(4), 323-361.
- Michaelis, A. (1886). *Die Lehre von der freien und strengen Nachahmung: Studien in den höhern Formen des Tonsatzes*. Leipzig: Merseburger.
- Michaud, R. O. (1976). *Risk and compound return*. Seminar on the Analysis of Security Prices, Diskussionspapier, o. Nr. Verfügbar unter: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2416905 [26.11.2016].
- Miller, M. H. & Modigliani, F. (1961). Dividend policy, growth, and the valuation of shares. *The Journal of Business*, 34(4), 411-433.
- Miller, M. H. (1988). The Modigliani-Miller propositions after thirty years. *The Journal of Economic Perspectives*, 2(4), 99-120.
- Miller, M. H. (1999). The history of finance. *The Journal of Portfolio Management*, 25(4), 95-101.
- Missiakoulis, S., Vasiliou, D. & Eriotis, N. (2007). A requiem for the use of the geometric mean in evaluating portfolio performance. *Applied Financial Economics Letters*, 3(6), 403-408.
- Mitrinović, D. S. & Vasić, P. M. (1970). *Analytic inequalities*. Berlin: Springer-Verl.
- Modigliani, F. & Miller, M. H. (1958). The cost of capital, corporation finance, and the theory of investment. *The American Economic Review*, 48(3), 261-297.
- Modigliani, F. & Miller, M. H. (1963). Corporate income taxes and the cost of capital: A correction. *The American Economic Review*, 53(3), 433-443.

- Moles, A. A. (1971). *Informationstheorie und ästhetische Wahrnehmung*. Schauberg: DuMont.
- Mossin, J. (1966). Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica*, 34(4), 768-783.
- Neumann, J. von & Morgenstern, O. (1947). *Theory of games and economic behavior* (2. Aufl.). Princeton: Princeton Univ. Press.
- Nicolis, G. & Prigogine, I. (1977). *Self-organization in nonequilibrium systems: From dissipative structures to order through fluctuations*. New York [u.a.]: Wiley.
- Nicolis, G. & Prigogine, I. (1989). *Exploring complexity: An introduction*. New York [u.a.]: Freeman.
- Niederhoffer, V. & Osborne, M. F. (1966). Market making and reversal on the stock exchange. *Journal of the American Statistical Association*, 61(316), 897-916.
- Noonan, D. S., Baker, P. M., Seavey, A. & Moon, N. W. (2011). Where the cathedrals and bazaars are: An index of open source software activity and potential. *Journal of Information Technology & Politics*, 8(3), 273-303.
- Norris, J. R. (2009). *Markov chains*. Cambridge [u.a.]: Cambridge Univ. Press.
- Ophir, T. (1978). The geometric-mean principle revisited. *Journal of Banking & Finance*, 2(1), 103-107.
- Parker, E. (2014). *Efficient markets meet the Shannon limit: The Shannon limit, relative channel capacity, and price uncertainty*. Diskussionspapier. Verfügbar unter: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2516557 [06.10.2017].
- Pečarić, J. & Stolarsky, K. B. (2001). Carleman's inequality: History and new generalizations. *Aequationes Mathematicae*, 61(1-2), 49-62.
- Pečarić, J. & Svrtan, D. (1998). New refinements of the Jensen inequalities based on samples with repetitions. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 222(2), 365-373.

- Perridon, L. & Steiner, M. (2004). *Finanzwirtschaft der Unternehmung* (13., überarb. u. erw. Aufl.). München: Vahlen.
- Peters, J. (1967). *Einführung in die allgemeine Informationstheorie*. Berlin [u.a.]: Springer-Verl.
- Peters, O. & Adamou, A. (2018). *The time interpretation of expected utility theory*. Diskussionspapier. Verfügbar unter: arxiv.org/abs/1801.03680 [26.04.2018].
- Peters, O. & Gell-Mann, M. (2016). Evaluating gambles using dynamics. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 26(2), o. S. Verfügbar unter: <http://aip.scitation.org/doi/full/10.1063/1.4940236> [06.10.2017].
- Peters, O. (2011). *Menger 1934 revisited*. Diskussionspapier. Verfügbar unter: arxiv.org/abs/1110.1578 [26.04.2018].
- Pettway, R. H. & Trifts, J. W. (1985). Do banks overbid when acquiring failed banks?. *Financial Management*, 14(2), 5-15.
- Pinches, G. E. & Simon, G. M. (1972). An analysis of portfolio accumulation strategies employing low-priced common stocks. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 7(3), 1773-1796.
- Poterba, J. M. & Summers, L. H. (1988). Mean reversion in stock prices: Evidence and implications. *Journal of Financial Economics*, 22(1), 27-59.
- Poundstone, W. (2005). *Fortune's formula: The untold story of the scientific betting system that beat the casinos and Wall Street*. New York: Hill & Wang.
- Pratt, J. W. & Zeckhauser, R. J. (1987). Proper risk aversion. *Econometrica*, 55(1), 143-154.
- Pratt, J. W. (1964). Risk Aversion in the large and in the small. *Econometrica*, 32(1-2), 122-136.
- Prescott, J. & Tepper, B. J. (2004). *Genetic variation in taste sensitivity*. New York: M. Dekker.

- Prigogine, I. (1976). Order through fluctuation: Self-organization and social system. In: Jantsch, E. & Waddington, C. H. (Hg.), *Evolution and consciousness: Human systems in transition* (Kap. 5). Reading [u.a.]: Addison-Wesley.
- Raiffa, H. (1973). *Einführung in die Entscheidungstheorie*. München: Oldenbourg.
- Raynor, M. E. & Ahmed, M. (2013). *The three rules: How exceptional companies think*. New York: Portfolio.
- Rendleman, R. J. & Bartter, B. J. (1979). Two-state option pricing. *The Journal of Finance*, 34(5), 1093-1110.
- Renshaw, E. F. (1967). Portfolio balance models in perspective: Some generalizations that can be derived from the two-asset case. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 2(2), 123-149.
- Roll, R. (1973). Evidence on the "growth-optimum" model. *The Journal of Finance*, 28(3), 551-566.
- Roll, R. (1977). A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory. *Journal of Financial Economics*, 4(2), 129-176.
- Ross, S. A. (1976). The arbitrage theory of capital asset pricing. *Journal of Economic Theory*, 13(3), 341-360.
- Ross, S. A. (1989). Information and volatility: The no-arbitrage martingale approach to timing and resolution irrelevancy. *The Journal of Finance*, 44(1), 1-17.
- Roy, A. D. (1952). Safety first and the holding of assets. *Econometrica*, 20, 431-449.
- Roy, A. D. (1956). Risk and rank or safety first generalised. *Economica*, 23(91), 214-228.
- Samuelson, P. A. & Merton, R. C. (1974). Generalized mean-variance tradeoffs for best perturbation corrections to approximate portfolio decisions. *The Journal of Finance*, 29(1), 27-40.

- Samuelson, P. A. (1965). Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly. *Industrial Management Review*, 6(2), 41-49.
- Samuelson, P. A. (1969). Lifetime portfolio selection by dynamic stochastic programming. *The Review of Economics and Statistics*, 51(3), 239-246.
- Samuelson, P. A. (1971). The "fallacy" of maximizing the geometric mean in long sequences of investing or gambling. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 68(10), 2493-2496.
- Samuelson, P. A. (1979). Why we should not make mean log of wealth big though years to act are long. *Journal of Banking & Finance*, 3(4), 305-307.
- Sander, O., Kornhuber, R. & Berninger, H. (2013). *A multidomain discretization of the Richards equation in layered soil*. Freie Universität Berlin, Fachbereich Mathematik und Informatik, Diskussionspapier, Nr. A/02/2013. Verfügbar unter: <ftp://ftp.math.fu-berlin.de/pub/math/publ/pre/2013/Pr-A-13-02.pdf> [26.11.2016].
- Savage L. J. (1954). *The foundations of statistics*. New York: Wiley.
- Schelling, T. C. (1978). *Micromotives and macrobehavior*. New York [u.a.]: Norton.
- Schwind, E. (2009). *Kadenz und Kontrapunkt: Zur Kompositionslehre der klassischen Vokalpolyphonie*. Hildesheim [u.a.]: Olms.
- Seo, J. W. & Kim, S. D. (2016). Dynamic background subtraction via sparse representation of dynamic textures in a low-dimensional subspace. *Signal, Image and Video Processing*, 10(1), 29-36.
- Seyhun, H. N. (1986). Insiders' profits, costs of trading, and market efficiency. *Journal of Financial Economics*, 16(2), 189-212.
- Shanken, J. (1987). Multivariate proxies and asset pricing relations: Living with the Roll critique. *Journal of Financial Economics*, 18(1), 91-110.
- Shannon, C. E. & Weaver, W. (1949). *The mathematical theory of communication*. Urbana: Univ. of Illinois Press.

- Shannon, C. E. & Weaver, W. (1976). *Mathematische Grundlagen der Informationstheorie*. München: Oldenbourg.
- Shannon, C. E. (1948). A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal*, 27, 379-423, 623-656.
- Shannon, C. E. (1956). The bandwagon. *IRE Transactions on Information Theory*, 2(1), 3.
- Sharpe, W. F. (1963). A simplified model for portfolio analysis. *Management Science*, 9(2), 277-293.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, 19(3), 425-442.
- Sharpe, W. F. (1978). *Investments*. Englewood Cliffs [u.a.]: Prentice-Hall.
- Sharpe, W. F. (1991). Capital asset prices with and without negative holdings. *The Journal of Finance*, 46(2), 489-509.
- Shefrin, H. & Statman, M. (1985). The disposition to sell winners too early and ride losers too long: Theory and evidence. *The Journal of Finance*, 40(3), 777-790.
- Shiller, R. J. (1980). Do stock prices move too much to be justified by subsequent changes in dividends?. *The American Economic Review*, 71(3), 421-436.
- Shiller, R. J. (1981). The use of volatility measures in assessing market efficiency. *The Journal of Finance*, 36(2), 291-304.
- Shiller, R. J. (1990). Speculative prices and popular models. *The Journal of Economic Perspectives*, 4(2), 55-65.
- Shiller, R. J. (2000). *Irrational exuberance*. Princeton: Princeton Univ. Press.
- Shiller, R. J. (2003). From efficient markets theory to behavioral finance. *The Journal of Economic Perspectives*, 17(1), 83-104.
- Shiller, R. J. (2015). *Irrational exuberance* (3. Aufl.). Princeton [u.a.] : Princeton Univ. Press.

- Shiller, R. J. (2015b). *Irrationaler Überschwang* (3. Aufl., erw. und komplett überarb.). Kulmbach: Plassen.
- Sims, C. A. (2003). Implications of rational inattention. *Journal of Monetary Economics*, 50-3, 665–90.
- Singer, W. (2002). *Der Beobachter im Gehirn: Essays zur Hirnforschung*. Frankfurt a. M.: Suhrkamp.
- Singer, W. (2007). Understanding the brain. *EMBO Reports*, 8(1S), 16-19.
- Singer, W. (2014). Wir haben keine Intuition für Komplexität. *Finanz und Wirtschaft*. Interview mit Hirnforscher Wolf Singer. Verfügbar unter: <https://www.fuw.ch/article/wir-haben-keine-intuition-fur-komplexitat/> [07.02.2017].
- Sinn, H.-W. (1980). *Ökonomische Entscheidungen bei Ungewißheit*. Tübingen: Mohr.
- Smelser, N. J. (1963). *Theory of collective behavior*. New York: Free Press of Glencoe.
- Smelser, N. J. (1972). *Theorie des kollektiven Verhaltens*. Köln: Kiepenheuer & Witsch.
- Smelser, N. J. (1991). *Sociology* (4. Aufl.). Englewood Cliffs: Prentice Hall.
- Smith, C. W. (1976). Option pricing: A review. *Journal of Financial Economics*, 3(1), 3-51.
- Soni, J. & Goodman, R. (2017). *A mind at play: How Claude Shannon invented the information age*. New York [u.a.]: Simon & Schuster.
- Sornette, D. & Ouillon, G. (2012). Dragon-kings: Mechanisms, statistical methods and empirical evidence. *The European Physical Journal Special Topics*, 205(1), 1-26.
- Sornette, D. (2003). *Why stock markets crash: Critical events in complex financial systems*. Princeton: Princeton Univ. Press.

- Sornette, D. (2009). *Dragon-kings, black swans and the prediction of crises*. ETH Zürich, Department of Management, Technology, and Economics, Diskussionspapier, Nr. CCSS-09-005. Verfügbar unter: <https://www.sg.ethz.ch/wps/pdf/CCSS-09-005.pdf> [26.11.2016].
- Spremann, K. (2006). *Portfoliomanagement* (3., überarb. u. erg. Aufl.). München [u.a.]: Oldenbourg.
- Stäheli, U. (2007). *Spektakuläre Spekulation: Das Populäre der Ökonomie*. Frankfurt a. M.: Suhrkamp.
- Stambaugh, R. F. (1982). On the exclusion of assets from tests of the two-parameter model: A sensitivity analysis. *Journal of Financial Economics*, 10(3), 237-268.
- Sterken, C. & Jaschek, C. (2005). *Light curves of variable stars: A pictorial atlas* (Paperback-Version). Cambridge: Cambridge Univ. Press.
- Stewart, I. (2015). *Welt-Formeln: 17 mathematische Gleichungen, die Geschichte machten* (5. Aufl.). Reinbek: Rowohlt.
- Stuart, I. C. & Karan, V. (2003). eToys Inc.: A case examining pro forma financial reports, analysts' forecasts, and going concern disclosures. *Issues in Accounting Education*, 18(2), 191-209.
- Sullivan, E. J. (2011). A. D. Roy: The forgotten father of portfolio theory. *Research in the History of Economic Thought and Methodology*, 29(1), 73-82.
- Takayasu, H. (Hg., 2002). *Empirical science of financial fluctuations: The advent of econophysics*. Tokio: Springer Japan.
- Takayasu, H. (Hg., 2006). *Practical fruits of econophysics: Proceedings of the Third Nikkei Econophysics Symposium*. Tokio: Springer Japan.
- Taleb, N. N. (2004). *Fooled by randomness: The hidden role of chance in life and in the markets* (2. Aufl.). London: Penguin.
- Taleb, N. N. (2007). *The black swan: The impact of the highly improbable*. New York: Random House.

- Taleb, N. N. (2010). *Der Schwarze Schwan: Die Macht höchst unwahrscheinlicher Ereignisse* (2. Aufl.). München: DTV.
- Taleb, N. N. (2012). *Antifragile: Things that gain from disorder*. New York: Random House.
- Taleb, N. N. (2015). *Silent risk: Technical incerto: Lecture notes on probability, Vol. 1* (Bd. 1). Enfield: Descartes Publishing.
- Taleb, N. N., Goldstein, D. G. & Spitznagel, M. W. (2009). The six mistakes executives make in risk management. *Harvard Business Review*, 87(10), 78-81.
- Thaler, R. H. (2015). *Misbehaving: The making of behavioral economics*. New York [u.a.]: Norton.
- Thomas, M. D. (2008). *Die Volatilität der Finanzmärkte: Konzepte und Umsetzungsmöglichkeiten im Portfolio-Management*. Hamburg: Kovač.
- Thorp, E. O. (1969). Optimal gambling systems for favorable games. *Review of the International Statistical Institute*, 37(3), 273-293.
- Thorp, E. O. (1984). *The mathematics of gambling*. O. O.: Gambling Times.
- Tobin, J. (1958). Liquidity preference as behavior towards risk. *The Review of Economic Studies*, 25(2), 65-86.
- Topsøe, F. (1974). *Informationstheorie: Eine Einführung*. Stuttgart: Teubner.
- Trent, R. H. & Kemp, R. S. (1984). The writings of Henry A. Latané: A compilation and analysis. *The Journal of Financial Research*, 7(2), 161-174.
- Treynor, J. (1961). *Market, value, time, and risk*. Unveröffentlichtes Manuskript.
Verfügbar unter:
https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2600356 [26.11.2016].
- Uspensky, J. V. (1937). *Introduction to mathematical probability*. New York: McGraw-Hill.
- Wallis, W. A. & Roberts, H. V. (1969). *Methoden der Statistik: Ein neuer Weg zu ihrem Verständnis*. Reinbek: Rowohlt.

- Weide, J. H. Vander, Peterson, D. W. & Maier, S. F. (1977). A strategy which maximizes the geometric mean return on portfolio investments. *Management Science*, 23(10), 1117-1123.
- Weizsäcker, C. F. von (1985). *Aufbau der Physik*. München [u.a.]: C. Hanser.
- Wickelgren, W. (1974). *How to solve problems: Elements of a theory of problems and problem solving*. San Francisco: W. H. Freeman.
- Wilkinson, M. O., Anderson, R. S., Bradley, A. & Thibos, L. N. (2016). Neural bandwidth of veridical perception across the visual field. *Journal of Vision*, 16(2), 1-17.
- Williams, J. B. (1938). *The Theory of investment value*. Cambridge: Harvard Univ. Press.
- Wolf, E. (1985). *Die Lehre vom Kontrapunkt: Regeln, Übungen, Formeln im strengen Satz* (4. Aufl.). Wiesbaden: Breitkopf & Härtel.
- Wolkenstein, M. W. (1990). *Entropie und Information*. Frankfurt a. M.: Verl. H. Deutsch.
- Wong, D. M. (2011). *Die perfekte Infografik: Wie man Zahlen, Daten, Fakten richtig präsentiert – und wie nicht*. München: Redline Verl.
- Yakovenko, V. M. & Rosser, Jr., J. B. (2009). Colloquium: Statistical mechanics of money, wealth, and income. *Reviews of Modern Physics*, 81, 1703-1725.
- Young, W. E. & Trent, R. H. (1969). Geometric mean approximations of individual security and portfolio performance. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 4(2), 179-199.
- Zakamulin, V. (2005). *On the irrelevance of expected stock returns in the pricing of options in the binomial model: A pedagogical note*. Diskussionspapier. Verfügbar unter: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=844104 [06.10.2017].
- Zemanek, H. (1959). *Elementare Informationstheorie*. Wien [u.a.]: Oldenbourg.

Zhang, Y. (2014). Bounded gaps between primes. *Annals of Mathematics*, 179(3), 1121-1174.

Ziemba, W. T. (1972). Note on "optimal growth portfolios when yields are serially correlated". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 7(4), 1995-2000.